

# Lista de Exercícios 5

## Cálculo I

**Exercício 1** Estude a natureza dos seguintes integrais impróprios, calculando os seus valores caso sejam convergentes:

(a)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2) \arctan(x)} dx;$

(b)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x(x-1)(x+1)} dx;$

(c)  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$

(d)  $\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx;$

(e)  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x-1}} dx$

**Exercício 2** Estude a natureza dos seguintes integrais impróprios usando o critério de comparação:

(a)  $\int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx;$

(b)  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^5+2x}} dx$

(c)  $\int_0^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^3}} dx$

**Exercício 3** Mostre que o integral impróprio  $\int_1^e \frac{1}{x(\ln x)^{\frac{5}{2}}} dx$  é divergente.

**Exercício 4** Mostre que o integral impróprio  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{(x+1)^5} dx$  converge. (Sugestão: use o critério de comparação).

**Exercício 5** Seja  $f : ]1, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}$ .

(a) Determine a primitiva de  $f$  que se anula no ponto  $x = e$ .

(b) Estude a natureza do integral impróprio  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}$ .

*Respostas*

1a. Convergente e  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2) \arctan(x)} dx = \ln 2$

1b. Divergente

1c. Convergente e  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2$

1d. Convergente e  $\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \pi$

1e. Convergente e  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x-1}} dx = \pi$

2a. Convergente

2b. Convergente

2c. Divergente

5a.  $F(x) = 2\sqrt{\ln x} - 2$

5b. O integral é divergente.