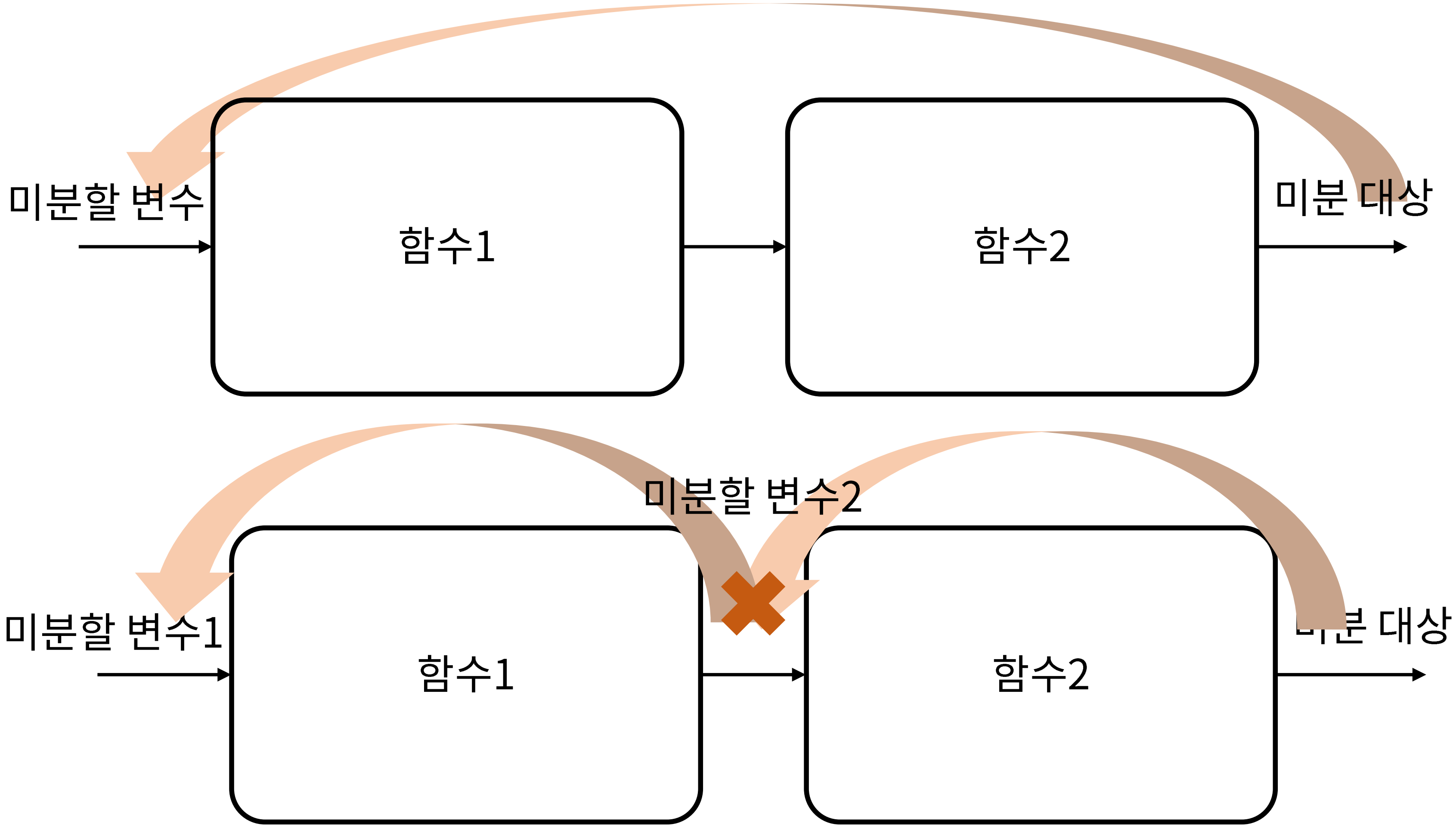
Chapter 04. 쉽게 배우는 역전파 학습법

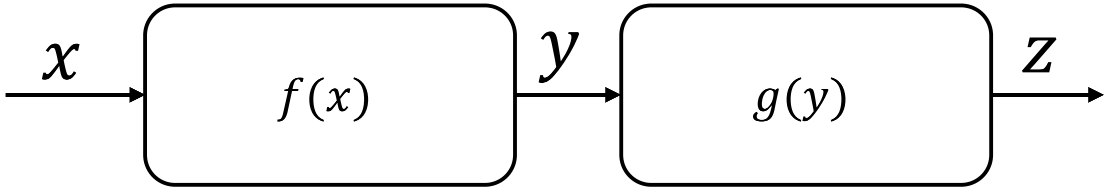
STEP2. 합성 함수와 연쇄 법칙

연쇄 법칙 Chain Rule



간단히 개념만 알고 넘어갔던 연쇄 법칙을 수식으로 이해해 보자.

직렬 연결된 두 함수의 미분



$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$y = f(x) \qquad\qquad z = g(y)$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} \qquad\qquad \frac{dz}{dy} = \frac{dg(y)}{dy}$$

$$\frac{dz}{dx} = ?$$

직렬 연결된(Cascaded) 두 함수의 미분. 가볍게 고등학교때 배운 것 부터 떠올려 봅시다.

미분과 연쇄 법칙

$$x \rightarrow \boxed{f(x)} \xrightarrow{y} \boxed{g(y)} \xrightarrow{z}$$

$$y = f(x) \qquad\qquad z = g(y)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} \qquad\qquad \frac{dz}{dy} = \frac{dg(y)}{dy}$$

연쇄 법칙 (Chain Rule)

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}\frac{dy}{dx} = \frac{dg(y)}{dy}\frac{df(x)}{dx}$$

합성 함수의 미분 (겉미분과 속미분)

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dg\big(f(x)\big)}{dx} = g'\big(f(x)\big)f'(x)$$

연쇄 법칙을 이용한 미분의 계산. 고등학교 과정에서 배우는 합성 함수의 미분과 동일

연쇄 법칙의 확장

$$x = h_0 \rightarrow \boxed{f_1(\cdot)} \xrightarrow{h_1} \boxed{f_2(\cdot)} \xrightarrow{h_2} \boxed{f_3(\cdot)} \rightarrow \cdots \xrightarrow{h_{N-1}} \boxed{f_N(\cdot)} \xrightarrow{y}$$

$$y = f_N(f_{N-1}(\cdots f_2(f_1(x))))$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df_N(h_{N-1})}{dh_{N-1}} \frac{df_{N-1}(h_{N-2})}{dh_{N-2}} \cdots \frac{df_1(x)}{dx}$$

$$= \boxed{\prod_{n=1}^{N} \frac{df_n(h_{n-1})}{dh_{n-1}}}$$

연쇄 법칙을 이용하면 연속된 함수의 미분을 각각의 미분의 곱으로 표현할 수 있다.