Programme de colle : Semaine 6
Lundi 3 Novembre

En manque d'inspiration pour votre colle ? On pourra toujours proposer une étude de fonction en début de colle...

1 Cours

1. Complexes :
   (a) Forme algébrique. Calcul algébrique.
   (b) Partie réelle, partie imaginaire.
   (c) Conjugué, formules d'Euler version algébrique.
   (d) Représentation graphique.
   (e) Module, argument.
   (f) Forme exponentielle.
   (g) Formules d'Euler version trigo
   (h) Formule de Moivre
2. Sommes et produits :
   (a) Récurrence et récurrence double.
   (b) Notation Σ et Π
   (c) Linéarité de la somme
   (d) Chasles
   (e) Changement d'indice.
   (f) Valeur de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} 1$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$, binome de Newton.
   (g) Sommes doubles
   (h) Récurrence forte (l'énoncé de récurrence forte doit être donné à l'étudiant)
3. Informatique
   (a) Syntaxe des fonctions
   (b) if, elif, else
   (c) boucle for

2 Exercices Types

1. Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, $3^n \geq n$
2. Montrer par récurrence que $\forall n \geq 4$, $n! \geq n^2$
3. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{2n}(2k+1)$
4. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(-1)^k$
5. Calculer en fonction de $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$ $\displaystyle\sum_{k=0}^{2n} x^{2k+1}$
6. Calculer en fonction de n $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} 1$ et $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} 1$
7. Donner la partie réelle et imaginaire de $\dfrac{1}{2+i}$

8. Donner la partie réelle et imaginaire de $\overline{(1-i)}(1+3i)^2$
9. Ecrire les nombres suivants sous forme exponentielle :
   — $(1+i)^{10}$
   — $\frac{1-i}{1+i}$
   — $\left(\dfrac{1+i\tan(\theta)}{1-i\tan(\theta)}\right)^n$
10. Résoudre sur $\mathbb{C}$, $z^2+z+1=0$
11. Résoudre sur $\mathbb{C}$, $z+i=\overline{z-2i}$
12. Linéariser $\cos^3(x)$
13. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^{10}$
14. Ecrire une fonction python qui prend en argument un flottant x et retourne (une valeur approchée de) $f(x)=\sqrt{x^2+x}$. La fonction devra vérifier en premier lieu si x est dans l'ensemble de définition de f et retourner sinon.