

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2021/22

Folha Semana 10 (23 de Maio de 2022 – 27 de Maio de 2022)

1. Mostre que, para cada $n \in \mathbb{N}$,

$$\binom{-1}{n} = (-1)^n.$$

2. Considere a série formal de potências

$$\mathcal{A} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

e seja $c_n = na_n$ para cada $n \in \mathbb{N}$. Mostre que a série geradora ordinária de $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é dada por

$$\mathcal{C} = x \mathcal{A}'.$$

O que se pode dizer sobre a série geradora ordinária de $(n^2 a_n)_{n \in \mathbb{N}}$?

3. Considere a série formal de potências

$$\mathcal{A} = f_1 x + f_3 x^3 + f_5 x^5 + \dots$$

dos números de Fibonacci de índice ímpar. Mostre que

$$\mathcal{A} = \frac{x}{1 - 3x^2 + x^4}.$$

SUGESTÃO. Sendo a_n o coeficiente de x^n em \mathcal{A} e f_n o número de Fibonacci de índice n , então $a_n = \frac{1}{2}(1 - (-1)^n)f_n$.