

## INGENIERIE MECANIQUE

TN10

AVI

# Mesure et Analyse de la directivité de Violons



Institut Jean le Rond d'Alembert  
Paris (75005)

Encadrants :

FRITZ Claudia

GONZALEZ Sebastian

HARTENSTEIN Matthieu

OLLIVIER François

# Sommaire

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation de l'institut d'Alembert</b>	<b>2</b>
<b>2 Contexte et état de l'art</b>	<b>3</b>
2.1 Construction d'une directivité . . . . .	3
2.1.1 Harmoniques sphériques . . . . .	3
2.1.2 Calcul des coefficients d'expansion . . . . .	5
2.1.3 Directivité à l'infini . . . . .	6
2.2 Mesures de directivité d'un violon . . . . .	6
2.2.1 Rayonnement d'un violon . . . . .	6
2.2.2 Méthodes de mesure . . . . .	7
2.3 Système de mesure et d'estimation mis au point à d'Alembert . . . . .	8
2.3.1 Mesure d'une calotte et de violons avec une antenne 3D . . . . .	8
2.3.2 Code d'estimation . . . . .	10
2.3.3 Ordre de troncature . . . . .	10
2.4 Comparaison de directivités . . . . .	12
2.4.1 Comparaison visuelle . . . . .	12
2.4.2 Corrélation sphérique (NCC) . . . . .	14
2.4.3 Principale région de rayonnement . . . . .	14
<b>3 Mise en application</b>	<b>15</b>
3.1 Directivité d'une calotte sphérique . . . . .	15
3.1.1 Comparaison de plusieurs mesures . . . . .	15
3.1.2 Comparaison Théorie/Expérimental . . . . .	17
3.2 Directivité de six violons . . . . .	19
3.2.1 Étude des violons . . . . .	19
3.2.2 Répétabilité . . . . .	20
3.2.3 Directivité moyenne . . . . .	21
<b>Conclusion</b>	<b>25</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>26</b>
<b>Annexe</b>	<b>27</b>

# Introduction

La directivité est une grandeur décrivant la dépendance spatiale de l'énergie sonore rayonnée par une source en fonction de la fréquence. C'est un paramètre central pour la description de sources sonores et particulièrement dans le cas des instruments de musique. L'étude du rayonnement physique d'un violon est une étape clé dans la quête de ce qui constitue un bon instrument, l'objectif étant de faire le lien entre des grandeurs physique et le ressenti du musicien ou du public. Ce sujet aussi ancien que complexe par la grande variabilité des instruments et par la difficulté d'identifier les paramètres de fabrication à considérer pour des violons conçus artisanalement.

Dans le but de mieux comprendre les différences de rayonnement entre différents instruments, six violons ont été conçus avec une grande précision et de nombreux contrôles durant la fabrication, permettant d'analyser et de corrélérer leur directivité avec leur différence de construction. Dans le cadre de cette étude, une méthode d'estimation de directivité a été mise au point au sein de l'institut d'Alembert. Cette méthode sera la base de mon stage, dont l'objectif est d'étudier la directivité des six violons. Ce stage a donc été l'occasion pour moi de d'assimiler les outils développés à d'Alembert et de le mettre en application sur des cas concrets. Ces deux aspects seront développés respectivement dans les parties 2 et 3 de ce rapport

# Chapitre 2

## Contexte et état de l'art

### 2.1 Construction d'une directivité

La directivité d'une source caractérise la dépendance **spatiale** de son rayonnement. Elle est décrite à une certaine distance  $r$  de la source, soit à l'aide d'une fonction sur une sphère de rayon  $r$ . Les coordonnées sphériques sont donc particulièrement adaptées lors de l'étude de directivité. Le repère conventionnel employé tout au long de ce rapport est présenté en Figure 2.1 avec les relations entre les coordonnées cartésiennes et sphériques suivantes :

$$\begin{cases} x = r \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi \\ y = r \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi \\ z = r \cdot \cos(\theta) \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \arccos \frac{z}{r} \\ \phi = \arctan \frac{y}{z} \end{cases}$$

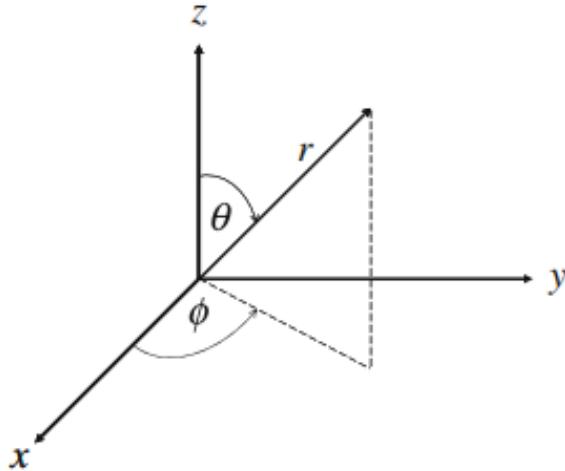


FIGURE 2.1 – Repère en coordonnées sphériques [Rafaely]

#### 2.1.1 Harmoniques sphériques

Les harmoniques sphériques forment une base de Fourier dans l'espace de Hilbert  $L_2(S^2)$ , pour les fonctions sur une sphère. En d'autres termes, toute fonction quadratiquement intégrable sur une sphère peut être écrite comme une somme pondérée de ces fonctions de base définies comme :

$$Y_n^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos \theta) e^{im\phi}$$

Où  $P_n^m$  sont les fonctions de Legendre.  $m$  est un entier réel désignant l'ordre de la fonction, et  $n$  un entier naturel désignant le degré de la fonction. Les fonctions de Legendre ne seront pas détaillées dans ce rapport mais sont présentées dans **RAFAELY (Section 1.3)**. Les représentations des harmoniques sphériques pour un ordre inférieur à 4 sont présentées en Figure 2.2. Leurs expressions sont renseignées en **ANNEXE**. Les couleurs renseignent sur le signe des fonctions, avec le cyan pour les valeurs positives et le magenta pour les valeurs négatives. L'ordre  $n$  correspond à la puissance maximale des termes  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$ , et contrôle de ce fait la dépendance spatiale suivant  $\theta$ . Le degré  $m$  représente quant à lui la puissance de  $e^{i\phi}$  et détermine la dépendance suivant  $\phi$ .

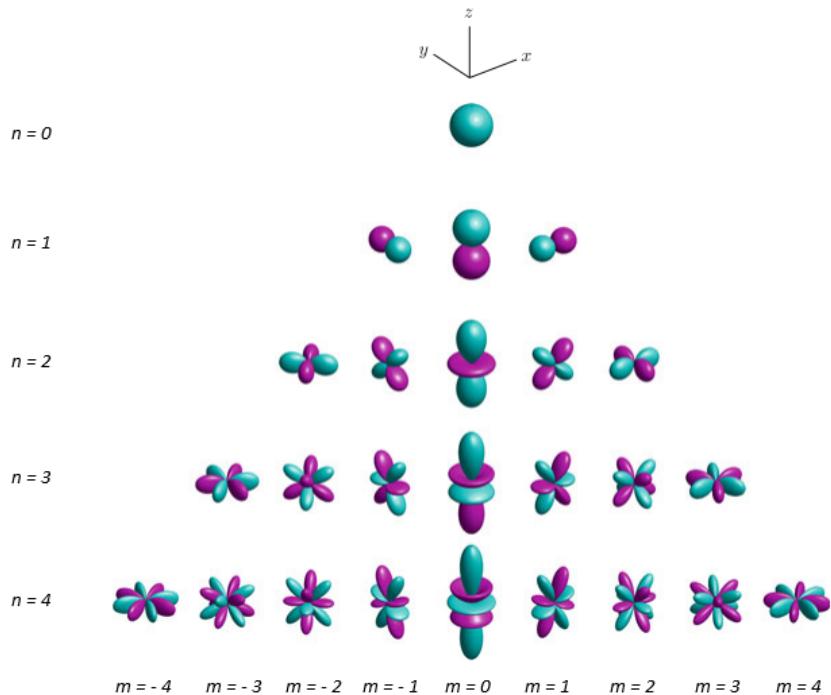


FIGURE 2.2 – Représentation des harmoniques sphériques d'ordre  $n \leq 4$  avec  $-n \leq m \leq n$ . La partie imaginaire des harmoniques sphériques  $Im\{Y_n^m(\theta, \phi)\}$  est représentée à gauche pour  $m < 0$  et la partie réelle  $Re\{Y_n^m(\theta, \phi)\}$  à droite pour  $m > 0$  [Rafaely]

Les fonctions harmoniques sphériques permettent de décrire toute fonction  $f(\theta, \phi) \in L_2(S^2)$  :

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm} Y_n^m(\theta, \phi)$$

Où les coefficients  $a_{nm}$  sont les poids pouvant être estimés à partir de  $f(\theta, \phi)$  :

$$a_{nm} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) [Y_n^m(\theta, \phi)]^* \sin \theta d\theta d\phi$$

Ces deux équations décrivent respectivement la transformée de Fourier sphérique et son inverse.

## 2.1.2 Calcul des coefficients d'expansion

Dans un espace 3D, le champ de pression émis par une source située à l'origine peut être écrit en tout points à l'aide des fonctions harmoniques pondérées par le produit des coefficients d'expansion sphériques  $c_n^m$  et des fonctions de Hankel du second ordre  $h_n^{(2)}(kr)$  :

$$p(r, \theta, \phi, k) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_n^m(k) h_n^{(2)}(kr) Y_n^m(\theta, \phi)$$

La pression peut être déterminée en tout à condition de connaître les coefficients  $c_n^m$ , qui ne dépendent pas de la distance à la source, jusqu'à un certain ordre tronqué N. De la mesure de la pression sur un nombre fini de points Q découle le système matriciel suivant :

$$p = \psi c + e$$

Avec e l'erreur et en notant :

$$\psi_n^m(r, \theta, \phi, k) = h_n^{(2)}(kr) Y_n^m(\theta, \phi)$$

$\mathbf{p}$  est alors le vecteur des Q pressions mesurées,  $\mathbf{c}$  le vecteur de  $(N + 1)^2$  coefficients et  $\psi$  la matrice de taille  $(Q, (N + 1)^2)$

$$\psi = \begin{Bmatrix} \psi_0^0(r_1, k) & \psi_1^{-1}(r_1, k) & \dots & \psi_N^N(r_1, k) \\ \psi_0^0(r_2, k) & \psi_1^{-1}(r_2, k) & \dots & \psi_N^N(r_2, k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \psi_0^0(r_Q, k) & \psi_1^{-1}(r_Q, k) & \dots & \psi_N^N(r_Q) \end{Bmatrix}$$

Avec un nombre de mesures supérieur au nombre de coefficients à déterminer et en notant  $\psi^\dagger = (\psi^T \psi)^{-1} \psi^T$  la pseudo-inverse de  $\psi$ , la solution des moindres carrés du système est :

$$\hat{c} = \psi^\dagger p$$

Le nombre de mesure  $Q > N$  ne constitue néanmoins pas un critère suffisant pour une reconstruction fiable tronquée à l'ordre N. Le positionnement des microphones doit en effet être pensé pour reconstruire correctement le champ mesuré. Une grille équiangulaire permet par exemple une reconstruction jusqu'à un ordre N avec  $4(N+1)^2$  microphones tandis qu'une répartition gaussienne permet de n'en employer que  $2(N+1)^2$  ([RAFAELY, section 3]).

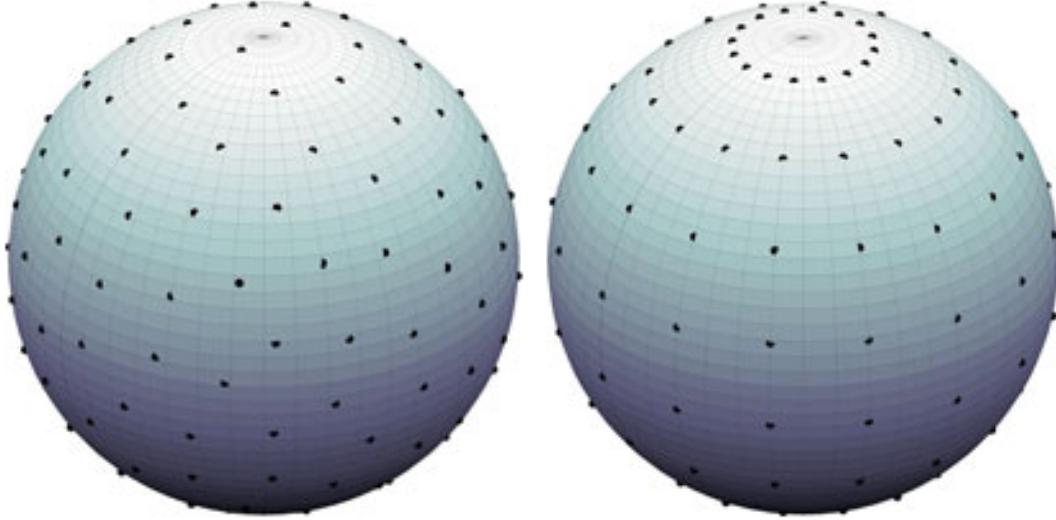


FIGURE 2.3 – Répartition des équiangulaire pour  $N = 5$  de 144 microphones (à gauche) et gaussienne pour  $N = 7$  de 128 microphones (à droite)

### 2.1.3 Directivité à l'infini

L'estimation des coefficients  $c_n^m$  permet de décrire le champ de pression complet dans l'espace. La directivité décrit le rayonnement à un rayon  $\mathbf{r}$  donné, sans considération sur l'influence du rayon sur la phase ou l'amplitude réelle. Pour l'étude des violons, l'intérêt porte sur la directivité à l'infini. En considérant que  $h_n^{(2)}(kr) \approx i^{n+1} \frac{e^{-ikr}}{kr}$  lorsque  $kr \gg 1$ , la pression en champ lointain s'écrit :

$$p(r, \theta, \phi) = \frac{e^{-ikr}}{kr} \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n \hat{c}_n^m(k) i^{n+1} Y_n^m(\theta, \phi)$$

D'où la fonction de directivité à l'infini :

$$\tilde{D}_\infty(\theta, \phi, k) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n \hat{c}_n^m(k) i^{n+1} Y_n^m(\theta, \phi)$$

## 2.2 Mesures de directivité d'un violon

### 2.2.1 Rayonnement d'un violon

La directivité d'une source varie en fonction de la fréquence, celle du violon peut être séparée en trois régions principales. En dessous 850Hz environ, le rayonnement, déterminé par les quelques premiers modes, est quasiment isotrope et le violon a un comportement monopolaire. La deuxième région s'étend jusque 2 à 3kHz et est caractérisée par plusieurs modes en superposition. Dans le plan du chevalet, le rayonnement y est alors dipolaire et le violon rayonne principalement vers le haut et le bas tandis que le rayonnement est unidirectionnel et dirigé vers l'audience, soit vers la tête du violon, dans le plan du violon. La dernière région en hautes fréquences est difficile à caractériser à cause de sa grande densité de modes et de leurs chevauchements. Le chevalet possède

une résonance plus forte dans cette plage de fréquence et a donc une influence importante dans le rayonnement global du violon.

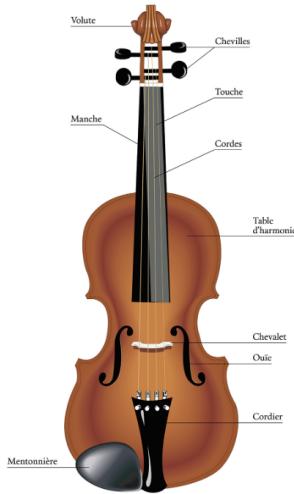


FIGURE 2.4 – Nomenclature d'un violon

Dans la première région du violon, la densité modale est moins importante et les modes plus faciles à identifier. Le premier mode A0 est un mode de cavité dépendant principalement du volume d'air dans le violon et de la surface des ouïes. Il se situe autour de 280Hz et sa position varie peu d'un violon à un autre, les dimensions étant sensiblement les mêmes pour tous les instruments. Le mode de corps B1 est dissociable en B1+ et B1- pour la résonance de la table et du fond du violon. Ils interviennent entre 400 et 600Hz, avec le deuxième mode de cavité A1. Cette plage de fréquence présente donc plusieurs modes dont la fréquence peut varier et qui ne peuvent alors pas être identifiés directement sur le spectre (voir Figure 2.5). La présence de la mentonnière peut également altérer les modes de corps.

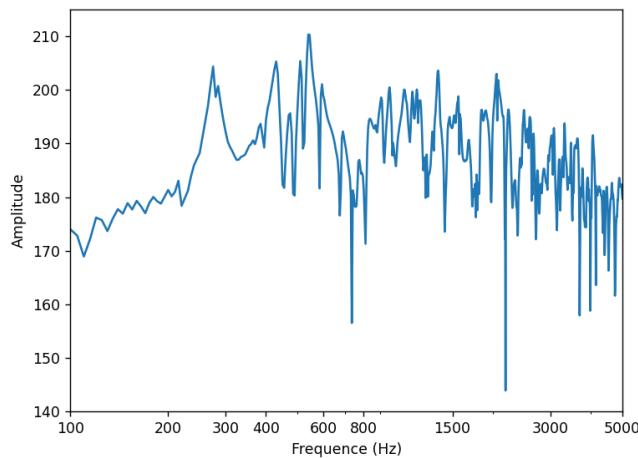


FIGURE 2.5 – Spectre d'un violon

## 2.2.2 Méthodes de mesure

Déterminer la directivité d'un instrument nécessite de connaître le rayonnement en fonction de la position dans l'espace et de la fréquence. On s'intéresse généralement au plan du chevalet

et du corps du violon pour la directivité 2D, alors qu'il faut mesurer le rayonnement dans toutes les directions pour décrire la directivité en trois dimensions. La méthode de mesure reste la même quelque soit le cas et consiste à mesurer le champ direct, donc en chambre anéchoïque, émis par la source aux différents points d'intérêt. Pour cela, il est possible réaliser la mesure directement sur une antenne de plusieurs microphones dont la position est connue, ou de répéter une mesure en changeant l'orientation de la source ou du microphone. La deuxième méthode demande une répétabilité de la méthode d'excitation, puisqu'elle suppose que le rayonnement émis par la source est le même pour les différentes mesures.

Plusieurs méthodes d'excitation ont été employées depuis le début de l'étude des violons. Elle peut être réalisée directement par un archet sur les cordes pour reproduire le plus fidèlement le comportement du violon en situation de jeu. Le plus naturel est alors de mesurer le jeu d'un violoniste, permettant également d'obtenir la directivité de l'ensemble violon et musicien, ce dernier jouant inévitablement un rôle dans la directivité du violon qui n'est pas considéré avec les autres modes d'excitation. Cette méthode n'est néanmoins pas répétable et nécessite une mesure sur une antenne de microphones. Des machines à archet proposent un compromis avec une excitation des cordes répétables, mais en omittant le musicien. Une autre méthode consiste à exciter le chevalet, pièce transmettant la vibration des cordes au reste du violon. Le chevalet peut être alors excité par une vibration horizontale pour simuler la vibration des cordes, ou par une impulsion réalisée avec un marteau d'impact par exemple.

## 2.3 Système de mesure et d'estimation mis au point à d'Alembert

### 2.3.1 Mesure d'une calotte et de violons avec une antenne 3D

La méthode d'estimation de directivité développée à l'institut d'Alembert passe par des mesures de la source étudiée sur une antenne 3D. L'antenne conçue est une antenne cubique de 116 x 118 x 96 cm<sup>3</sup> constituée de 32 barres de 8 microphones MEMS chacune, connectées à un concentrateur Mega Micros. Cette antenne a permis de mesurer la réponse impulsionale, ainsi qu'en situation de jeu, des six violons. Parallèlement, la mesure d'une source type, une calotte sphérique, permettra de vérifier la robustesse de la méthode de mesure et de calcul. Les mesures sont réalisées en plaçant la source à l'intérieur de l'antenne et en enregistrant simultanément le signal reçu par les MEMS, dont la position est connue et précisée par calibration géométrique. Il faut noter que les micros ne sont pas positionnés de manière équidistante sur les barres et qu'aucune ne se trouvait dans plan équatorial ( $z = 0$ ). Un micro de référence Brüel & Kjaer est également placé en comme référence pour les mesures et le repère, autrement dit la position du microphone est définie comme l'origine. Les mesures sont réalisées en chambre anéchoïque pour ne recevoir que le champ direct des sources.

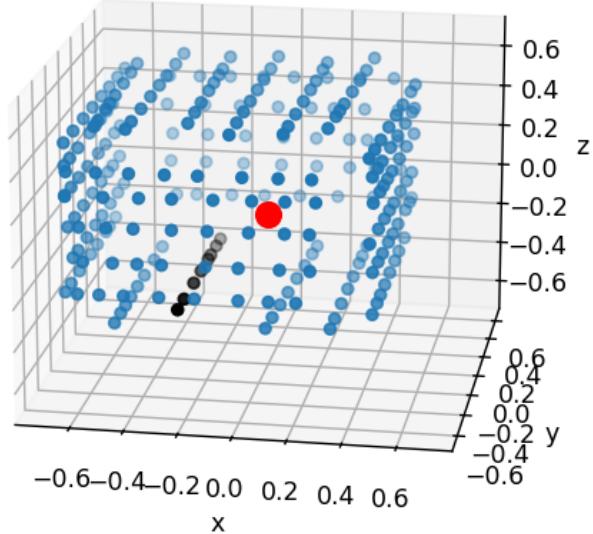


FIGURE 2.6 – Antenne pour la mesure des violons. Une barre de MEMS a été retirée pour la mesure des violons, représentée en noir. L'origine est représentée par le point rouge

Pour les mesures **un** situation de jeu des violons, un violoniste a interprété un extrait d'une pièce de Glazunov de 12 secondes environ ; ainsi qu'une gamme chromatique sur deux octaves, jouée *forte* et *piano*. L'extrait de la pièce et les deux gammes ont été répétées trois fois. La réponse à un impact a été mesurée en plaçant le violon sur un trépied, excité par un marteau piézoélectrique frappant verticalement le chevalet. L'impact est répété cinq fois pour le mesure de chaque violon, et le signal du marteau enregistré parallèlement au signal du micro de référence et des MEMS. Dans cette configuration, les cordes ont été étouffées avec du papier pour n'étudier que le rayonnement du corps du violon, sans résonances supplémentaires. Pour permettre au musicien d'entrer à l'intérieur de l'antenne, une des barres inférieures de l'antenne a été retirée (Figure 2.6), le calcul de directivité pour les violons se fait donc sur une antenne de 248 microphones.

**Pour l'étude de la source type, une calotte sphérique de rayon  $R = 8.5\text{cm}$ , avec une membrane vibrante de rayon  $Rm = 3.5\text{cm}$  a été mesurée.** Le signal émis par la calotte positionnée est un sweep de 12 secondes, afin d'émettre dans une large bande de fréquence. Les mesures sont répétées plusieurs fois pour différentes position de la calotte dans l'antenne.

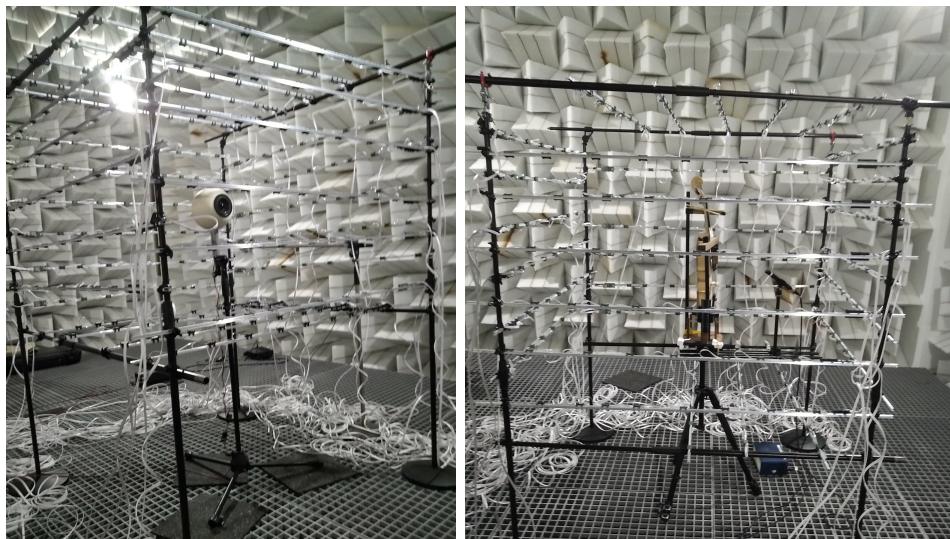


FIGURE 2.7 – Dispositif de mesure mis au point à l'institut d'Alembert

Le microphone de référence Brüel & Kjaer initialement à l'origine du repère a également été avancé de 20 cm pour les mesures d'impact afin de ne pas interférer avec le chevalet.

Dans un premier temps, seul le rayonnement provoqué par les impacts au marteau sera considéré. Celui-ci permet la comparaison du rayonnement du corps seul des violons dans une analyse relativement simple avec la position du violon stable et connue.

### 2.3.2 Code d'estimation

Les mesures sur l'antenne permettent d'obtenir la réponse de la source en fonction de la position et de la fréquence, sur chaque microphone après une transformée de Fourier rapide. Le code d'estimation de directivité, développé sous Python permet ensuite de reconstruire la directivité à l'infini à partir du spectre fréquentiel mesuré, de la position des microphones et de la source, ainsi que l'ordre maximal de troncature N. La position de la source, extrémité du chevalet pour les violons et centre de l'enceinte pour la calotte sphérique, permet de recentrer l'antenne de microphones autour du centre acoustique. Dans le cas de la calotte, le centre acoustique théorique est situé en réalité devant le haut-parleur et dépend de la fréquence. Cependant, sa position étant difficile à déterminer, le choix de considérer le centre de l'enceinte comme origine a été conservé. Pour les violons, la véritable position du centre acoustique est d'autant plus complexe à estimer. L'objectif global étant de comparer les directivités entre les différents instruments, le choix d'une même position comme origine pour tous les violons est un critère suffisant pour l'étude.

Pour chaque fréquence d'intérêt, les coefficients d'expansion sphérique sont obtenus, en accord avec les équations en 2.1. Les solutions du système  $p = \psi c$  sont calculées à l'aide de la bibliothèque scientifique *NumPy*. De même, la bibliothèque *SciPy* permet d'obtenir les harmoniques sphériques en fonction de l'ordre, du degré, et des angles considérés. La reconstruction de directivité se fait ensuite directement sur une grille équiangulaire avec un pas d'environ 3.6°.

### 2.3.3 Ordre de troncature

Le choix de l'ordre de troncature N joue un rôle crucial dans l'estimation de directivité ; un ordre trop faible ne permettant pas de reconstruire fidèlement la mesure, et un ordre trop élevé

provoquant un surajustement des mesures. L'importance de choisir un ordre de troncature suffisant est illustré en Figure 2.8, qui montre le rayonnement théorique d'une calotte sphérique pour différentes valeurs de N. Les ordres de troncatures représentés correspondent respectivement à la valeur entière de  $kr/4$ ,  $kr/2$ ,  $kr$  et  $2kr$  avec  $r = 1m$ . A 500Hz, on s'attend à avoir un rayonnement **unipolaire**, ce qu'on observe à partir de  $N \approx kr$ . En dessous de cette valeur, le champ n'est pas fidèlement reconstruit à proximité de la calotte. Le critère  $N \approx kr$  est donc approprié lorsque l'intérêt porte sur le champ proche.

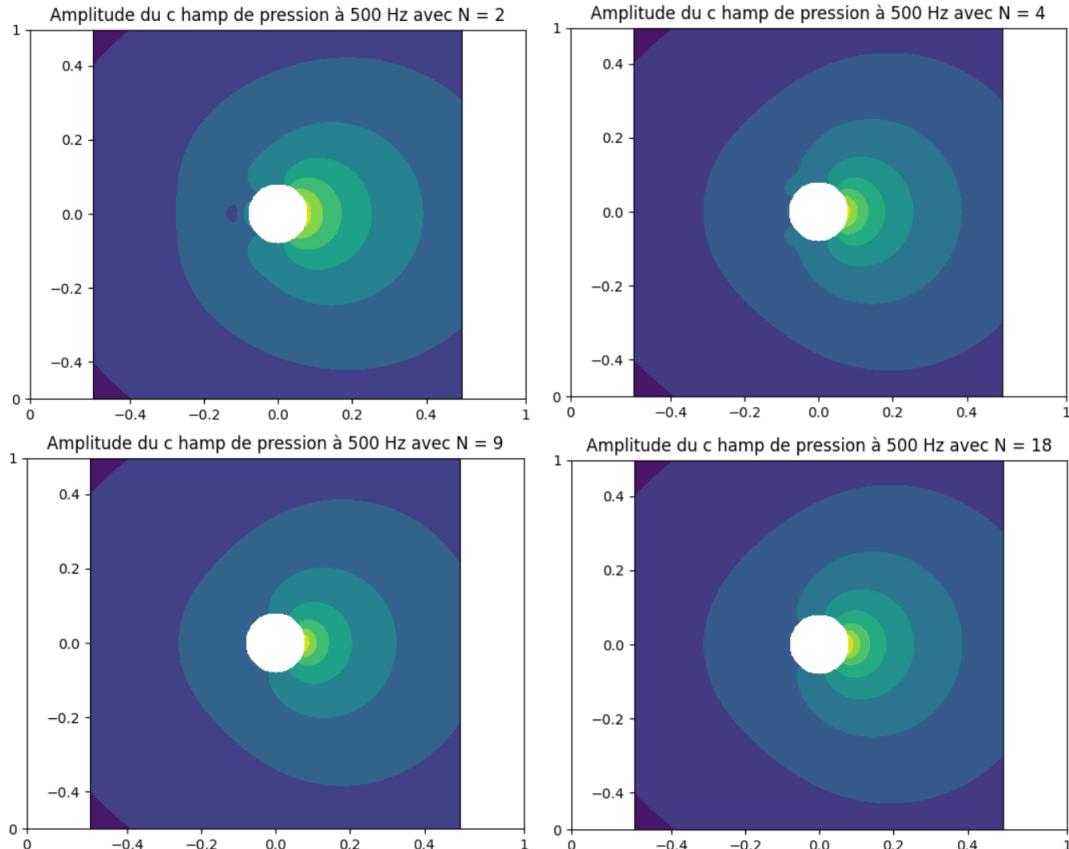


FIGURE 2.8 – Rayonnement théorique d'une calotte sphérique pour différents ordres de troncature N

L'objectif de l'étude étant de reconstruire la directivité du champ **lointain**, un ordre de troncature maximal en fonction de la fréquence est déterminé dans le code mis au point à d'Alembert. Cet ordre maximal est basé sur la décroissance des fonctions de Hankel (Figure 2.9). L'amplitude de ces fonctions peut en effet être assimilée à deux asymptotes, en champ proche et champ lointain dont les équations sont les suivantes :

$$\begin{cases} |h_n^{(2)}|(kr \ll 1) \approx \frac{1}{(kr)^{n+1}} \frac{(2n)!}{2^n n} \\ |h_n^{(2)}|(kr \gg 1) \approx \frac{1}{kr} \end{cases}$$

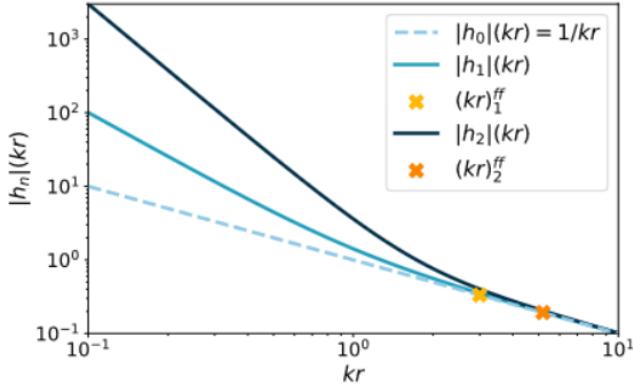


FIGURE 2.9 – Comportement de l'amplitude des fonctions de Hankel pour les 3 premiers ordres

L'objectif étant de modéliser la directivité du champ lointain, seules les fonctions d'ordre N assez proches de leur asymptote en champ lointain à une fréquence donnée sont modélisées. Pour cela, on introduit  $(kr)_n^c = \left(\frac{(2n)!}{2^n n!}\right)^{1/n}$  la valeur de  $kr$  à la croisée des deux asymptotes, et la valeur de coupure à partir de laquelle les ondes sphériques contribuent au champ lointain  $(kr)_n^{ff} = \eta(kr)_n^c$ , avec  $\eta$  un coefficient de sécurité. Ces valeurs d'activation sont représentées par des croix pour l'ordre 1 et 2 sur la Figure 2.9 pour  $\eta = 3$ . Pour des mesures réalisées à une distance minimale  $r_{min}$ , on peut donc déterminer la fréquence à partir de laquelle modéliser les mesures jusqu'à l'ordre n :

$$f_n^{ff} = c_0 \frac{(kr)_n^{ff}}{2\pi r_{min}}$$

Le Tableau 2.1 montre ces fréquences pour un exemple avec  $r_{min} = 1$  pour des ordres de 1 à 9. Il en ressort la nécessité de limiter l'ordre de troncature en basses fréquences.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Freq min (Hz)	162	281	400	520	639	758	878	997	1117

TABLE 2.1 – Fréquences d'activation pour différents ordre N

## 2.4 Comparaison de directivités

### 2.4.1 Comparaison visuelle

Afin de comparer la directivité de plusieurs sources, il existe différentes manières de les représenter graphiquement.

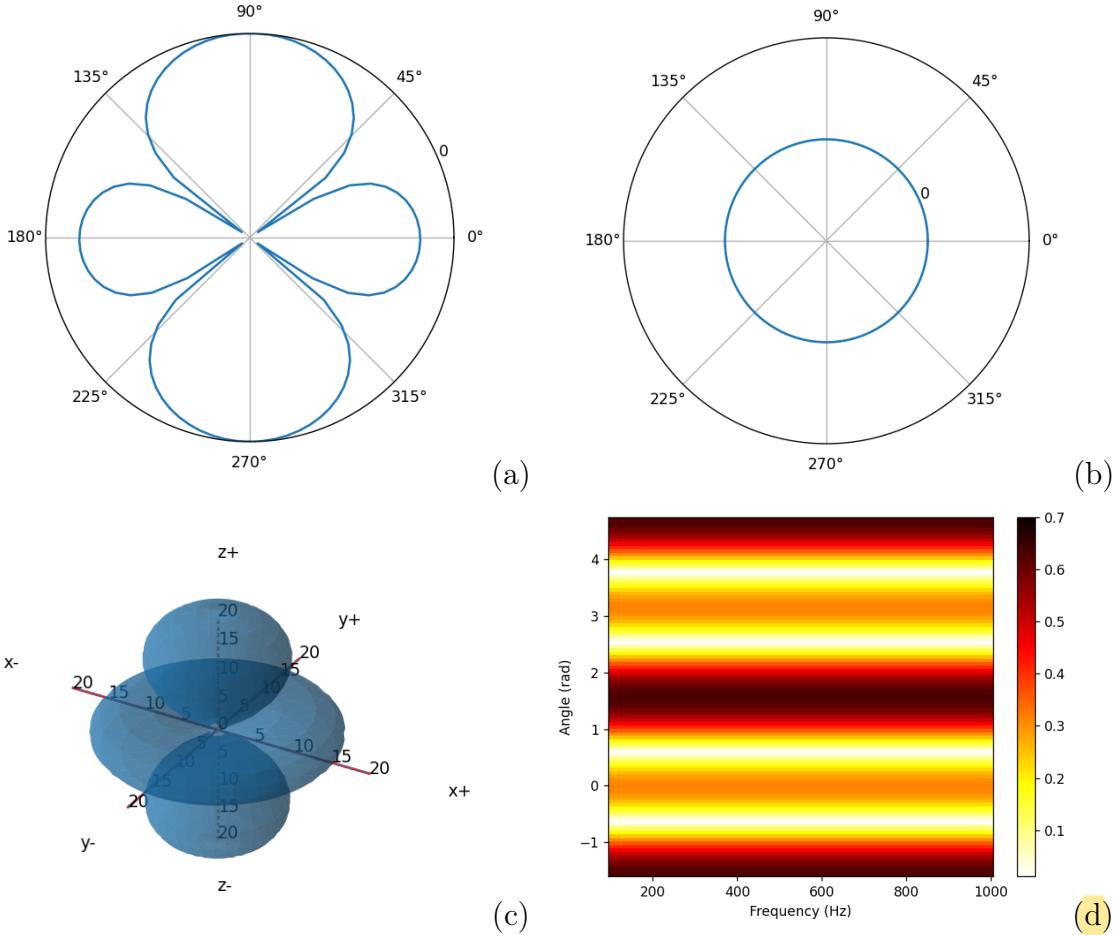


FIGURE 2.10 – Représentations d'un quadripôle sous forme de diagramme polaire dans le plan vertical ( $x,z$ ) (a) et horizontal ( $x,y$ ) (b), de ballon 3D (c) et de diagramme angle/fréquence vertical (d)

La Figure 2.10 montre différentes manières de représenter une directivité, pour l'exemple type d'un quadripôle. Les diagrammes polaires consistent à tracer l'amplitude de la directivité dans un seul plan. Ici, l'échelle est en décibel avec comme référence l'amplitude maximale parmi les angles considérés. Le ballon 3D retrace l'amplitude de la même manière, mais en trois dimensions. Le diagramme angle/fréquence l'amplitude avec une échelle de couleur, permettant d'ajouter l'axe des fréquences à la visualisation. La source fictive est ici un quadripôle parfait et donc constant en fréquence ce qui ne permet pas l'affichage de l'évolution de motif. Comme pour les diagrammes polaires, le diagramme angle/fréquence peut être tracé dans le plan horizontal et vertical. Dans le cas d'un quadripôle, les plans horizontaux sont constants en fonction de l'angle, d'où le choix du plan vertical.

La représentation en diagramme polaire demande beaucoup de restrictions, étant tracé dans un plan à une fréquence unique. Il permet néanmoins une comparaison relativement aisée des motifs de différentes sources ou à différentes fréquences, tant que leur nombre reste raisonnable, puisqu'ils peuvent être superposés sur la même figure. Bien que la représentation en ballon 3D ne mette aucune information de côté à une fréquence donnée (on peut imaginer également afficher la phase avec de la couleur), la comparaison entre plusieurs ballons reste moins évidente. La superposition de ballons est en effet moins lisible que pour une figure 2D, et l'analyse en fréquence nécessite la représentation d'un ballon pour chaque fréquence d'intérêt. Il est donc important de bien choisir

son mode de représentation en fonction de l'information à mettre en valeur.

### 2.4.2 Corrélation sphérique (NCC)

La comparaison à l'aide des graphiques présenté plus haut permet l'analyse visuelle de motifs, mais pas de quantifier la similitude entre deux sources ou d'identifier quelles sources ont la plus grande affinité parmi un échantillon. Pour cela, différents estimateurs sont décrits dans **source** pour comparer les directivités de sources acoustiques. Le premier s'intéresse à la corrélation de la forme 3D de la directivité.

Soient deux vecteurs  $u$  et  $v$ , l'indice de corrélation de ces deux vecteurs vaut :

$$\frac{u \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|}$$

La corrélation des fonctions de directivités de deux sources peut être calculée entre les directivités spatiales ou les coefficients d'harmoniques sphériques de manière équivalente (**égalité de Parseval**). La corrélation des coefficients d'harmoniques sphériques est un indicateur comparant la forme de la directivité de deux sources facile à estimer.

$$NCC_{i,j}(f) = \frac{\hat{c}_i(f)\hat{c}_j(f)}{\|\hat{c}_i(f)\| \cdot \|\hat{c}_j(f)\|}$$

Les *Normalized Cross Correlation Index* (NCC) dépendant de la fréquence, la valeur moyenne des NCC sur les fréquences étudiées  $\overline{NCC}_{i,j}$  renseigne sur la comparaison globale des deux sources  $i$  et  $j$ .

### 2.4.3 Principale région de rayonnement

Les NCC décrivent la directivité dans son ensemble, il peut toutefois être intéressant de comparer les régions où le rayonnement est le plus important. Pour cela, on **défini** la région principale de rayonnement comme l'ensemble des directions dans lesquelles la directivité est suffisamment élevée :

$$R = \{(\bar{\theta}, \bar{\phi}) : \hat{d}_{dB}(\bar{\theta}, \bar{\phi}, f) \geq \tau\}$$

Avec  $\hat{d}_{dB}(\bar{\theta}, \bar{\phi}, f) = 10 \log\left(\frac{|\hat{d}_{dB}(\bar{\theta}, \bar{\phi}, f)|}{\max(|\hat{d}_{dB}(\bar{\theta}, \bar{\phi}, f)|)}\right)$  et le seuil  $\tau$  à définir.

Le **Jaccard similarity index** (JSI) décrit la similarité de régions principales de rayonnement :

$$JSI_{i,j}(f) = \frac{|\overline{d}_i(f) \cup \overline{d}_j(f)|}{|\overline{d}_i(f) \cap \overline{d}_j(f)|}$$

Où  $\hat{d}_i(\theta, \phi, f)$  la fonction binaire égale à 1 si la direction  $(\theta, \phi)$  se trouve dans la région principale de rayonnement de la source  $i$ , et nulle pour les autres valeurs de  $(\theta, \phi)$ .

A l'instar du  $\overline{NCC}$ ,  $\overline{JSI}$  est la valeur moyennée en fréquence.

# Chapitre 3

## Mise en application

### 3.1 Directivité d'une calotte sphérique

Une calotte sphérique est un haut-parleur constitué d'une membrane vibrante située sur une sphère rigide. Le champ de pression rayonné par une calotte sphérique est symétrique autour de l'axe z (constant pour tout  $\phi$ ) et entièrement conditionné par son rayon R et le rayon de la membrane vibrante.

$$p(r, \theta, \phi, k) = -i\rho_0 c \sum_{n=0}^{\infty} W_n P_n(\cos \theta) \frac{h_n^{(2)}(kr)}{h_n^{(2)'}(kR)}$$

Avec  $P_n$  le polynôme de Legendre de degré n et  $W_n = \frac{1}{2}w_0(P_{n-1}(\cos \theta_0) - P_{n+1}(\cos \theta_0))$

Par identification, les coefficients d'harmoniques sphériques d'une calotte sphérique valent  $c_n = \frac{W_n}{h_n^{(2)'}(kR)}$ .

Le champ de pression étant axisymétrique, la somme est réalisée uniquement sur n (m = 0), et les coefficients  $c_n$  sont également axisymétriques. Les coefficients 3D peuvent être exprimés en fonction des coefficients axisymétriques avec la relation  $c_n^m = \sqrt{\frac{4\pi}{2n+1}} c_n \delta_{m0}$ , où  $\delta_{m0}$  est le symbole de Kronecker ( $\delta_{m0} = 1$  quand  $m = 0$ , 0 sinon).

#### 3.1.1 Comparaison de plusieurs mesures

Les mesures de la calotte sur l'antenne ont été réalisées pour différentes positions sur l'axe z. Les données de rayonnement pour la calotte placée à z = 10, 25 et 41 cm permettent dans un premier temps de comparer les directivités obtenues pour une même source. Les diagrammes de directivité dans le plan vertical sont affichés en Figure 3.1 et 3.2. Dans ces représentations, la calotte est orientée vers le haut (90°).

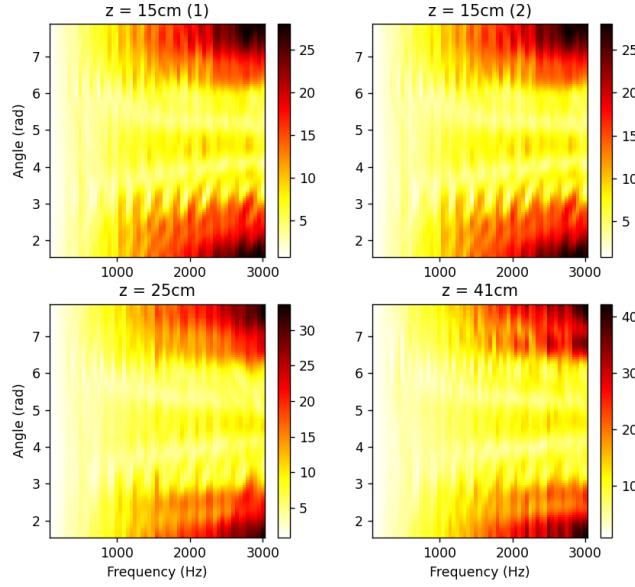


FIGURE 3.1 – Diagrammes angle/fréquence obtenus pour les mesures de la calotte à différentes hauteurs

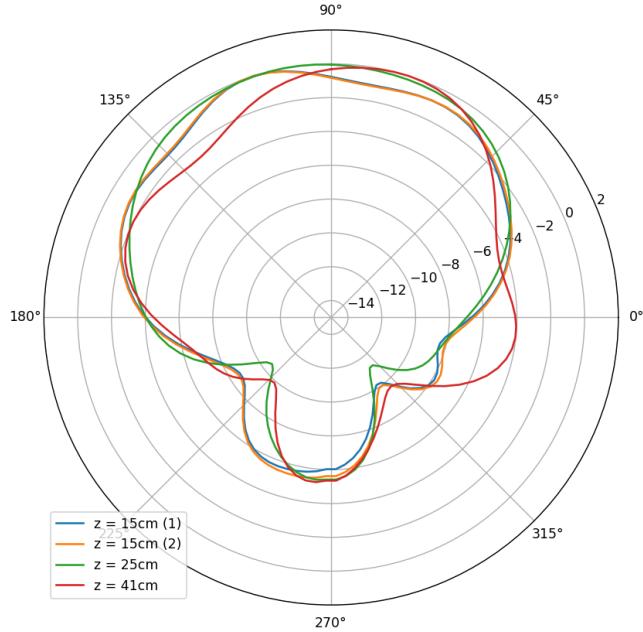


FIGURE 3.2 – Diagrammes polaires à 1500Hz obtenus pour les mesures de la calotte à différentes hauteurs

La directivité estimée est semblable pour différentes mesures opérée pour la même position de la calotte. Entre différentes positions de la source, on constate des variations sur le diagramme polaire mais l'aspect global de rayonnement reste similaire. Pour estimer l'affinité entre les différentes reconstructions, les valeurs de  $\overline{NCC}$  et  $\overline{JSI}$  entre une mesure à la hauteur  $z = 10\text{cm}$  et les trois autres sont renseignées dans le Tableau 3.1. La comparaison de similitude des régions principales de rayonnement apparaît plus sensible aux changements des motifs de directivité, comme le lobe à  $0^\circ$  degré lorsque la calotte est placée à  $41\text{cm}$  (Figure 3.2). Les valeurs de  $\overline{JSI}$  obtenues pour une

même source montrent la sensibilité de cet indicateur, avec un indice de 0.73 pour la même source déplacée de 26cm. Pour l'étude des violons dont la position peut être imprécise lors des mesures. Le  $\overline{NCC}$  sera donc l'indicateur utilisé pour comparer les directivités. La reconstruction semble également plus fidèle lorsque la source est au plus proche du centre de l'antenne , où les violons ont été placés.

Mesure	$z = 10\text{cm}$	$z = 25\text{cm}$	$z = 41\text{cm}$
$\overline{NCC}$	0.99	0.95	0.91
$\overline{JSI}$	0.98	0.87	0.73

TABLE 3.1 –  $\overline{NCC}$  et  $\overline{JSI}$  pour les différentes mesures de la calotte sphérique

### 3.1.2 Comparaison Théorie/Expérimental

Les mesures réalisées sur la calotte sphérique permettent de valider la méthode d'estimation de directivité, en comparant visuellement et avec l'indice NCC la directivité obtenue expérimentalement et théorique.

Les 256 microphones employés sur l'antenne n'ayant pas été disposés de manière à optimiser l'ordre de troncature maximal  $N_{max}$ , la relation entre l'ordre N optimal et le nombre de mesure Q devrait être  $Q > 4(N + 1)^2$  (section 2.1.2). C'est ce qu'on observe sur la Figure 3.3 qui retrace la corrélation entre la directivité estimée et théorique en fonction de l'ordre de troncature maximal. La baisse de corrélation au delà de  $N_{max} = 6$  confirme bien la nécessité d'avoir un nombre de microphones  $Q > (4 * 8^2) = 256$  à partir de l'ordre 7. La Figure 3.4 permet également de visualiser l'influence de l'ordre N, avec des lobes supplémentaires dus à un surajustement pour N = 9 et qui n'existent pas en théorie.

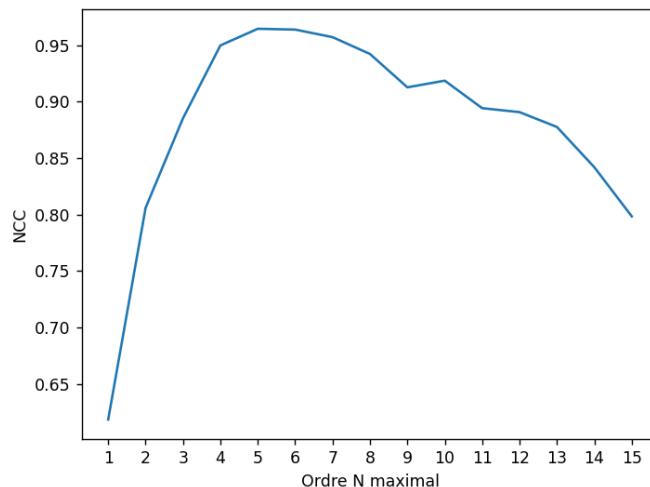


FIGURE 3.3 – Évolution de la corrélation avec une calotte sphérique théorique pour différents ordres N

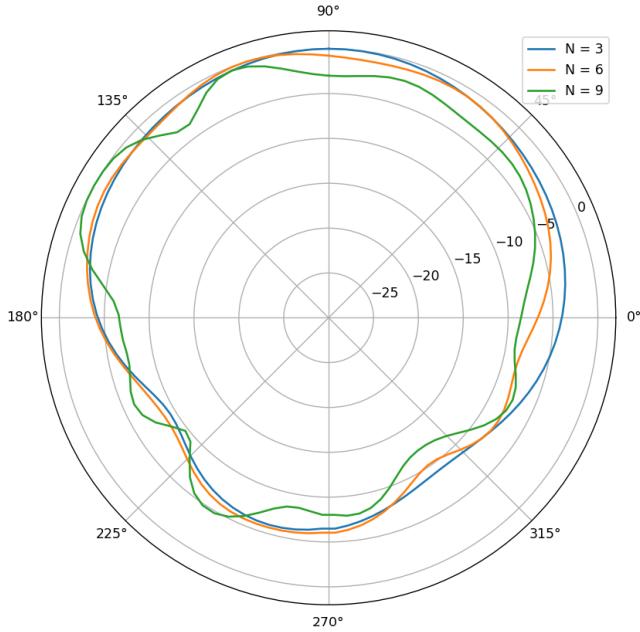


FIGURE 3.4 – Diagrammes polaires obtenus pour la calotte pour différents ordres N

Les Figures 3.5 et 3.6 présentent la directivité obtenue et attendue en théorie. Des différences sont notables sur le diagramme et le ballon à 1500Hz, notamment avec certains lobes plus marqués dans la reconstruction. La directivité reconstruite garde cependant un aspect et une évolution en fréquence cohérents. La Figure 3.6 reprend également l'évolution de la corrélation en fonction de la fréquence qui est très satisfaisante jusqu'à 1500Hz et reste supérieure à 0.6 sur toutes les fréquences. Les résultats obtenus expérimentalement sur cette source type permettent donc de valider le protocole expérimental, d'autant plus en considérant que le rayonnement de la source réelle est inévitablement différent de la théorie.

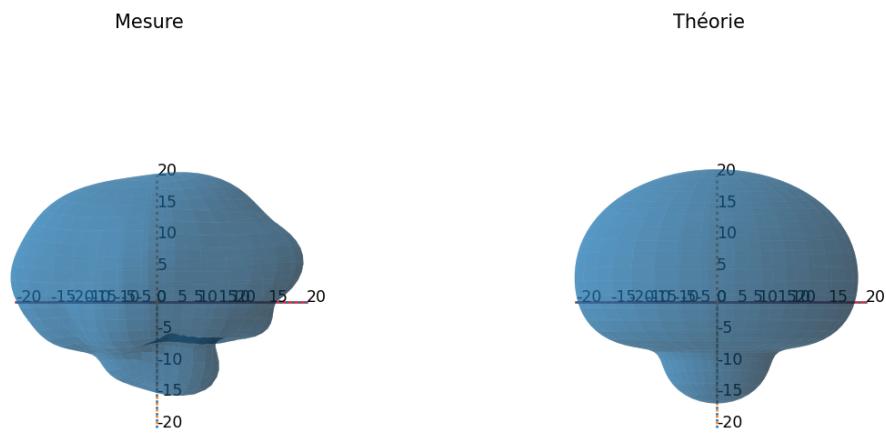


FIGURE 3.5 – Directivité théorique et estimé pour la calotte sphérique à 1500Hz

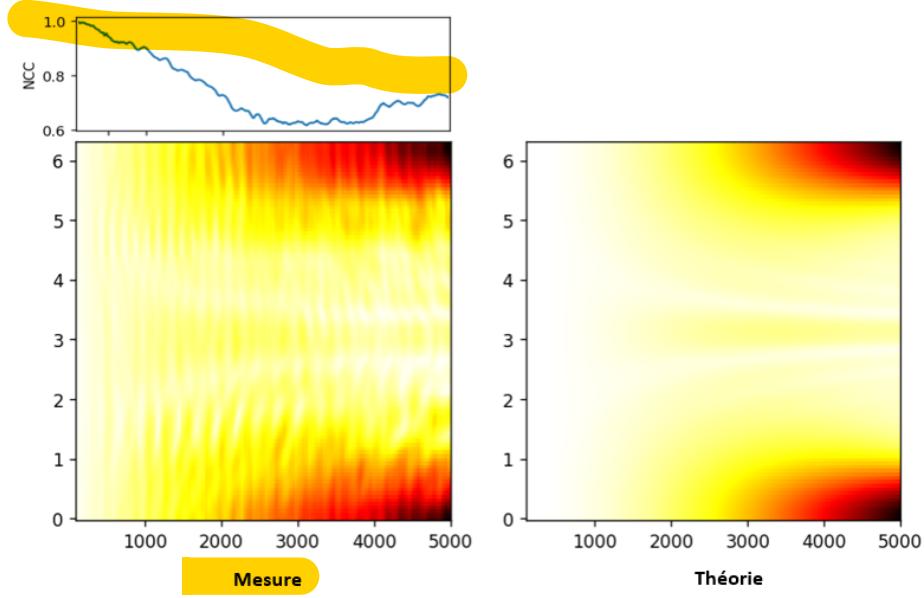


FIGURE 3.6 – Diagramme angle/fréquence théorique et estimé pour la calotte sphérique à 1500Hz

## 3.2 Directivité de six violons

### 3.2.1 Étude des violons

Dans le cadre du projet Bilbao, six violons avec différentes épaisseurs de table et de fond sont étudiés. Les épaisseurs des violons et la numérotation utilisée sont renseignées dans le Tableau 3.2. Les violons 5 et 11 sont des violons jumeaux conçus de manière identique. Ils permettront de vérifier simultanément la précision de la conception ainsi que la pertinence des métriques employées pour la comparaison des directivités. Dans le cadre de mon stage, seules les réponses à l'impact de marteau ont été analysées. Cela permet dans un premier temps d'étudier le rayonnement du violon seul pour des signaux courts de durée fixe, et sans considération pour la position du violon dans l'antenne variable en situation de jeu. Les résultats obtenus pendant mon stage permettront aux chercheurs de s'intéresser ensuite aux autres signaux mesurés.

Violons	Table	Fond
Violon 1	Medium	Epais
Violon 4	Epais	Medium
Violon 5	Medium	Medium
Violon 9	Fin	Medium
Violon 11	Medium	Medium
Violon 13	Medium	Fin

TABLE 3.2 – Épaisseurs des tables et fonds des six violons

Les mesures acquises pour chaque violon contiennent cinq répétitions d'un impact de marteau. La première étape de l'analyse consiste donc à isoler les impacts du reste du signal, en relevant l'indice temporel de l'impact sur le signal enregistré du marteau. Le spectre fréquentiel émis pour chaque impact est obtenu à partir des signaux découpés de 0.2 secondes. Les impacts de marteau

n'ont pas la même intensité pour les différentes répétitions et entre les violons (Figure 3.7). Pour chaque MEMS, le spectre mesuré doit donc être divisé par celui du marteau afin de normaliser les données. Sur la durée de l'enregistrement, le signal du marteau est fortement bruité par un bruit électronique (10 périodes à 50 Hz). Le spectre non bruité est obtenu en isolant l'impact. Pour automatiser le processus, les 15 valeurs précédant l'amplitude maximale du signal temporel ainsi que les 45 suivantes définissent l'impact isolé. On obtient alors un signal de 0.0012 secondes dont les spectre n'est pas bruité (Figure) servant de base pour la normalisation des données enregistrées par les MEMS. La directivité sera estimée sur une plage de fréquence de 200 à 5000 Hz, avec un pas de 10 Hz. La fréquence minimale est déterminée en fonction de la note la plus basse du violon, le G3, dont la fréquence fondamentale est 196 Hz.

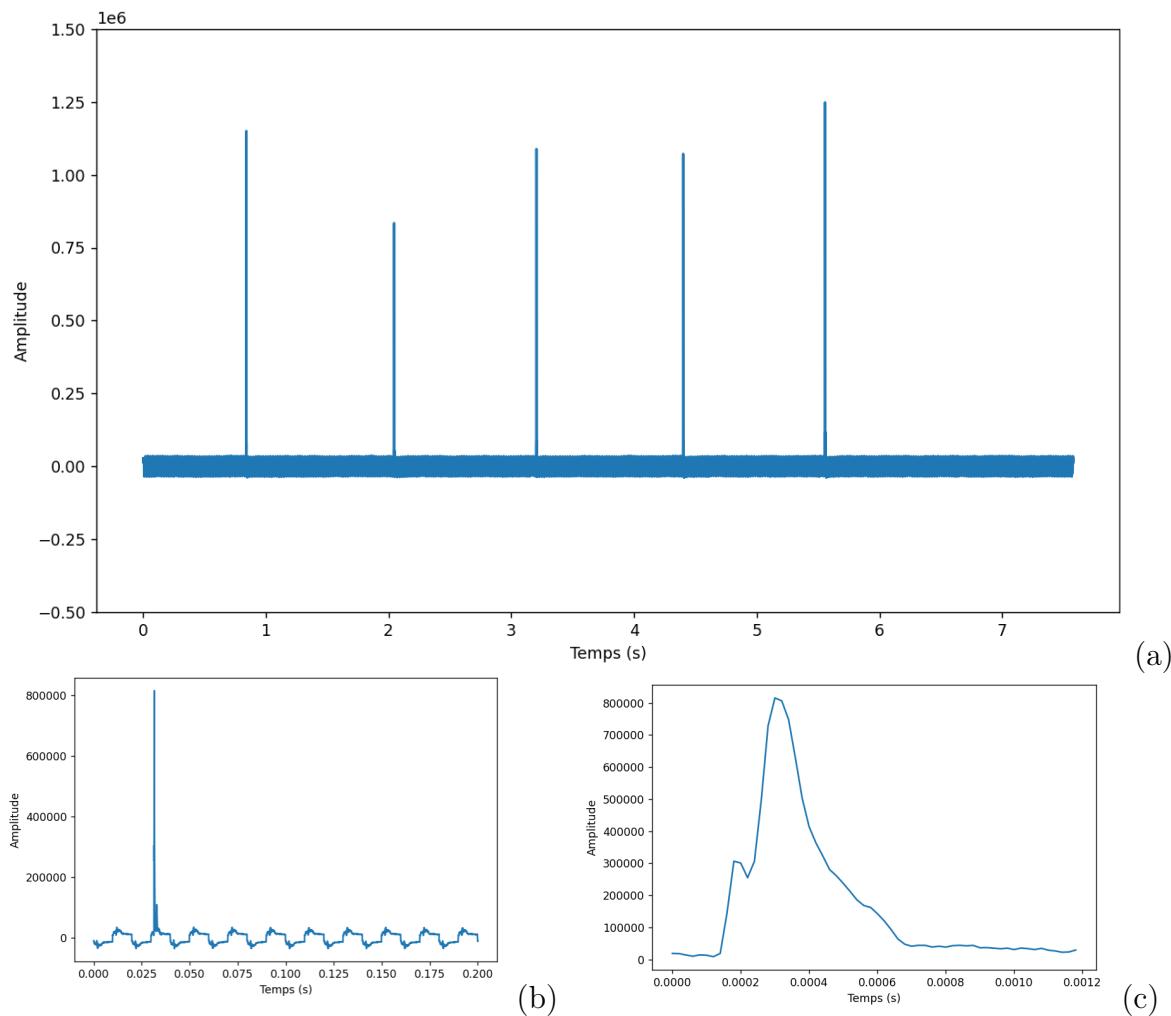


FIGURE 3.7 – Signal temporel du marteau complet (a), d'un l'impact découpé (b) et du même impact isolé autour de son maximum (c), enregistré pour la mesure du violon 1

### 3.2.2 Répétabilité

Avant d'estimer une directivité pour chaque violon moyennée sur les cinq répétitions, il est important de s'assurer que la directivité obtenue avec différents impacts est cohérente pour un même violon. Pour cela, on calcule le  $\overline{NCC}$  entre l'intégralité des trente répétitions, soit les cinq impacts sur chacun des six violons, et une estimation pour un impact (premier impact du violon

1 sur la Figure 3.8). La valeur du  $\overline{NCC}$  doit rester similaire pour un même violon. Le violon 13 semble avoir des corrélations moins regroupées, avec notamment une corrélation pour l'impact 3 0.5 points supérieure à celles des impacts 1, 4 et 5. Les  $\overline{NCC}$  pour les cinq répétitions du violon 13 sont renseignées dans le Tableau 3.3. La corrélation de la directivité estimée pour l'impact 3 est effectivement inférieure aux autres, mais reste suffisamment bonne pour pouvoir considérer la répétabilité de la méthode.

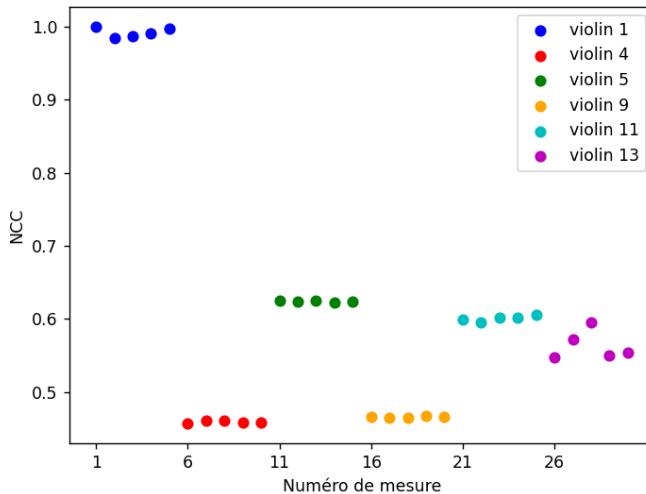


FIGURE 3.8 – NCC entre les 5 répétitions des 6 violons, Ref : Mesure 1 violon 1

Impact 2	Impact 3	Impact 4	Impact 5
0.98	0.95	0.98	0.98

TABLE 3.3 – Corrélation des directivités estimées pour les différents impacts du violon 13 avec le premier

### 3.2.3 Directivité moyenne

Les cinq répétitions similaires étant identifiées comme similaires, elles peuvent être moyennées pour estimer une directivité globale par violon. Les deux options directes pour obtenir la directivité globale sur les cinq répétitions sont de moyenner les spectres de chaque mesure avant d'estimer la directivité, ou de moyenner les directivités obtenues pour chacune. Ces deux méthodes s'avèrent conduire aux mêmes résultats, et la moyenne sur les spectres sera donc employée pour des raisons de vitesse de calcul.

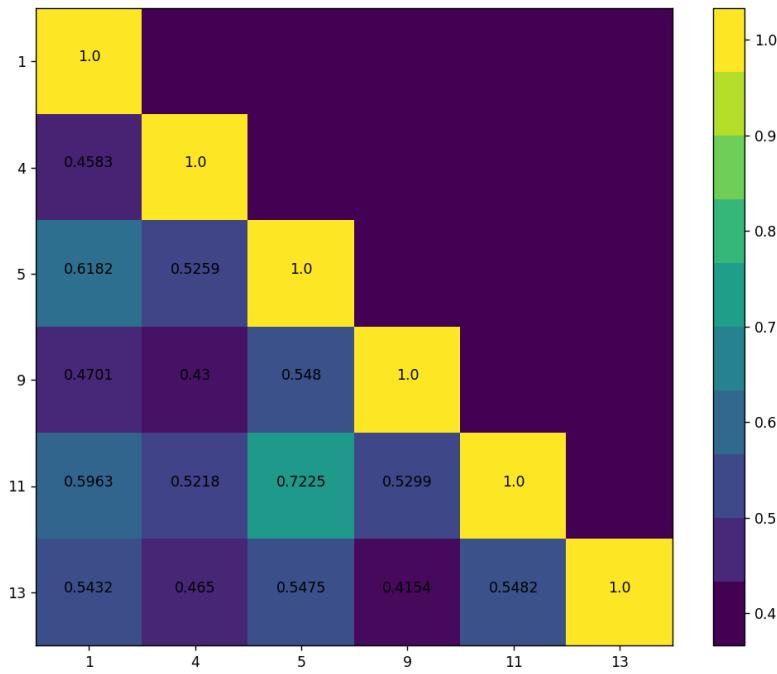


FIGURE 3.9 –  $\overline{NCC}$  entre les six violons (Fréquences : 200-5000Hz)

Pour comparer la similitude entre les violons, on peut calculer la matrice des  $\overline{NCC}$  entre chaque violon (Figure 3.9). La meilleure corrélation est obtenue pour les violons jumeaux 5 et 11 ce qui permet de conforter la fiabilité de la méthode d'estimation et de comparaison. Toutefois, on pourrait s'attendre à des meilleures valeurs de corrélation, une corrélation étant considérée comme satisfaisante à partir de 0.8. La Figure 3.10 reprend l'évolution de la corrélation en fonction de la fréquence. En raison de pics présents à des fréquences particulières et pour une meilleure lisibilité, l'évolution a été lissée par une moyenne glissante sur 10 points. Deux zones sont clairement identifiables sur la figure en accord avec la théorie. En dessous de 700Hz, le NCC reste très bon alors que la corrélation est très variable et reste globalement en dessous de 0.8 au delà de cette fréquence. Une meilleure similarité reste tout de même notable entre les violons 5 et 11 sur la globalité des fréquences. La chute de la corrélation peut s'expliquer par la différence de densité modale entre les deux zones. La corrélation étant calculée pour chaque fréquence, la différence de rayonnement due à la prédominance d'un mode à une fréquence donnée peut expliquer la diminution du NCC entre deux violons qui ont des fréquences modales différentes.

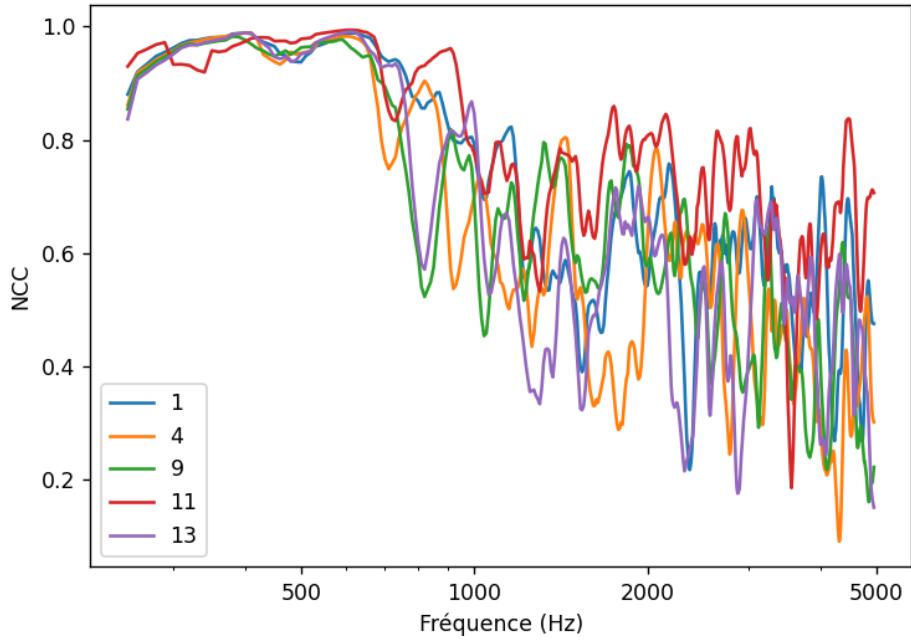


FIGURE 3.10 – Évolution de l’indice NCC en fonction de la fréquence. Violon de référence : violon 5

Pour négliger la différence des modes des violons, la directivité peut être moyennée sur une plage de fréquence. La zone entre 380 et 540Hz, contient plusieurs modes pour les violons (A1, B1+, B1-). Ces modes sont difficiles à identifier car ils peuvent différer entre les violons, et la mentonnière du violon altère les modes de corps qui n’apparaissent plus clairement sur le spectre (voir Figure 2.5). La corrélation de tous les violons est plus basse dans cette zone que dans le reste de la première région de rayonnement (excepté pour certaines diminutions dues aux pics). La Figure 3.11 représente Le  $\overline{NCC}$  ainsi qu<sup>i</sup> la corrélation spatiale de la directivité moyenne sur cette plage de fréquence. Ces deux indices sont équivalents, la corrélation étant simplement calculée sur la fonction de directivité pour l’un, et sur les coefficients des harmoniques sphériques pour l’autre. Dans un cas, la corrélation est calculée pour toute les fréquences puis moyennée, alors que les directivités sont moyennées avant d’être corrélées dans l’autre. La corrélation de la directivité moyenne donne de meilleurs résultats que le  $\overline{NCC}$  conformément à l’explication des variations dues aux modes. Toutefois, les violons jumeaux 5 et 11 n’ont plus la meilleure corrélation, ce qui indique que moyenner les directivités estimées sur une plage de fréquence n’est pas une méthode adéquate pour la comparaison des violons étudiés.

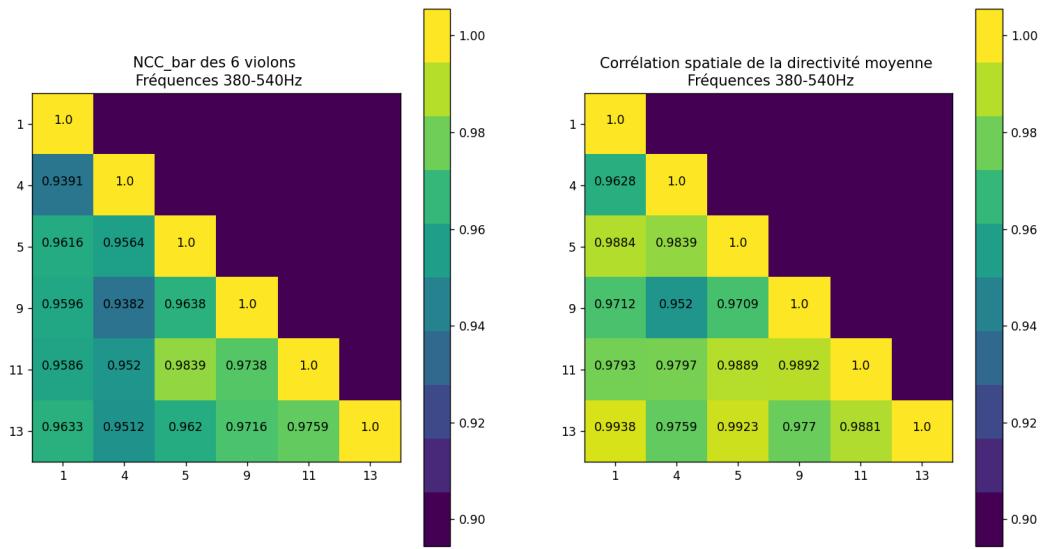


FIGURE 3.11 – Matrices des corrélations des 6 violons moyennées en fréquence ou calculées sur la directivité moyenne

Une autre approche à explorer repose sur les coefficients des harmoniques sphériques. Chaque coefficient représente en effet un mode de rayonnement, les quatre premiers coefficients sont ainsi associés respectivement à un monopole et trois dipôles orientés suivant  $y, z$  et  $x$  (Figure 2.2). D'après les connaissances sur le rayonnement d'un violon (section 2.2.1), on peut donc s'attendre à une prédominance du premier coefficient en dessous de 1000Hz et des coefficients de l'ordre 1 plus importants entre 1000 et 2000 Hz. La Figure 3.12 montre l'évolution de ces quatre premiers coefficients qui suivent globalement l'évolution attendue. Cette représentation ne permet pas d'analyse ou de comparaison à elle seule mais confirme que l'approche basée sur les harmoniques sphériques peut être exploitée. Faute de temps, cette piste ne pourra pas être développée dans le cadre de mon stage.

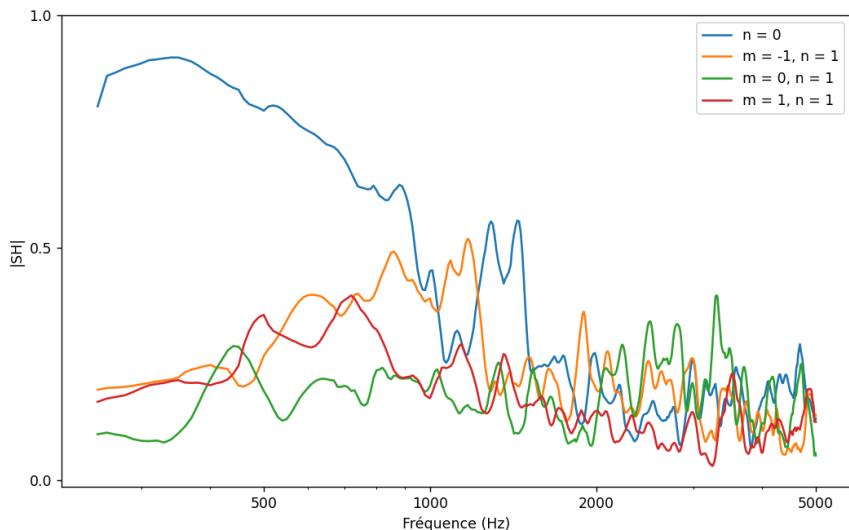


FIGURE 3.12 – Évolution des quatre premiers coefficients des harmoniques sphériques en fonction de la fréquence