

PROYECTO FINAL: RAPIDEZ DE ESCAPE DE UN CAMPO GRAVITACIONAL

INTRODUCCIÓN A LAS HERRAMIENTAS DE LA FÍSICA COMPUTACIONAL

Lara Cruz David Alejandro & Herrera Noriega Lincoln Antonio

Podemos notar que al lanzar una masa en dirección vertical al campo gravitacional en algún punto en la superficie de la tierra este tiende a tardar más en llegar de regreso a la superficie entre mayor sea la fuerza con la que este sea propulsado. Debe existir una energía cinética potencial tal que la suma de esta y la energía potencial del campo gravitacional al que se enfrente sean cero. Es importante llamar a la atención el hecho hay todo un conjunto de velocidades que pueden cumplir el valor de energía cinética para el que esta suma sea cero, por lo que la comúnmente llamada velocidad de escape es en verdad una rapidez de escape, ya que la velocidad específica puede no importar.

Para analizar la situación en detalle, podemos derivar nuestra rapidez de escape buscando el valor mínimo para el valor de la rapidez inicial necesitada para que el cuerpo pueda moverse infinitamente lejos de la superficie de la tierra. Supongamos la velocidad inicial v_i , y nuestras variables de interés rapidez v y el radio del centro del campo gravitacional r , con el radio inicial (la superficie de la tierra) R_E . Como la energía total del sistema es constante, podemos realizar la siguiente igualdad:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_E m}{R_E} = -\frac{GM_E m}{r_{max}}$$

En donde M_E es la masa de la tierra. Resolviendo para v_i^2 obtenemos:

$$v_i^2 = 2 GM_E \left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{r_{max}} \right)$$

Que el objeto tenga una velocidad de escape significa que la r_{max} tiende a infinito en la relación anterior. Realizando ese proceso podemos llegar a la expresión final en la que la v_i se vuelve la rapidez de escape:

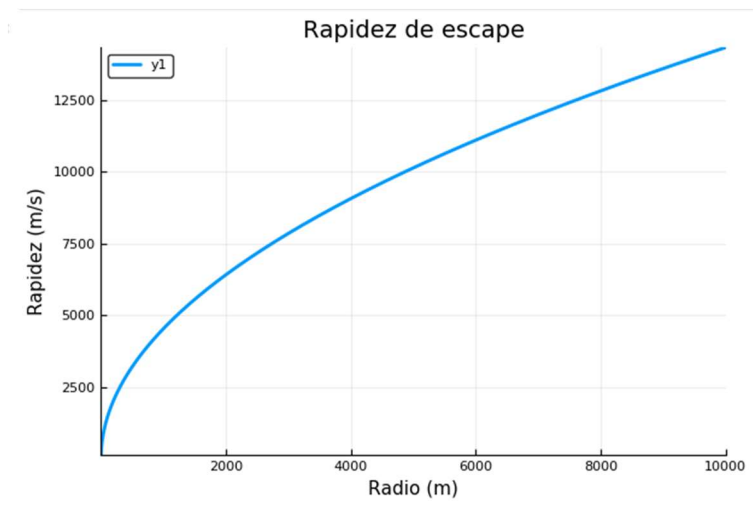
$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}$$

Hay que resaltar que esta expresión para v_{esc} es independiente de la masa del objeto, por lo que una mosca, digamos, tiene la misma velocidad de escape que cohete. Además, como ya se mencionó, también es independiente de la dirección de la velocidad y de su posición en la superficie de la tierra, pues solo depende del radio (todo esto si se ignora la fricción del aire). Tampoco debe pasarse con alto que se puede esta derivación se puede generalizar sin ningún

problema para el caso en que se quiera calcular la velocidad de escape desde cualquier otro planeta distinto a la tierra:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R_E}}$$

Donde M es la masa del planeta en cuestión. Podemos observar cómo se comporta esta expresión para radios comparables a los de la tierra en la siguiente gráfica:



A continuación mostramos las velocidades de escape de algunos planetas graficadas junto con la expresión general para la velocidad de escape:

Escape Speeds from the Surfaces of the Planets, Moon, and Sun	
Planet	v_{esc} (km/s)
Mercury	4.3
Venus	10.3
Earth	11.2
Mars	5.0
Jupiter	60
Saturn	36
Uranus	22
Neptune	24
Pluto	1.1
Moon	2.3
Sun	618

Podemos apreciar entonces porque algunos planetas no tienen atmósferas y otro sí, y la composición específica de estas. Planetas pocos masivos tienen una rapidez de escape pequeña que le permite hasta a las moléculas más masivas escapar, planetas de masa intermedia retienen las moléculas con mayor masa pero dejan escapar las ligeras como el hidrógeno y el helio como es el caso de la tierra, mientras que los planetas más masivos retienen hasta las moléculas de hidrógeno, como sucede con Júpiter.