Fiche Chapitre 2 - Trigonométrie

Proposition 1. Soit $a \in [-1, 1]$. Il existe alors un unique angle θ dans $[0, \pi]$ tel que $\cos(\theta) = a$
On note alors $\theta = \arccos(a)$

a	-1	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-1/2$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\arccos a$	π	$5\pi/6$	$3\pi/4$	$2\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/6$	0

Proposition 2. Soit $a \in [-1, 1]$. Il existe alors un unique angle θ dans $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin(\theta) = a$
On note alors $\theta = \arcsin(a)$.

a	-1	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-1/2$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\arcsin a$	$-\pi/2$	$-\pi/3$	$-\pi/4$	$-\pi/6$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$

Proposition 3. Soit $a \in \mathbb{R}$. Il existe alors un unique angle θ dans $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ tel que $\tan(\theta) = a$
On note alors $\theta = \arctan(a)$

a	$-\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}/3$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$
$\arctan a$	-$\pi/3$	$-\pi/4$	$-\pi/6$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$

Méthode 1.

$$\begin{aligned}
\cos x = \cos y \quad &\Leftrightarrow \quad x \equiv y\ [2\pi] \quad \text{ou} \quad x \equiv -y\ [2\pi] \\
\sin x = \sin y \quad &\Leftrightarrow \quad x \equiv y\ [2\pi] \quad \text{ou} \quad x \equiv \pi - y\ [2\pi] \\
\tan x = \tan y \quad &\Leftrightarrow \quad x \equiv y\ [\pi]
\end{aligned}$$

Méthode 2. Transformer l'expression pour se ramener à résoudre des équations fondamentales. Par exemple déterminer r et φ tels que

$$a\cos(x) + b\sin(x) = r\cos(x - \varphi)$$

Méthode 3. Les inéquations fondamentales de type $\cos x \leq a$, $\sin x \geq a$... doivent être résolues GRAPHIQUEMENT sur le cercle trigonométrique.

Les inéquations du type $\tan(x) \leq a$ doivent être résolut sur $]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ en utilisant l'arctan

Définition 4. Soit f une fonction numérique de domaine de définition $\mathcal{D}_f$.

- On dit que f **est paire** si
  - ⋆ $\forall x \in D_f$, $-x \in D_f$
    et
  - ⋆ $\forall x \in D_f$, $f(-x) = f(x)$.

  Graphiquement, la courbe représentative de f est symmétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
- On dit que f **est impaire** si
  - ⋆ $\forall x \in D_f$, $-x \in D_f$
    et
  - ⋆ $\forall x \in D_f$, $f(-x) = -f(x)$.

  Graphiquement, la courbe représentative de f est symmétrique par rapport à l'originie.

Définition 5. Soit f une fonction numérique de domaine de définition $\mathcal{D}_f$.
On dit que f est périodique de période $T > 0$ si

- ⋆ $x \in D_f \Longleftrightarrow x + T \in D_f$
  et
- ⋆ $\forall x \in D_f$, $f(x + T) = f(x)$

Graphiquement, la courbe représentative de f est invariante par la translation de vecteur $T\vec{i}$