

Nome:

N.º mec.:

Classificação
(espaço reservado
ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Declaro que desisto:

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4

2021/22

1.º miniteste: turma TP4-9; versão A

Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $x^2 \sqrt[6]{1 - 2x^3}$:

- A. x^2 .
B. $\sqrt[6]{1 - 2x^3}$.
C. $1 - 2x^3$.

2. Se na primitivação quase imediata de $e^{\sin(x)} \cos(x)$ escolhermos para $u(x)$ a função $\sin(x)$, a igualdade correta é

- A. $\int e^{\sin(x)} \cos(x) dx = \int e^u \cos x du$.
B. $\int e^{\sin(x)} \cos(x) dx = \int e^u du$.
C. $\int e^{\sin(x)} \cos(x) dx = \int e^u u du$.

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = \ln x$ e daí resultar $\frac{1}{2} \int u^2 du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

- A. $\frac{1}{6} u^2 + C$.
B. $\frac{1}{6} (\ln x)^3 + C$.
C. $\frac{1}{3} (\ln x)^3 + C$.

Nome:

N.º mec.:

Classificação
(espaço reservado
ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Declaro que desisto:

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4

2021/22

1.º miniteste: turma TP4-9; versão B

Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $\frac{x}{1+x^4}$:

- A. x^2 .
- B. $1+x^4$.
- C. x .

2. Se na primitivação quase imediata de $\frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x}$ escolhermos para $u(x)$ a função $1+\ln(x)$, a igualdade correta é

- A. $\int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{\sqrt{u}}{u} du.$
- B. $\int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x} dx = \int \frac{\sqrt{u}}{x} du.$
- C. $\int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x} dx = \int \sqrt{u} du.$

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = \cos(x)$ e daí resultar $\frac{1}{2} \int u du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

- A. $\frac{1}{2}u^2 + C.$
- B. $\frac{1}{4}(\cos(x))^2 + C.$
- C. $\frac{1}{2}(\cos(x))^2 + C.$

Nome:

N.º mec.:

Classificação
(espaço reservado
ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Declaro que desisto:

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4

2021/22

1.º miniteste: turma TP4-9; versão C

Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $\frac{1}{1+4x^2}$:

- A. $\frac{1}{1+4x^2}$.
B. $1+4x^2$.
C. $2x$.

2. Se na primitivação quase imediata de $\sqrt{1+4\sin(x)} \cos(x)$ escolhermos para $u(x)$ a função $1+4\sin(x)$, a igualdade correta é

- A. $\int \sqrt{1+4\sin(x)} \cos(x) dx = \frac{1}{4} \int \sqrt{u} \cos x du$.
B. $\int \sqrt{1+4\sin(x)} \cos(x) dx = \frac{1}{4} \int \sqrt{u} du$.
C. $\int \sqrt{1+4\sin(x)} \cos(x) dx = \int \sqrt{u(1-u^2)} du$.

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = \operatorname{tg}(x)$ e daí resultar $\frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

- A. $\frac{1}{2} \ln |\operatorname{tg}(x)| + C$.
B. $\frac{1}{4} \ln |u| + C$.
C. $\frac{1}{4} \ln |\operatorname{tg}(x)| + C$.

Nome:

N.º mec.:

Classificação
(espaço reservado
ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Declaro que desisto:

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4

2021/22

1.º miniteste: turma TP4-9; versão D

Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$:

- A. \sqrt{x} .
 B. $e^{\sqrt{x}}$.
 C. $\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

2. Se na primitivação quase imediata de $\frac{\cos(x) \sin(x)}{\cos(2x)}$ escolhermos para $u(x)$ a função $\cos(2x)$, a igualdade correta é

- A. $\int \frac{\cos(x) \sin(x)}{\cos(2x)} dx = \frac{1}{4} \int \frac{\cos x}{u} du$.
 B. $\int \frac{\cos(x) \sin(x)}{\cos(2x)} dx = -\frac{1}{4} \int \frac{1}{u} du$.
 C. $\int \frac{\cos(x) \sin(x)}{\cos(2x)} dx = -\frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du$.

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = e^x$ e daí resultar $\frac{1}{2} \int u du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

- A. $\frac{1}{4} e^{2x} + C$.
 B. $\frac{1}{2} u^2 + C$.
 C. $\frac{1}{2} e^{2x} + C$.

① $\int x^2 \sqrt[6]{1-2x^3} dx$

②

$$= -\frac{1}{6} \int (1-2x^3)^{1/6} (-6x^2) dx$$

$$= -\frac{1}{6} \int (1-2x^3)^{1/6} d(1-2x^3)$$

$$= -\frac{1}{6} \int u^{1/6} du$$

$$f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{1/6}$$

$$u(x) = 1-2x^3$$

$$= -\frac{1}{6} u^{7/6} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$= -\frac{1}{6} (1-2x^3)^{7/6} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

②

③

$$\int e^{\sin x} \frac{\cos x}{(\sin x)'} dx$$

$$u(x) = \sin(x)$$

$$= \int e^{\sin x} d(\sin x)$$

$$= \int e^u du = e^u + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$= e^{\sin x} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

③

②

$$\frac{1}{2} \int u^2 du = \frac{1}{2} \frac{u^3}{3} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{u^3}{6} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{(\ln x)^3}{6} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$\downarrow u(x) = \ln x$$

1.º Minutesto 2021/22 TP4-q versão (B)

①

A

$$\int \frac{x}{1+x^4} dx = \int \frac{1}{1+x^4} \cdot x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+(x^2)^2} \cdot \underbrace{2x}_{(x^2)'} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+(x^2)^2} d(x^2)$$

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$u(x) = x^2$$

$$f(u) = \frac{1}{1+u^2}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+u^2} du$$

$$= \frac{1}{2} \arctan u + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{1}{2} \arctan(x^2) + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

②
 (c) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ $u(x) = 1 + \ln x$

$$\begin{aligned}
 &= \int (1+\ln x)^{1/2} \cdot \underbrace{\frac{1}{x}}_{(1+\ln x)'} dx \\
 &= \int (1+\ln x)^{1/2} d(1+\ln x) \\
 &= \int u^{1/2} du = \frac{u^{3/2}}{3/2} + c, \quad c \in \mathbb{R} \\
 &= \frac{2}{3} (1+\ln x)^{3/2} + c, \quad c \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

③
 (B) $\frac{1}{2} \int u du = \frac{1}{2} \frac{u^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{u^2}{4} + c, \quad c \in \mathbb{R} \\
 &= \frac{\cos^2(x)}{4} + c, \quad c \in \mathbb{R}
 \end{aligned}
 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} u(x) = \cos(x)$$

1. Minuteste 2021/22 TP4-9 versão (c)

①
 (c) $\int \frac{1}{1+4x^2} dx = \int \frac{1}{1+(2x)^2} dx$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+(2x)^2} \cdot \underbrace{2}_{(2x)'} dx$$

$$f(u) = \frac{1}{1+u^2}$$

$$u(x) = 2x$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+(2x)^2} d(2x)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+u^2} du$$

$$= \frac{1}{2} \arctan u + e, \quad e \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{1}{2} \arctan(2x) + e, \quad e \in \mathbb{R}$$

② $\int \sqrt{1+4\sin(x)} \cdot \cos(x) dx$

Ⓑ

$$u(x) = 1 + 4\sin(x)$$

$$= \frac{1}{4} \int (1+4\sin x)^{1/2} \cdot \underbrace{4\cos x}_{(1+4\sin x)'} dx$$

$$= \frac{1}{4} \int (1+4\sin x)^{1/2} d(1+4\sin x)$$

$$= \frac{1}{4} \int u^{1/2} du = \boxed{\frac{1}{4} \int \sqrt{u} du}$$

$$= \frac{1}{4} u^{3/2} + e = \frac{1}{4} (1+4\sin x)^{3/2} + e, \quad e \in \mathbb{R}$$

③ $\frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du = \frac{1}{2} \ln|u| + e, \quad e \in \mathbb{R}$

Ⓐ

$$= \frac{1}{2} \ln|\operatorname{tg} x| + e, \quad e \in \mathbb{R}$$

①
A $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$

$$= 2 \int e^{\sqrt{x}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}}_{(\sqrt{x})'} dx$$

$$= 2 \int e^{\sqrt{x}} d(\sqrt{x})$$

$$= 2 \int e^u du$$

$$= 2 e^u + e, e \in \mathbb{R}$$

$$= 2 e^{\sqrt{x}} + e, e \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= e^x \\ u(x) &= \sqrt{x} \\ f(u) &= e^u \end{aligned}$$

②
B $\int \frac{\cos(x) \sin(x)}{\cos(2x)} dx$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{\cos(2x)} \cdot \sin(2x) dx$$

$$= -\frac{1}{2 \times 2} \int \frac{1}{\cos(2x)} \cdot \underbrace{(-2 \sin(2x))}_{(\cos(2x))'} dx$$

$$u(x) = \cos(2x)$$

Nota

$$\cos(x) \sin(x) = \frac{1}{2} \sin(2x)$$

$$= -\frac{1}{4} \int \frac{1}{\cos(2x)} d(\cos(2x))$$

$$= -\frac{1}{4} \int \frac{1}{u} du$$

$$= -\frac{1}{4} \ln |u| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= -\frac{1}{4} \ln |\cos(2x)| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

③

④

$$\frac{1}{2} \int u du = \frac{1}{2} \frac{u^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{u^2}{4} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{e^{2x}}{4} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$\downarrow u(x) = e^x$