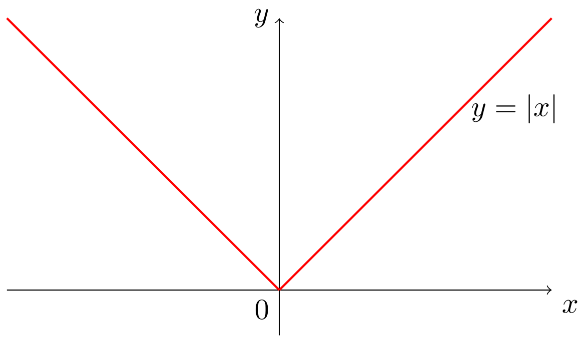
Correction - Interro 2

Exercice 1. Donner la définition de la fonction valeur absolue. Tracer son graphe.

Correction 1. La fonction valeur absolue, notée $x \mapsto |x|$, est définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0, \\ -x & \text{si } x < 0. \end{cases}$$



Exercice 2. Résoudre l'inéquation suivante :

$$(E_1) : \sqrt{3x+1} \leq x+1$$

Correction 2. Tout d'abord, il faut que l'expression sous la racine soit positive :

$$3x+1 \geq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x \geq -\frac{1}{3}.$$

On travaille donc sur $\left[-\frac{1}{3}, +\infty\right[$.

On procède par disjonction de cas selon le signe de $x+1$.

<u>Cas 1 : $x+1<0$</u>

Alors $x < -1$. Or sur cet intervalle, $\sqrt{3x+1}$ n'est pas définie car $3x+1<0$ pour $x < -1/3$. Donc aucun $x < -1$ ne convient.

<u>Cas 2 : $x+1 \geq 0$</u>

Alors $x \geq -1$. Sur $\left[-\frac{1}{3}, +\infty\right[$, cette condition est vérifiée.
On peut donc élever les deux membres de l'inégalité au carré (car les deux termes sont positifs) :

$$3x+1 \leq (x+1)^2.$$

$$3x+1 \leq x^2+2x+1.$$

$$0 \leq x^2 - x = x(x-1).$$

Ainsi, $x(x-1) \geq 0$, c'est-à-dire $x \leq 0$ ou $x \geq 1$.

En recoupant avec le domaine de définition $x \geq -\frac{1}{3}$, on obtient :

$$S = \left[-\tfrac{1}{3}, 0\right] \cup [1, +\infty[.$$

$$\boxed{\text{L'ensemble des solutions de } (E_1) \text{ est } S = \left[-\tfrac{1}{3}, 0\right] \cup [1, +\infty[.}$$