

# Programme de colle : Semaine 5

## Lundi 13 octobre

En manque d'inspiration pour votre colle ? On pourra toujours proposer une étude de fonction en début de colle...

### 1 Cours

- Sommes et produits :
  - Réurrence et récurrence double.
  - Notation  $\Sigma$  et  $\Pi$
  - Linéarité de la somme
  - Chasles
  - Changement d'indice.
  - Valeur de  $\sum_{k=0}^n 1$ ,  $\sum_{k=0}^n k$ ,  $\sum_{k=0}^n q^k$ , binôme de Newton.
  - Sommes doubles
  - Réurrence forte (l'énoncé de récurrence forte doit être donné à l'étudiant)
- Complexes :
  - Forme algébrique. Calcul algébrique.
  - Partie réelle, partie imaginaire.
  - Conjugué.
- Informatique
  - Syntaxe des fonctions
  - if, elif, else
  - boucle for

### 2 Exercices Types

- Montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}, 3^n \geq n$
- Montrer par récurrence que  $\forall n \geq 4, n! \geq n^2$
- Calculer  $\sum_{k=0}^{2n} (2k+1)$
- Calculer  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k$
- Calculer en fonction de  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$   $\sum_{k=0}^{2n} x^{2k+1}$
- Calculer en fonction de  $n$   $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n 1$  et  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i 1$
- Donner la partie réelle et imaginaire de  $\frac{1}{2+i}$
- Donner la partie réelle et imaginaire de  $\frac{1}{(1-i)(1+3i)^2}$
- Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier  $n$  et retourne la valeur de  $\sum_{k=0}^n k^{10}$
- Ecrire une fonction python qui prend en argument un flottant  $x$  et retourne (une valeur approchée de)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ . La fonction devra vérifier en premier lieu si  $x$  est dans l'ensemble de définition de  $f$  et retourner sinon.