

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2021/22

Folha Semana 10 (30 de Maio de 2022 – 3 de Junho de 2022)

1. a) Seja $\mathcal{A} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ uma série formal de potências. Encontre uma série formal de potências $\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$ tal que

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{i=0}^n (n-i)a_i \right) x^n.$$

- b) Seja $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ a sucessão definida por

$$a_0 = 0, \quad a_n = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)a_i = 1 + \sum_{i=0}^n (n-i)a_i \quad (n \geq 1).$$

Escreva a série/função geradora ordinária desta sucessão como um quociente de polinómios.

2. Considere n retas no plano. Mostre que o número de retas que fazem um ângulo menor de $\frac{\pi}{6}$ com um número ímpar das outras $n-1$ retas é par.

SUGESTÃO. Considere um grafo cujos vértices correspondem às retas e cujas arestas correspondem ...