

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2021/22

Folha Semana 7 (2 de Maio de 2022 – 6 de Maio de 2022)

1. Um comboio tem quatro carruagens de primeira classe, sete de segunda classe, uma carruagem restaurante e duas de bagagem. Qual é o número de possíveis sequências diferentes de carruagens

a) sem restrições.

Resposta: 360360.

b) quando as carruagens de primeira classe não podem estar separadas.

Resposta: 3960.

2. Encontre o número de palavras (com ou sem significado) de comprimento oito com cinco «A» e três «B», em que as letras «A» não estão todas juntas.

Resposta: 52.

3. Justifique, utilizando um argumento de *combinatória*, a igualdade

$$\binom{n}{k}k = n\binom{n-1}{k-1},$$

para todos os números naturais $n, k \geq 1$.

Sugestão: Utilize que $\binom{n}{k}k$ é o número de pares (A, x) tal que $x \in A$ e $A \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ com $|A| = k$; ou seja, o número de maneiras de escolher um subconjunto A de $\{1, 2, \dots, n\}$ de k elementos e depois escolher um elemento de A . Por outro lado, $n\binom{n-1}{k-1}$ é o número de maneiras de escolher um elemento em $\{1, 2, \dots, n\}$ e depois ...