

# Programme de colle : Semaine 5

## Lundi 13 octobre

En manque d'inspiration pour votre colle ? On pourra toujours proposer une étude de fonction en début de colle...

## 1 Cours

### 1. Sommes et produits :

- (a) Récurrence et récurrence double.
- (b) Notation  $\Sigma$  et  $\Pi$
- (c) Linéarité de la somme
- (d) Chasles
- (e) Changement d'indice.
- (f) Valeur de  $\sum_{k=0}^n 1$ ,  $\sum_{k=0}^n k$ ,  $\sum_{k=0}^n q^k$ , binome de Newton.
- (g) Sommes doubles
- (h) Récurrence forte (l'énoncé de récurrence forte doit être donné à l'étudiant)

### 2. Complexes :

- (a) Forme algébrique. Calcul algébrique.
- (b) Partie réelle, partie imaginaire.
- (c) Conjugué.

### 3. Informatique

- (a) Syntaxe des fonctions
- (b) if, elif, else
- (c) boucle for

## 2 Exercices Types

1. Montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}, 3^n \geq n$
2. Montrer par récurrence que  $\forall n \geq 4, n! \geq n^2$
3. Calculer  $\sum_{k=0}^{2n} (2k+1)$
4. Calculer  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k$
5. Calculer en fonction de  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$   $\sum_{k=0}^{2n} x^{2k+1}$
6. Calculer en fonction de  $n$   $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n 1$  et  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i 1$
7. Donner la partie réelle et imaginaire de  $\frac{1}{2+i}$
8. Donner la partie réelle et imaginaire de  $\overline{(1-i)(1+3i)^2}$
9. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier  $n$  et retourne la valeur de  $\sum_{k=0}^n k^{10}$
10. Ecrire une fonction python qui prend en argument un flottant  $x$  et retourne (une valeur approchée de)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ . La fonction devra vérifier en premier lieu si  $x$  est dans l'ensemble de définition de  $f$  et retourner sinon.