Programme de colle : Semaine 7
Lundi 10 Novembre

1 Cours

1. Suites usuelles :
   (a) Suite arithmétique, géométrique, arithmético géométrique.
   (b) Suite récurrente linéaire d'ordre 2
   (c) Etude de suites : monotonie, majoration, minoration.
   (d) Théorème de convergence des suites monotones.
   (e) Théorème d'encadrement des limites (gendarmes)
   (f) Théorème de comparaison des limites Suites adjacentes (définition + théorème)
2. Complexes :
   (a) Forme algébrique. Calcul algébrique.
   (b) Partie réelle, partie imaginaire.
   (c) Conjugué, formules d'Euler version algébrique.
   (d) Représentation graphique.
   (e) Module, argument.
   (f) Forme exponentielle.
   (g) Formules d'Euler version trigo
   (h) Formule de Moivre
3. Informatique
   (a) Syntaxe des fonctions
   (b) if, elif, else
   (c) boucle for

2 Exercices Types

1. Calculer le terme général de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par
$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + 1$$
2. Calculer le terme général de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par
$$u_0 = 1, u_1 = 2 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_n + u_n$$
3. Montrer que la suite
$$u_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$
tends vers 0.
4. Montrer que la suite
$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+n}$$
converge.
5. Montrer que les suites
$$u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!} \quad \text{et} \quad v_n \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!} + \frac{1}{n(n!)}$$
convergent.

6. Donner la partie réelle et imaginaire de $\overline{(1-i)}(1+3i)^2$
7. Ecrire les nombres suivants sous forme exponentielle :
   — $(1+i)^{10}$
   — $\frac{1-i}{1+i}$
   — $\left(\dfrac{1+i\tan(\theta)}{1-i\tan(\theta)}\right)^n$
8. Résoudre sur $\mathbb{C}$, $z^2+z+1=0$
9. Résoudre sur $\mathbb{C}$, $z+i=\overline{z-2i}$
10. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^{10}$
11. Ecrire une fonction python qui prend en argument un flottant x et retourne (une valeur approchée de) $f(x)=\sqrt{x^2+x}$. La fonction devra vérifier en premier lieu si x est dans l'ensemble de définition de f et retourner sinon.