Correction Interro 15

Exercice 1. Rappeler l'inégalité qui permet de définir la partie entière de $x \in \mathbb{R}$

Correction 1. La partie entière est l'unique entier $n \in \mathbb{Z}$ tel que

$$n \leq x < n+1$$

ou

$$\lfloor x \rfloor \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad \lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$$

ou

$$\lfloor x \rfloor \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad x - 1 \leq \lfloor x \rfloor \leq x$$

Exercice 2. La fonction suivante admet-elle un prolongement par continuité aux bornes finies de son domaine de définition ?

$$f(x) = \frac{x \ln x}{x^2 - 1}$$

Correction 2. f est définie sur $]0, 1[\cup]1, +\infty[$

En 0, $x\ln(x) \to 0$ (Croissance comparée). Donc $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$, donc f est prolongeable par continuité en 0.

En 1, $\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1$ (taux d'accroissement. Or $f(x) = \frac{x}{(x+1)} \frac{\ln(x)}{x-1}$. donc $\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{1}{2}$, donc f est prolongeable par continuité en 1.