

Ch 11 : Dénombrement - Exemples

La plupart des exercices de dénombrement peuvent se ramener au cas de tirages de p éléments parmi les n éléments d'un ensemble E . Il y a alors essentiellement quatre façons différentes de tirer p éléments parmi n :

- Avec ordre et répétition (n^p) (Nombre de codes secrets de carte bleue)
- Avec ordre et sans répétition, $(\frac{n!}{(n-p)!})$ (Nombre de possibilités au tiercé)
- Sans ordre et sans répétition, $(\binom{n}{p})$ (nombre de possibilités au loto)
- Sans ordre et avec répétition. (plus rare et compliqué)

Exemple fondamental : Tirage successif avec remise

Soient (n, p) deux entiers. On considère une urne contenant n boules numérotées de 1 à n dans laquelle on tire successivement avec remise p boules dans l'urne. On note le numéro de la boule tirée à chaque fois. Le nombre de résultats possibles d'un tel tirage est

- Nombre de façons de ranger 2 chemises de couleurs différentes dans 3 tiroirs discernables :
- Nombre de mots de 5 lettres écrits avec les lettres A,B,C,D,E et F :
- Nombre de répartitions possibles de 5 billes différentes dans 10 boîtes distinctes avec 0, 1 ou plusieurs billes par boîte :

Exemple fondamental : Tirage successif sans remise

Soient (n, p) deux entiers. On considère une urne contenant n boules numérotées de 1 à n dans laquelle on tire successivement sans remise p boules dans l'urne. On note le numéro de la boule tirée à chaque fois. Le nombre de résultats possibles d'un tel tirage est

- Nombre de répartitions possibles de 5 billes différentes dans 10 boîtes distinctes avec au plus une bille par boîte :
- Nombre de paris possibles au tiercé dans une course où 15 chevaux sont en compétition :
- Nombre de mots de 3 lettres distinctes avec les lettres A,B,C et D :

Exemple fondamental : Tirage simultané non ordonné

Soient (n, p) deux entiers. On considère une urne contenant n boules numérotées de 1 à n dans laquelle on simultanément p boules dans l'urne. On note le numéro des boules tirées. Le nombre de résultats possibles d'un tel tirage est

- Nombre de répartitions possibles de 5 billes identiques dans 10 boîtes distinctes avec au plus une bille par boîte :
- Jeu de cartes : on distribue 5 cartes d'un jeu de 32 cartes à un joueur, celui-ci dispose donc d'une main de 5 cartes.
 1. Déterminer le nombre de mains possibles.
 2. Déterminer le nombre de mains contenant exactement 2 coeurs.
 3. Déterminer le nombre de mains contenant exactement 2 cartes de pique, 2 cartes de coeur et 1 carte de carreau.

Tirage sans ordre et avec répétition (Plus rare)

- On considère 5 boules indiscernables que l'on veut placer dans 3 tiroirs distincts, chaque tiroir pouvant contenir de 0 à 5 boules. Donner le nombre de répartitions possibles.