CLASE PRÁCTICA 1

EJERCICIO 1.1 Suponga que juega a los dados y quiere apostar a la tirada más probable. Está claro que con un único dado, da igual a qué tirada apueste (número del 1 al 6), dado que todas son equi-probables. Pero…

¿A qué número apostaría si se juega con 2 dados? ¿Y con 3 dados? ¿Y con 4 dados?

Determínelo en MATLAB dibujando en un diagrama de barras el número de veces que ocurre cada tirada tras tirar los dados un número elevado de veces.

¿Qué tipo de distribución de probabilidad tienden a tener las tiradas cuando aumenta el número de dados?

EJERCICIO 1.2 Existen multitud de procesos reales en cuyo modelado se usan distribuciones discretas en las que los eventos posibles no son equiprobables. En general, para generar números aleatorios con arreglo a distribuciones discretas con probabilidades p_1, p_2, …, p_n en sus posibles eventos E_1, E_2, … E_n y cumpliendo $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$, se genera un número real aleatorio uniforme xrand en el intervalo (0,1) y se sigue el siguiente esquema:

if xrand < p_1; Evento E_1
elseif xrand < $p_1 + p_2$; Evento E_2
elseif xrand < $p_1 + p_2 + \ldots + p_{n-1}$; Evento E_{n-1}
else; Evento E_n
end

Teniendo en cuenta esto, genere en MATLAB un vector de longitud 10^5 que contenga únicamente unos, doses o treses, asignados de acuerdo a una distribución discreta con las siguientes probabilidades:

Probabilidad del 1: 10% Probabilidad del 2: 20% Probabilidad del 3: 70%

EJERCICIO 1.3 El "Método de Box-Muller-Gauss" establece una manera para, a partir de números aleatorios con distribución uniforme, obtener números aleatorios con distribución gaussiana:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma}}$$

"Si a es un número aleatorio uniforme en $(0,2\pi)$, xrand es un número aleatorio uniforme en (0,1) y $b = \sigma\sqrt{-2\ln(\text{xrand})}$, entonces tanto $\mu + b\sin(a)$ como $\mu + b\cos(a)$ son números aleatorios con distribución gaussiana de media μ y desviación standard σ."

Utilizando este método, genere en MATLAB un vector de longitud 10^5 con números aleatorios de distribución gaussiana con media 7 y desviación standard 1. Ilustre los resultados dibujando la función gaussiana y el histograma de los números aleatorios generados.

EJERCICIO 1.4 El "Método Exponencial" establece una manera para, a partir de números aleatorios con distribución uniforme, obtener números aleatorios con distribución exponencial del tipo:

$$f(x) = re^{-rx} \quad , \quad \text{con } r > 0 \text{ y } x > 0$$

"Si xrand es un número aleatorio uniforme en (0,1), entonces $-\ln(\text{xrand})/r$ es un número aleatorios con distribución exponencial."

Utilizando este método, genere en MATLAB un vector de longitud 10^5 con números aleatorios de distribución exponencial $2e^{-2x}$. Ilustre los resultados dibujando la función exponencial y el histograma de los números aleatorios generados.

EJERCICIO 1.5 El "Método de Rechazo" es un método recursivo que permite, a partir de números aleatorios con distribución uniforme, obtener números aleatorios de acuerdo a una distribución arbitraria definida en un determinado intervalo:

$$f(x) \ , \ \ \text{con} \ \ x \in (a, b)$$

El método consiste básicamente en lo siguiente:

1. Calcular el máximo de la función $f(x)$ dentro del intervalo (a,b), que llamaremos $fMax\_ab$.
2. Generar un número aleatorio uniforme dentro del intervalo $(0,fMax\_ab)$, que llamaremos $rand\_0fMax$.
3. Generar un número aleatorio uniforme dentro del intervalo (a,b), que llamaremos $rand\_ab$.
4. Si $f(rand\_ab)$ > $rand\_0fMax$, aceptar $rand\_ab$ como número aleatorio generado de acuerdo a la distribución $f(x)$.
5. En caso contrario, volver al punto 2.

Utilizando este método, genere en MATLAB un vector de longitud 10^4 con números aleatorios de acuerdo a la función de distribución $f(x) = 2\pi \sin(4\pi x)$ en el intervalo (0, 0.25). Ilustre los resultados dibujando la función f(x) y el histograma de los números aleatorios generados.