

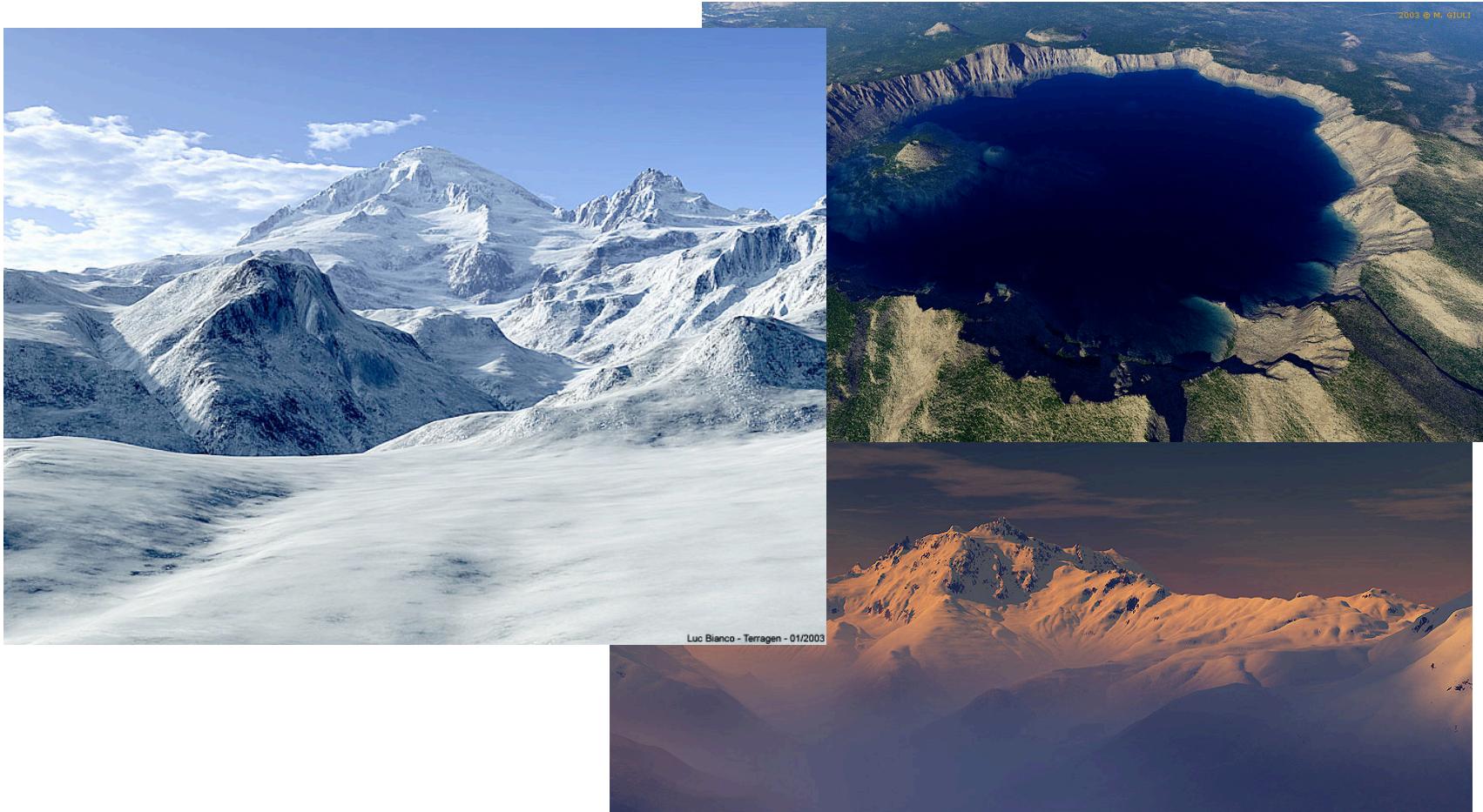
Centre culturel Saint-Exupéry
Espace Culture Média
esplanade A. Malraux, Reims

Les Objets Fractals : vers une géométrie de la nature

Olivier Nocent

Maître de Conférence en Informatique
Université de Reims Champagne-Ardnne
olivier.nocent@univ-reims.fr

Fractales : outils d'une nature virtuelle



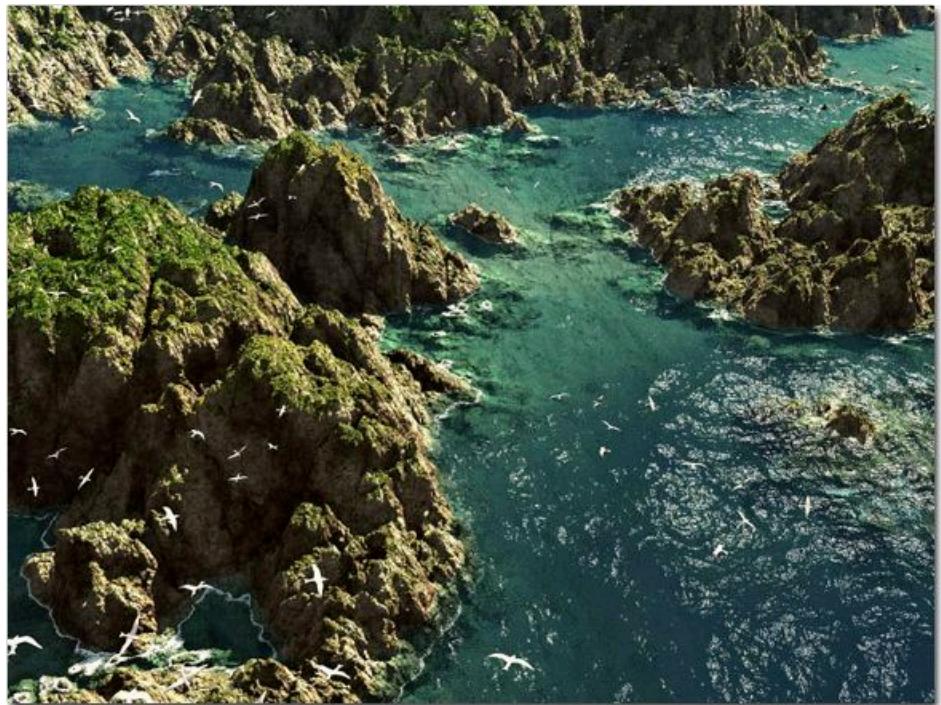
Paysages numériques générés à partir de règles fractales avec le logiciel
Terragen (<http://www.planetside.co.uk/terragen/>)



Fractales : outils d'une nature virtuelle



Copyright ©2006, Eran Dinur



Copyright ©2006, Luigi Marini

Logiciel *Vue 5 Infinite*

(<http://www.e-onsoftware.com>)



Centre culturel Saint-Exupéry
Mercredi 10 janvier 2007, Reims

/ 35

Fractales : outils d'une nature virtuelle



Logiciel *Vue 5 Infinite*
(<http://www.e-onsoftware.com>)



Industrie du cinéma

Utilisation des fractales pour des effets spéciaux visant à imiter la nature dans ses moindres détails.



Fractales : outils d'une nature virtuelle



Miguel Chevalier – Sur-natures (2004)

Création contemporaine

Utilisation des règles fractales pour produire des natures alternatives, issues de l'imagination de l'artiste.



Une première tentative de définition

« ...sera désignée par l'un des deux néologismes synonymes, *objet fractal* et *fractale*, termes que je viens de former, pour les besoins de ce livre, à partir de l'adjectif latin *fractus*, qui signifie irrégulier ou brisé. »

LES OBJETS FRACTALS

Forme, hasard et dimension

Benoît Mandelbrot, 1975



Origines de la théorie des objets fractales

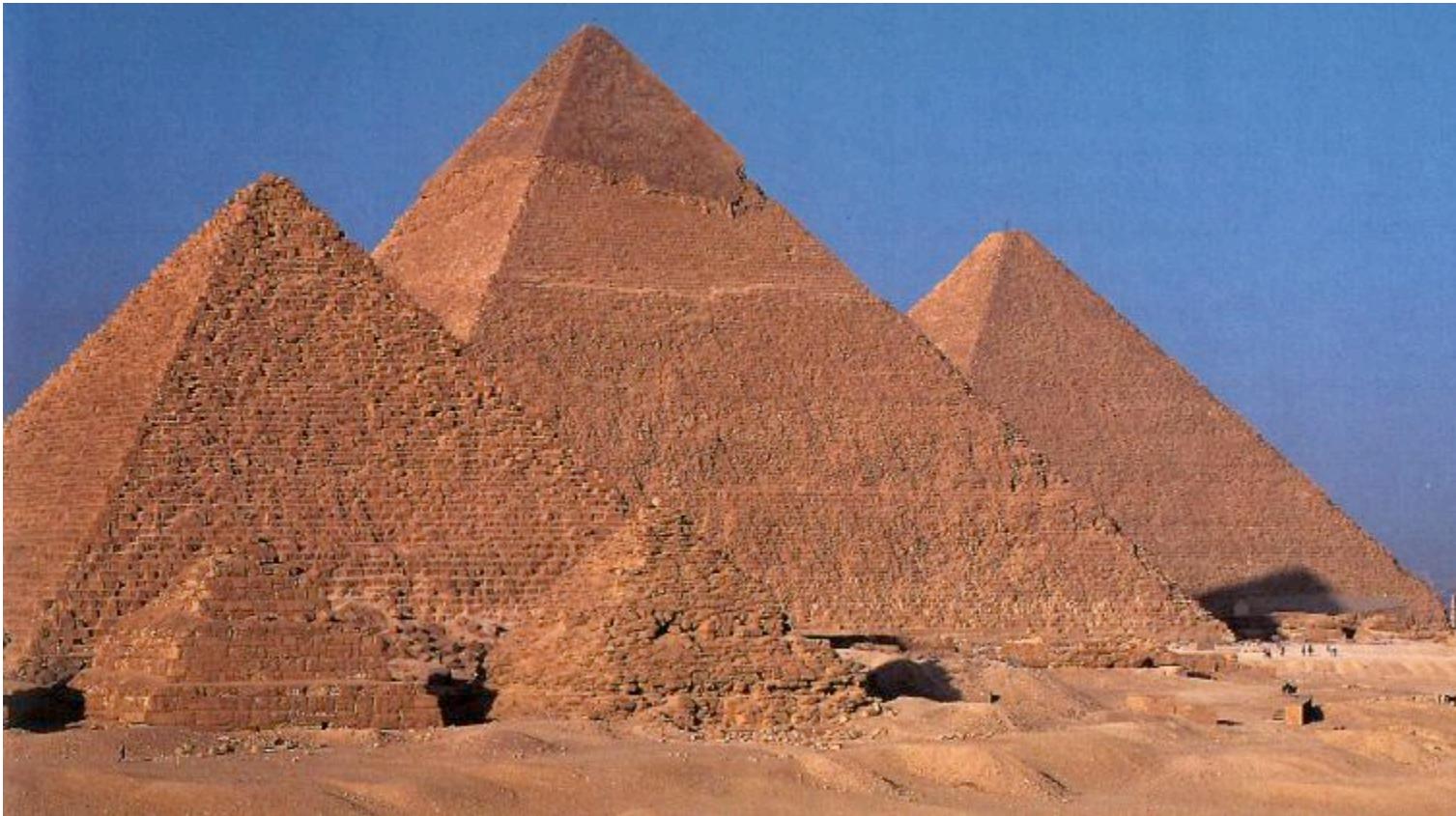
« Les Atomes » Jean Perrin, 1913

Source d'inspiration de Benoît Mandelbrot

- Géométrie de la nature peuplée d'objets familiers aux formes irrégulières et brisées.
- Entre le domaine du désordre incontrôlé (chaos) et l'ordre excessif d'Euclide (géométrie), apparaît une nouvelle zone d'ordre fractal.



Euclide : une géométrie du point, de la ligne et du cercle...



La pyramide de Khéops est presque une pyramide à faces régulières.
Les arêtes de base font 227 m et les arêtes latérales 217 m.



Euclide : une géométrie du point, de la ligne et du cercle...



La Géode

Cité des Sciences et de l'Industrie - Paris la Villette



Géométrie d'Euclide vs. Géométrie fractale

- La nature, dans ses manifestations les plus diverses, ne se plie pas au modèle des formes idéales d'Euclide (point, ligne, cercle).

« ... Si les fonctions à dérivée sont les plus simples, les plus faciles à traiter, elles sont pourtant l'exception. Ou, si l'on préfère un langage géométrique, les courbes qui n'ont pas de tangente sont la règle, et les courbes bien régulières telles que le cercle, sont des cas fort intéressants mais très particuliers.»

Les Atomes de Jean Perrin, 1913

« ... Tout y est idéalisé par l'homme. La ligne droite elle-même est son invention car elle n'est nulle part dans la nature »

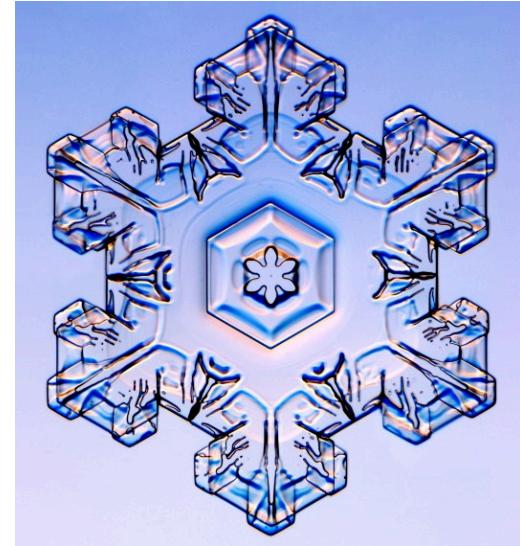
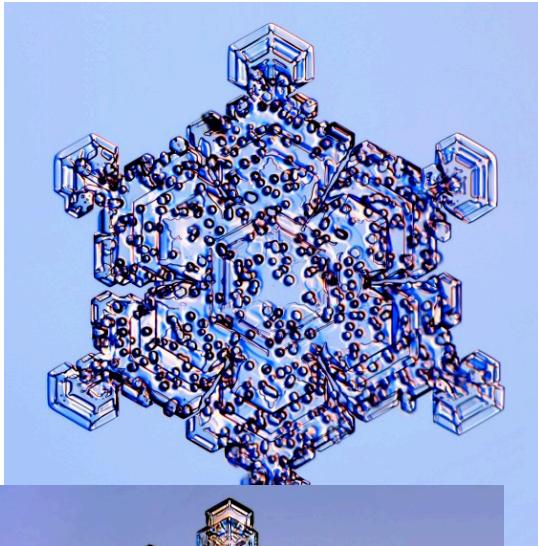
Eugène Delacroix (1798 - 1863) à propos de l'architecture



Manifestations fractales de la nature



Manifestations fractales de la nature



Flocons de neige

<http://www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals/class/class.htm>



Manifestations fractales de la nature

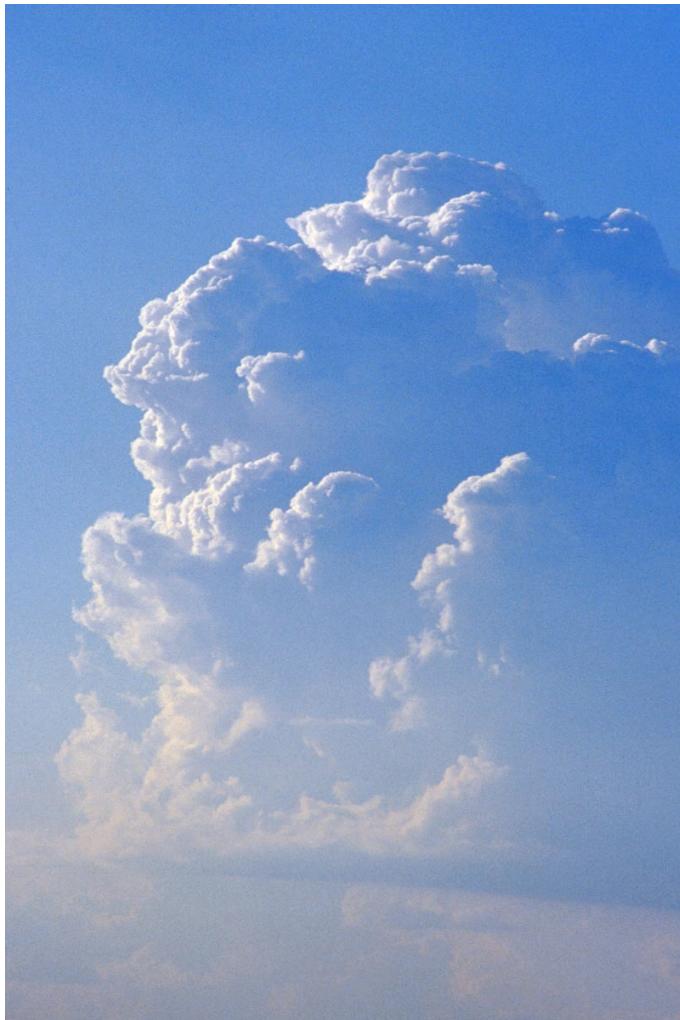
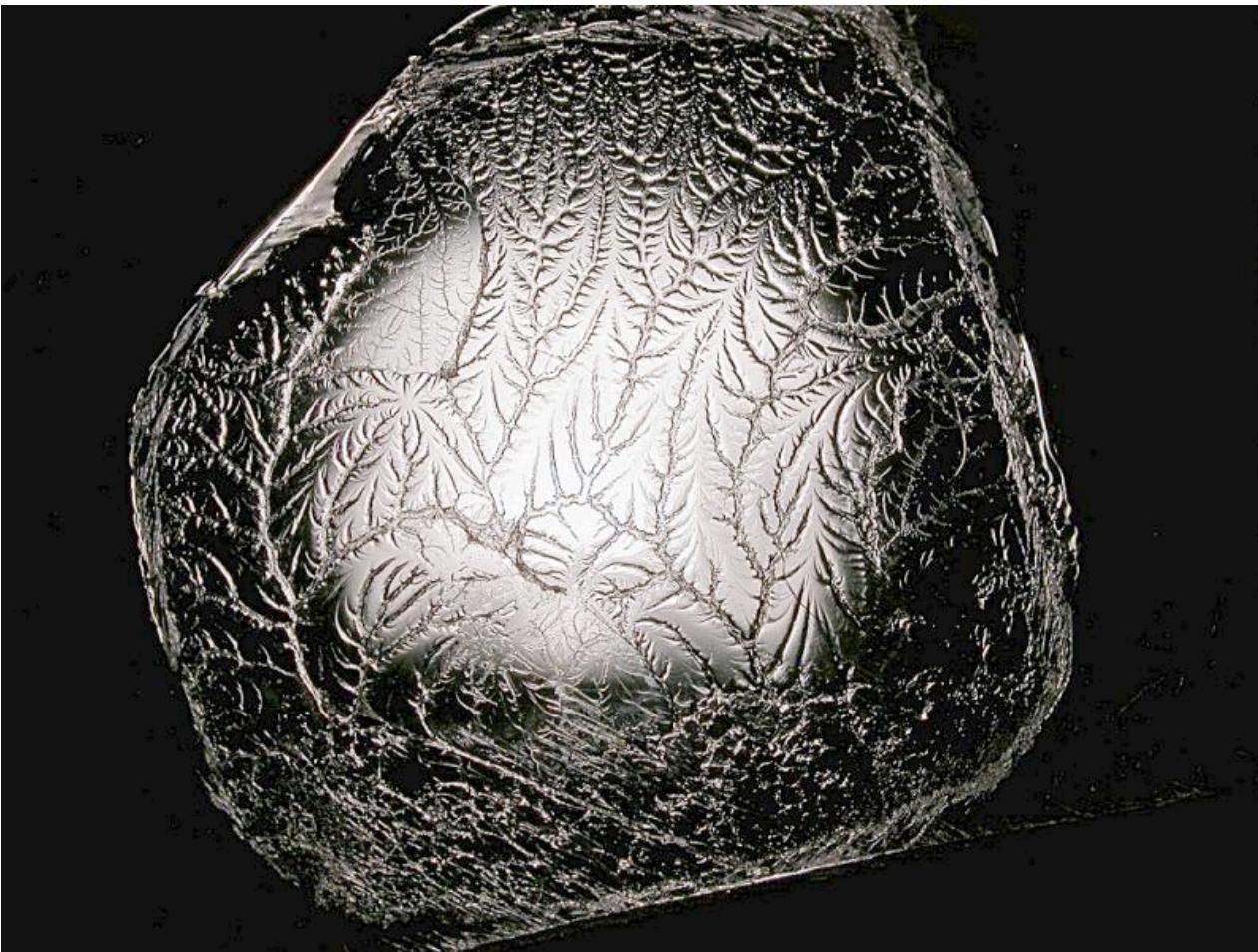


Photo by: USGS



Centre culturel Saint-Exupéry
Mercredi 10 janvier 2007, Reims

Manifestations fractales de la nature



Interface entre deux plaques d'acrylique recouvertes de colle



Manifestations fractales de la nature



Chou Romanesco



Fougère



Quelle est la longueur de la côte de la (Grande) Bretagne ?

Question posée par B. Mandelbrot en 1967 dans *Science Magazine*



La longueur de la côte fluctue en fonction de l'échelle d'observation sans jamais se stabiliser.

Formellement, la longueur de la côte de la (Grande) Bretagne est infinie.



Traits caractéristiques des objets fractals

- Structure irrégulière et complexe
- Autosimilarité : un détail de la figure est, au facteur d'échelle près, identique au tout.

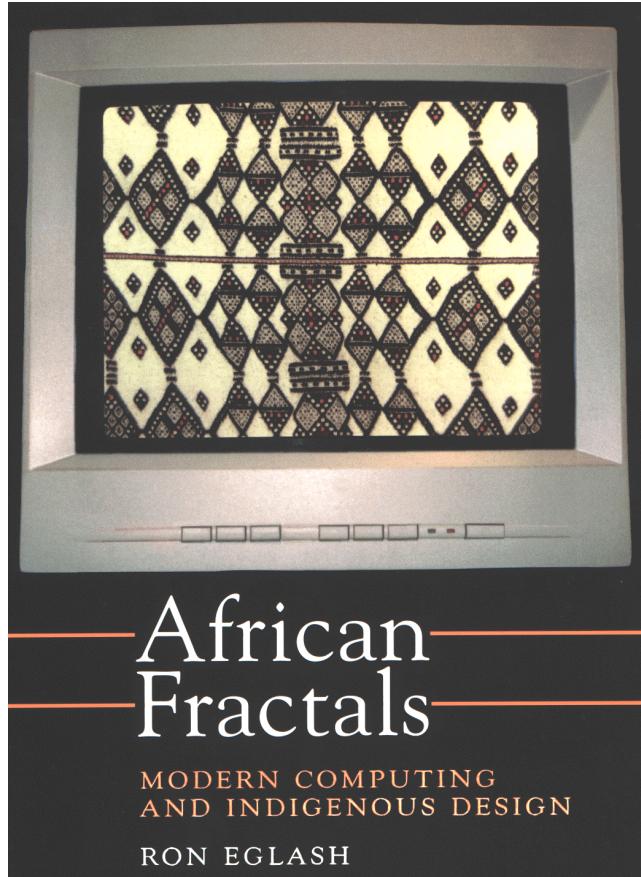
« ... Notre activité fractaliste se manifeste au travers d'univers où abondent les formes aléatoires et proliférantes.

...Toutes nos œuvres sont maximalistes; c'est par l'excès d'informations que l'on accède au vertige fractal. »

Extrait du manifeste fractaliste, 1997



Ethno-mathématiques



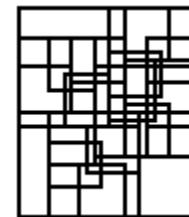
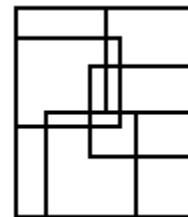
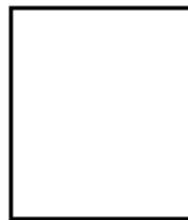
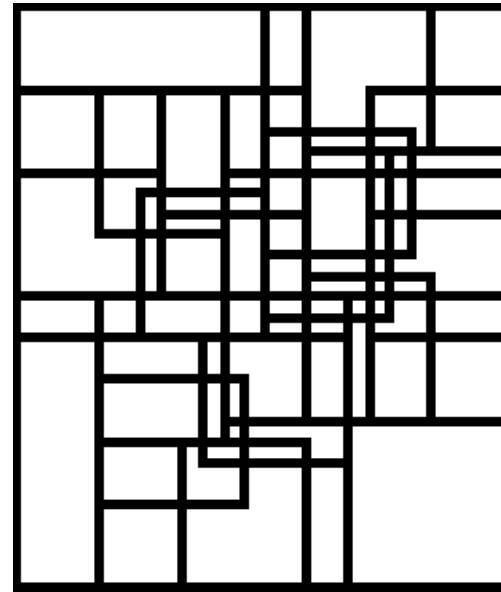
Docteur Ron Eglash
Professeur associé
Département des études scientifiques et
technologiques
Institut Polytechnique de Rensselaer
New York



Ethno-mathématiques

Vue aérienne de la cité de Logone-Birni au Cameroun.

L'édifice centrale est un palais

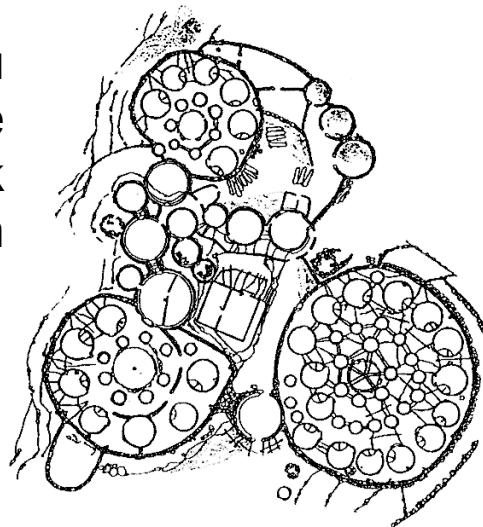


Les trois premières itérations du modèle fractal.

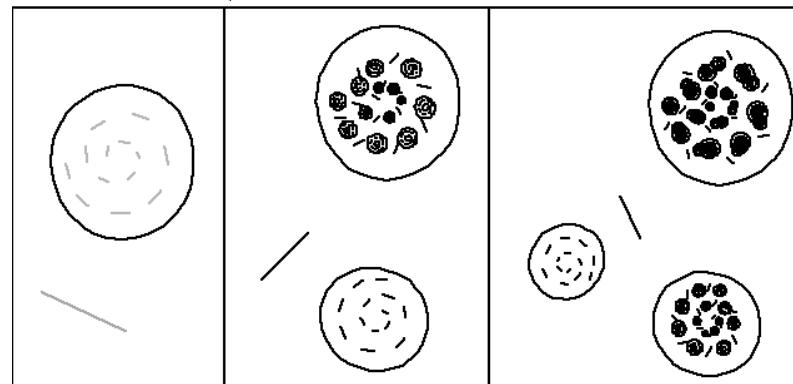
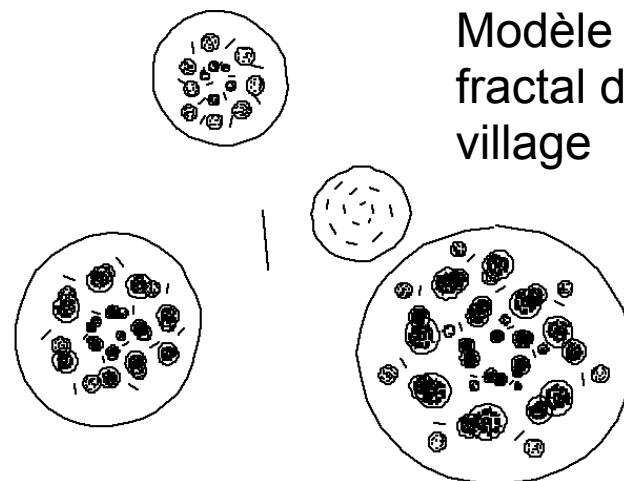


Ethno-mathématiques

Plan du village de Moukoulek au Cameroun



Modèle fractal du village



Les trois premières itérations du modèle fractal.



Ethno-mathématiques

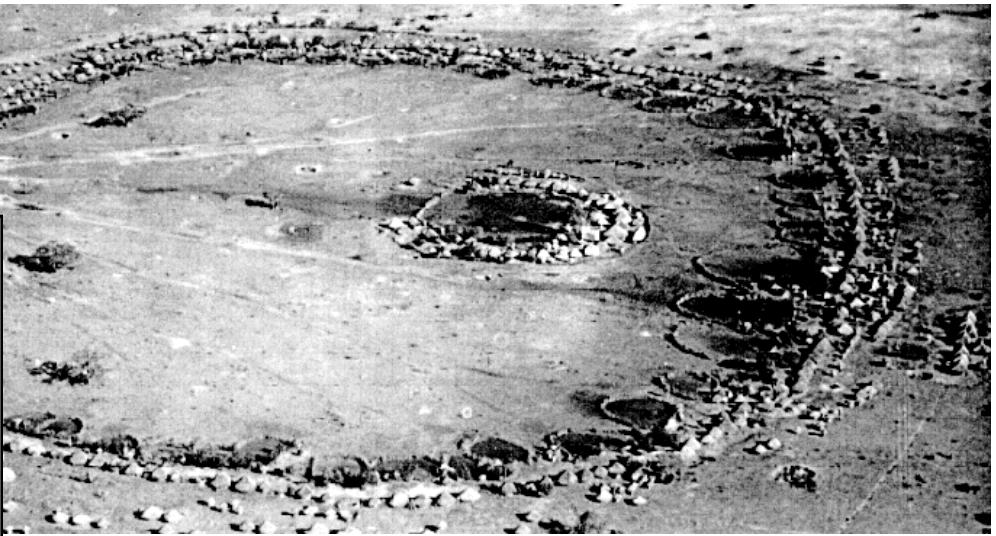
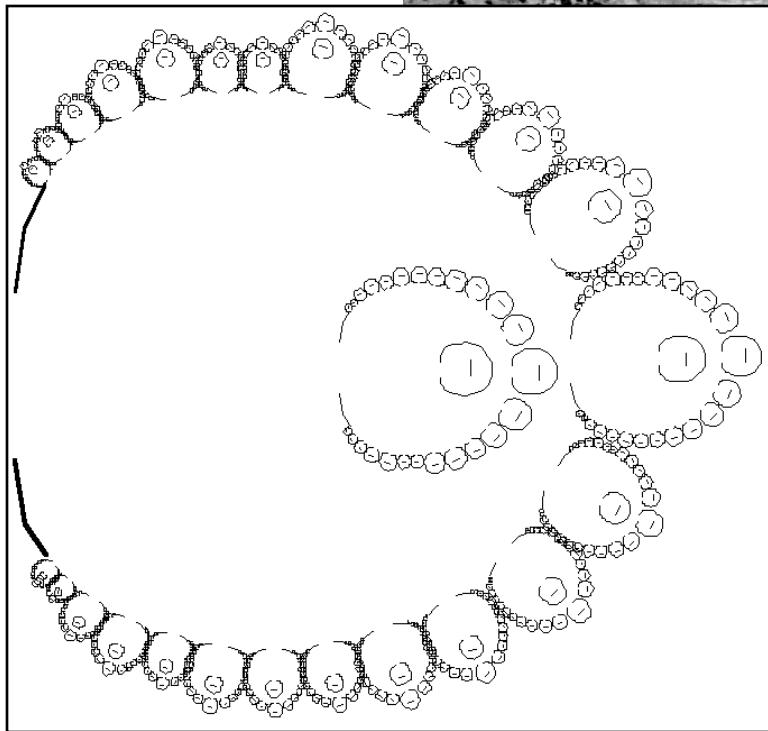
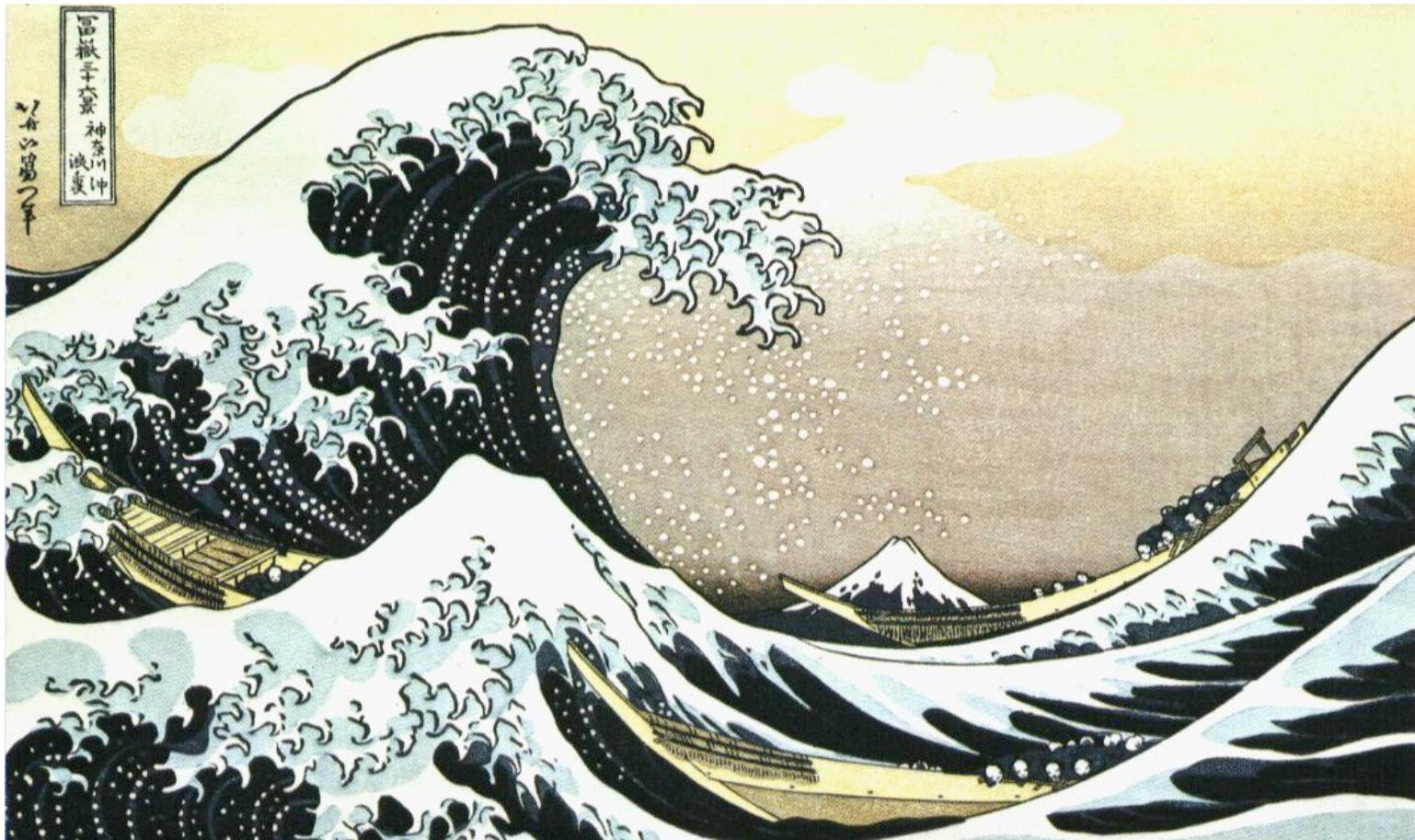


Photo aérienne du camp
de Bila-Ila en Tanzanie
avant 1944

Modèle fractal correspondant



Art : représentation de la nature fractale

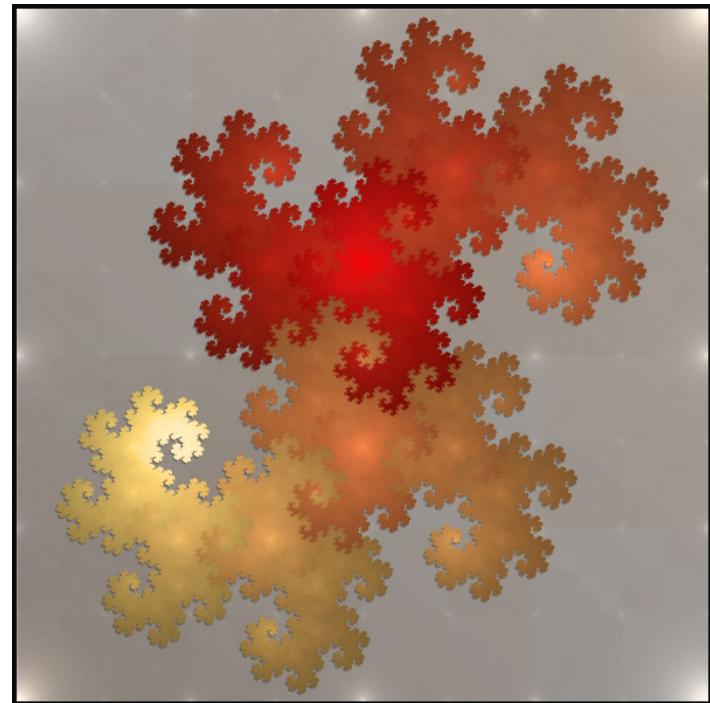


« La grande vague de Kanagawa » de Hokusai Katsushika (1760-1849)



Art : représentation de la nature fractale

Similitudes avec la courbe de Lévy, aussi appelée
« courbe du Dragon »



Art : représentation de la nature fractale



Le visage de la Guerre - Salvador Dali (1940)



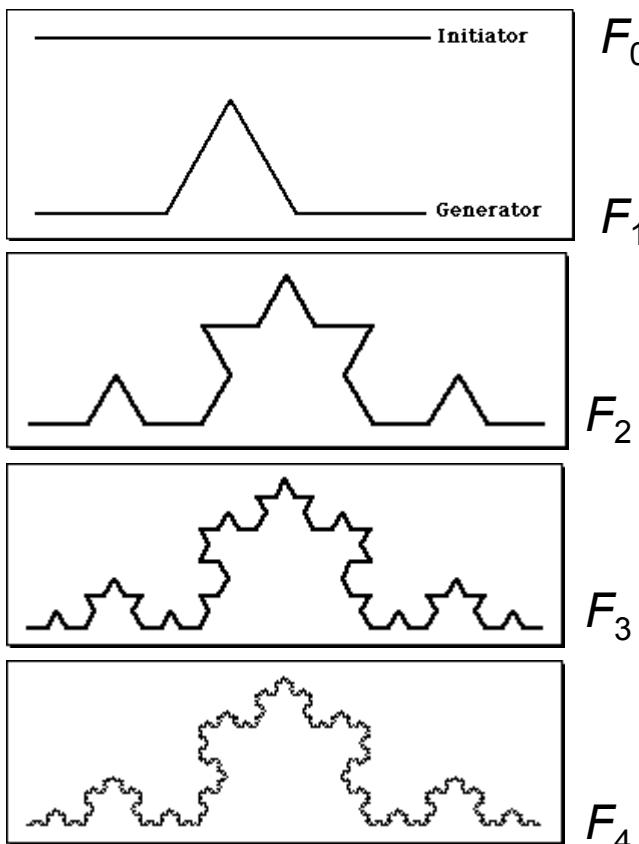
« Galerie des Monstres » de Vilenkin (1965)

Musée d'Art Mathématique rassemblant des figures géométriques « pathologiques » aux propriétés paradoxales.

Scepticisme de la communauté scientifique
« Je me détourne avec effroi et horreur de cette plaie lamentable des fonctions qui n'ont pas de dérivée »
Charles Hermite (1822-1901)



Courbe de Helge Von Koch (1904)



Construction géométrique récursive :

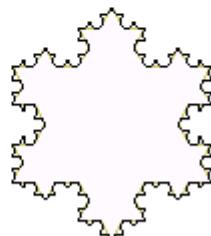
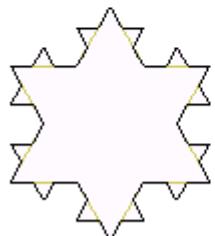
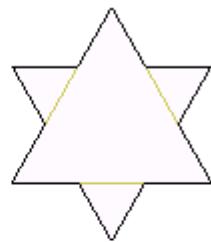
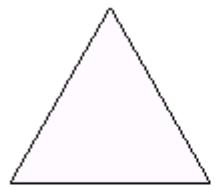
Pour construire F_{n+1} , on découpe chaque segment de F_n en trois. On remplace le segment central par deux segments de même longueur afin de constituer un triangle équilatéral.

La courbe de Von Koch est la courbe limite F_n quand n tend vers l'infini.

Le périmètre de la courbe augmente de $4/3$ à chaque itération. Par conséquent, le périmètre de la courbe de Von Koch est infini bien que l'aire sous la courbe soit finie.



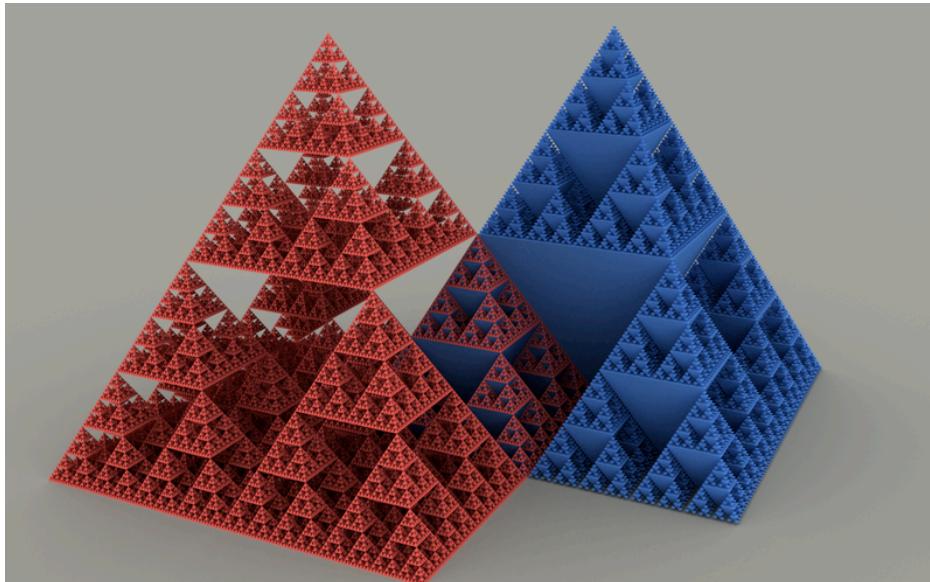
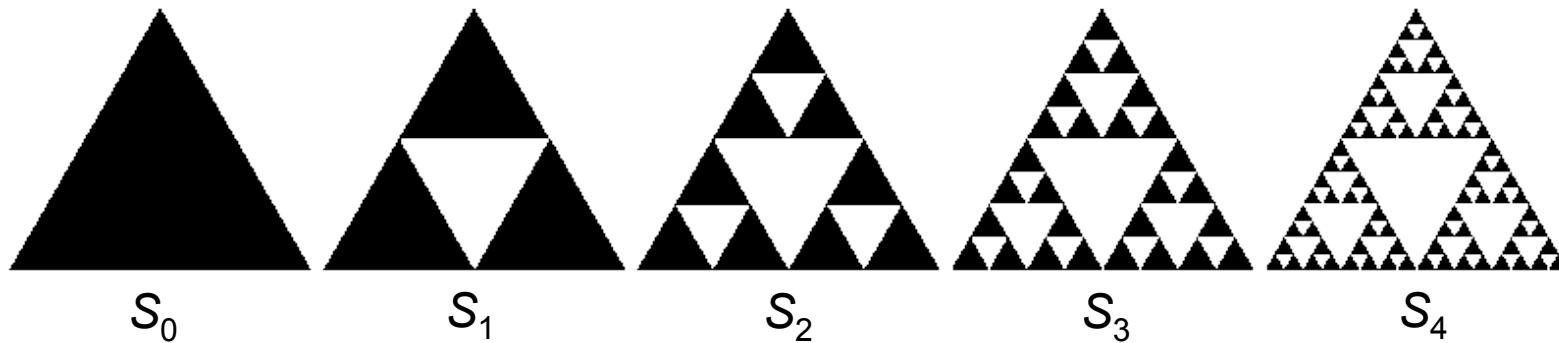
Flocon de neige de Helge Von Koch (1904)



Chaque côté du triangle équilatéral est le support initial d'une courbe de Von Koch.



Triangle de Sierpinski (1915)



Construction géométrique
réursive :

Pour construire S_{n+1} , on retranche à chaque triangle plein de S_n une portion triangulaire 4 fois plus petite.



Nature et objets fractals

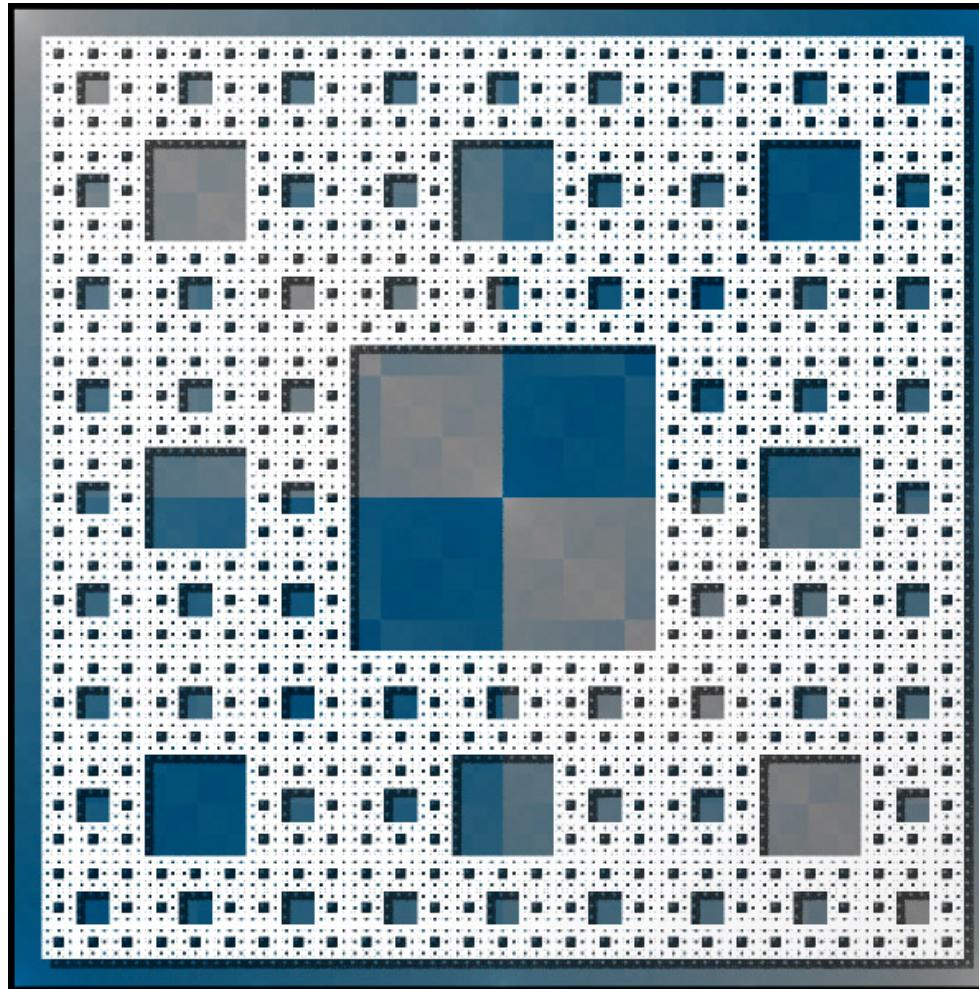


Conus Aulicus

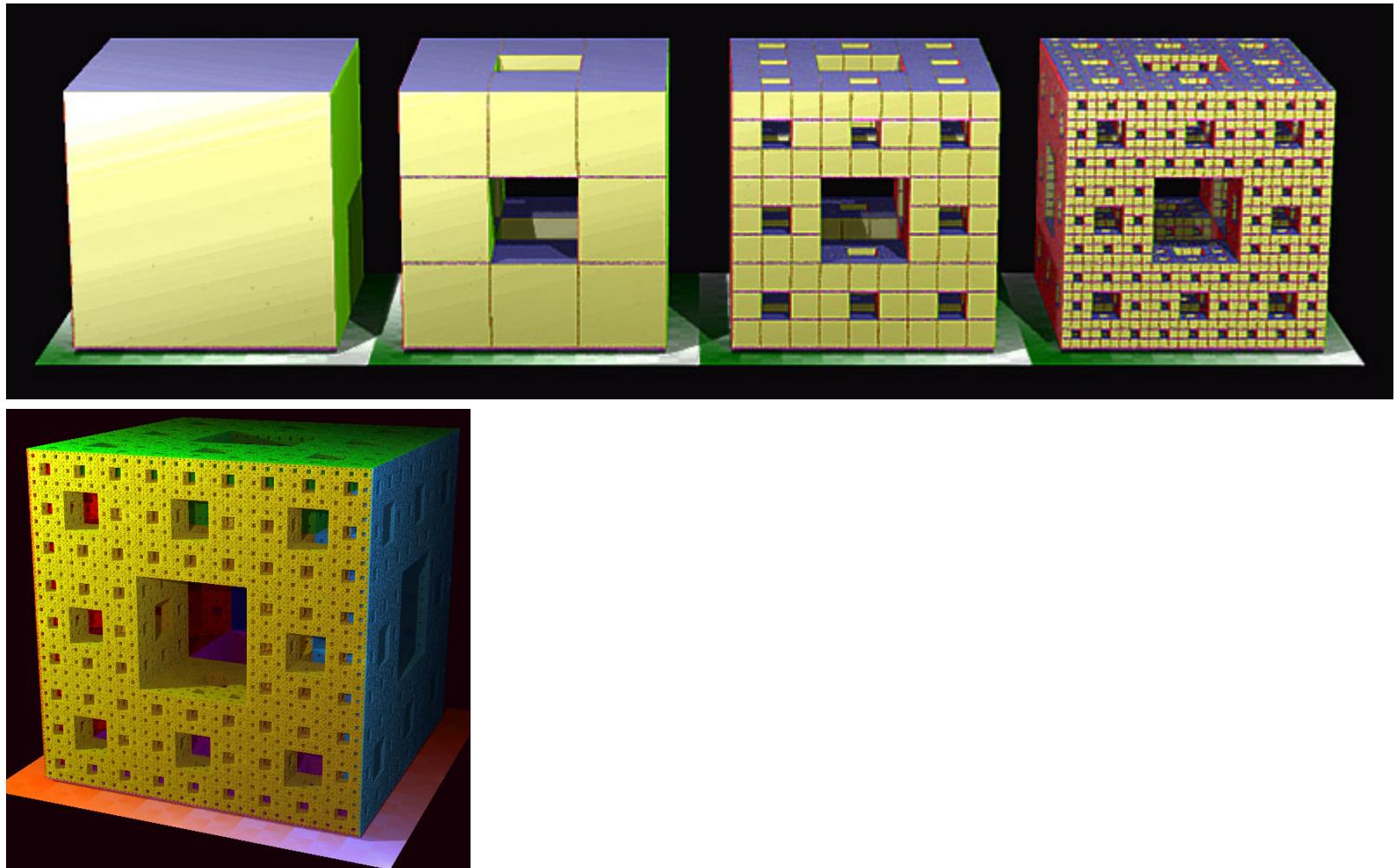
Coquillage appartenant à la classe
des *Gastropodes*.



« Tapis » de Sierpinski (1915)



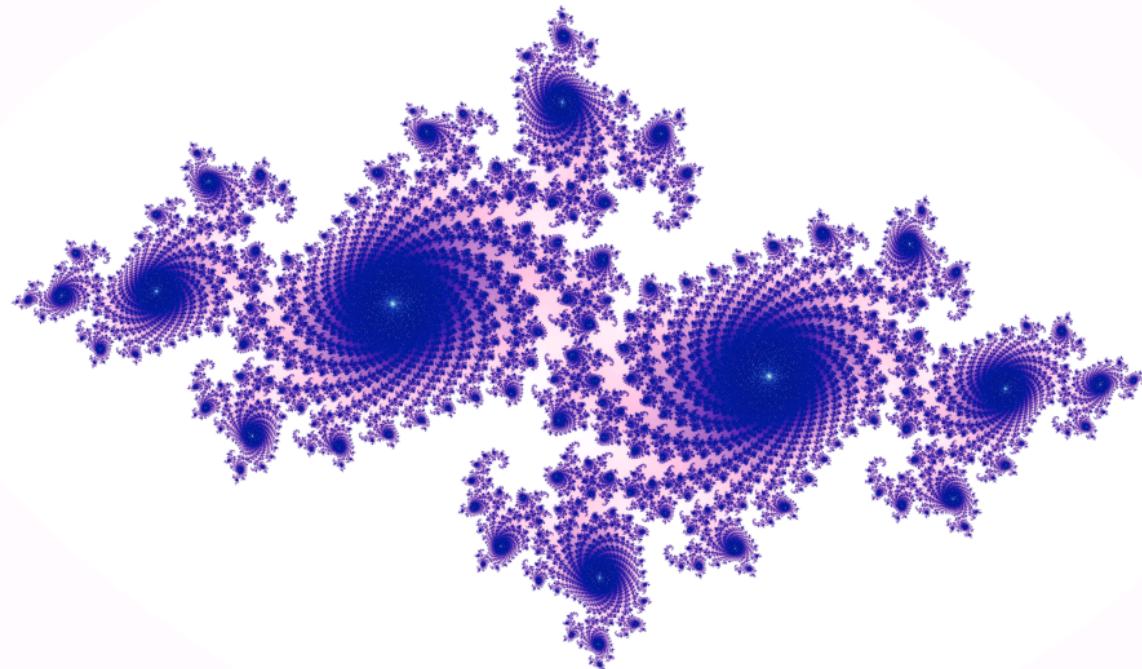
« Eponge » de Sierpinski-Menger (1915)



Ensemble de Julia (1918)

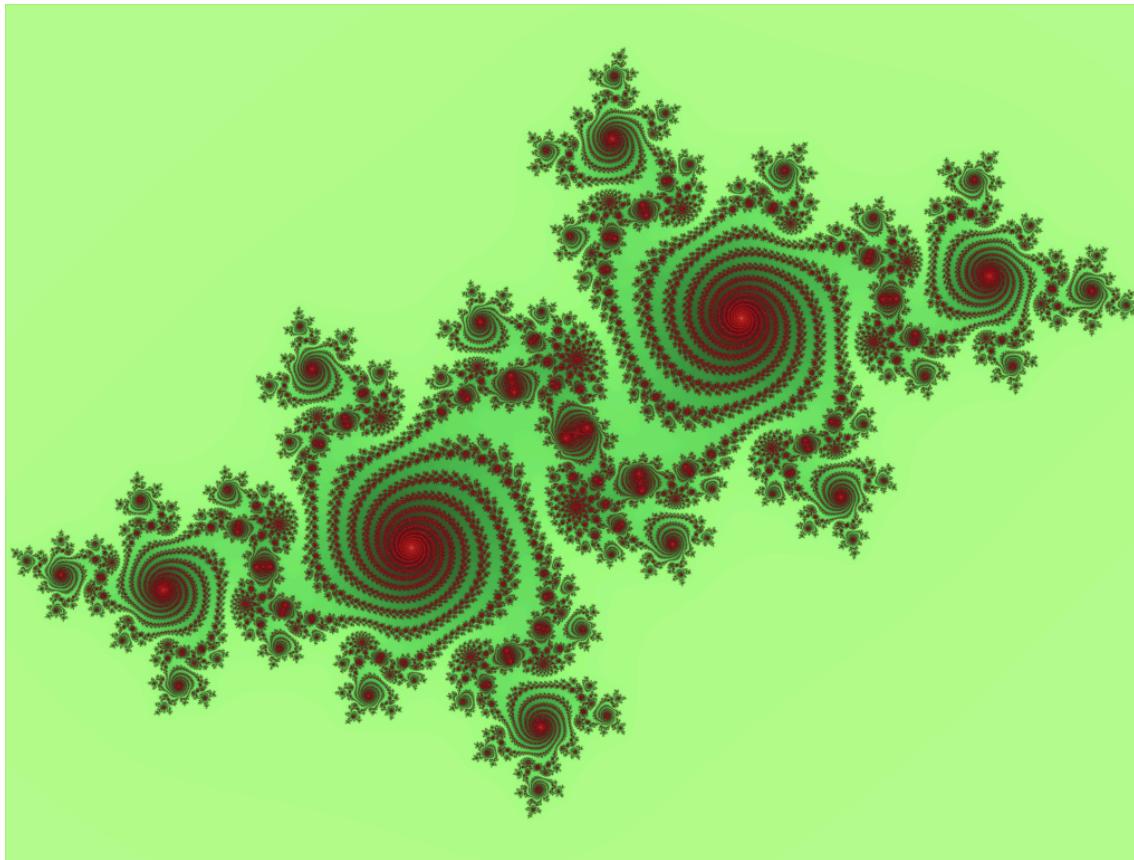
Suite complexe récurrente

$$J = \{ z \in \mathbb{C} : \exists k > 0 \ \forall n > 0 \ |z_n| < k \} \quad \text{où} \quad z_{n+1} = z_n^2 + c \quad \text{et} \quad z_0 = z$$



Ensemble de Julia (1918)

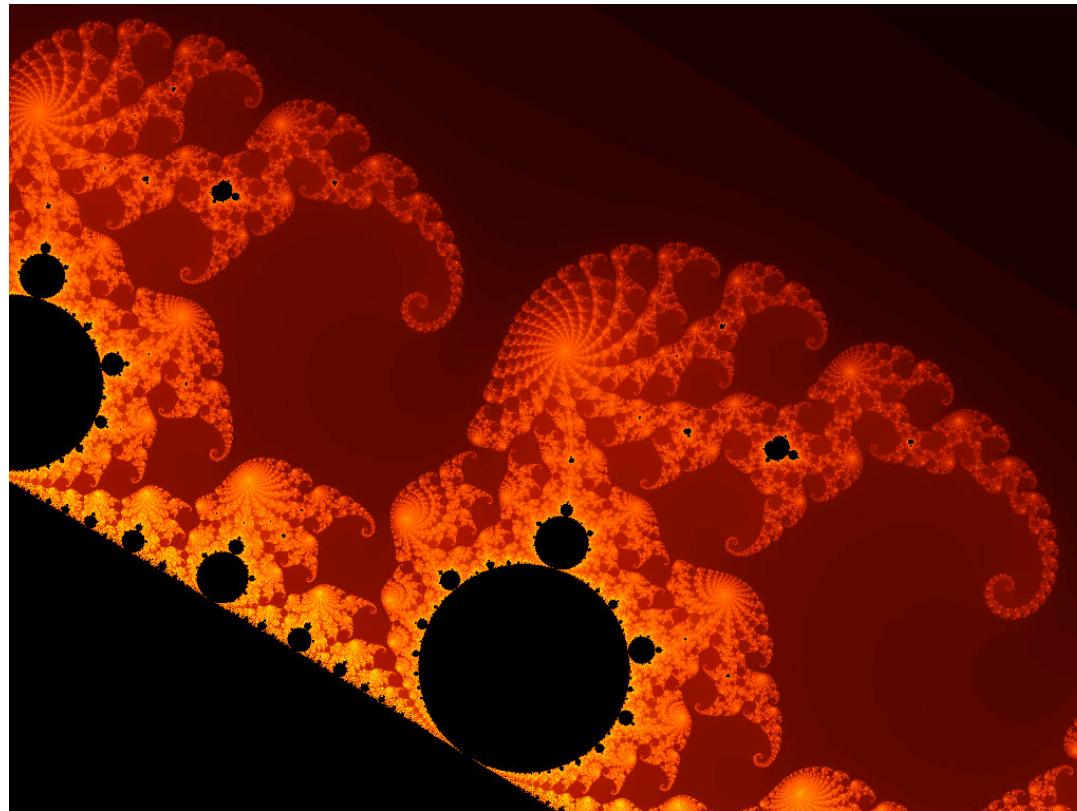
Même construction mais avec une constante c différente.



Ensemble M de Benoît Mandelbrot (1975)

Suite complexe récurrente

$$M = \{ z \in \mathbb{C} : \exists k > 0 \ \forall n > 0 \ |z_n| < k \} \text{ où } z_{n+1} = z_n^2 + z_0 \quad \text{et} \quad z_0 = z$$



Ensemble M de Benoît Mandelbrot (1975)

