Correction - Interro 3

Exercice 1. Donner la formule de dérivation de la composée $u \circ v$ où u et v sont deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

Correction 1.

$$(u \circ v)' = v' \times u' \circ v$$

Exercice 2. Donner le tableau de variations, avec les limites aux bornes de la fonctions,

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

Correction 2. **Domaine de définition .** La fonction $f : x \mapsto \dfrac{e^x}{x}$ est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Limites aux bornes du domaine.

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{e^x}{x} = -\infty, \qquad \lim_{x \to 0^+} \frac{e^x}{x} == +\infty.$$

On a aussi (Ce n'est pas une croissance comparée)

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{e^x}{x} = 0.$$

Enfin, par croissance comparée on a :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty.$$

Dérivée et étude des variations. f est dérivable sur son ensemble de définition et pour tout $x \neq 0$,

$$f'(x) = \frac{x\,e^x - e^x}{x^2} = \frac{e^x(x-1)}{x^2}.$$

Comme $e^x > 0$ et $x^2 > 0$ pour $x \neq 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $(x-1)$:

Tableau de variations.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$		$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	e	$\nearrow$	$+\infty$