

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}^{\top} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

If  $a = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$  then the minor at  $(3, 1)$  is  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ , the minor at  $(2, 2)$  is  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ , and the minor at  $(1, 3)$  is  $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ .

$$\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}\right) = 9$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -6 \\ -3 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 2 & -6 \\ -3 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & -6 \\ -3 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## **This Matrix Has Interesting Powers**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

## Matrices Act On Column Vectors

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

## Matrices Act On Row Vectors

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

## Matrices Don't Commute

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$



## Invertible Matrices Don't Commute

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 102 & 124 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$