5 Integración numérica

5.1 La función integral (quad en versiones antiguas de MATLAB)

MATLAB dispone de la función `integral` para calcular integrales definidas de funciones reales de variable real[1].

```
integral(fun,a,b);
```

`a, b` son los límites de integración

`fun` es un *handle* de la función a integrar y puede ser especificada de dos formas:

- `integral(fun,a,b)` si f está descrita mediante una función anónima
- `integral(@fun,a,b)` si f está programada mediante una M-función

La función `integral` utiliza una fórmula de integración adaptativa (i.e. una fórmula en la que los puntos del soporte de integración son *elegidos* de acuerdo con ciertos criterios con el objetivo de minimizar el error) y utiliza parámetros de tolerancia estándar para determinar la precisión.

En el caso escalar, la función a integrar (anónima o M-función) debe ser escrita de forma vectorizada, esto es, que admita como argumento de entrada un vector y devuelva un vector de la misma dimensión con los valores de la función.

Ejemplo 5.1

Calcular la integral definida $\displaystyle\int_{0.2}^{3} x \,\mathrm{sen}(4\ln(x))\,dx$

```
fun = @(x) x.*sin(4*log(x));
integral(fun, 0.2, 3)
```

También se podría haber escrito, en una sóla orden:

[1] En realidad, la función `integral` permite también calcular (aproximar) integrales impropias y ciertas integrales de línea de funciones de variable compleja, aunque en estas prácticas nos limitamos a ejemplos con funciones reales de una variable real.

```
integral(@(x) x.*sin(4*log(x)), 0.2, 3)
```

Ejemplo 5.2
Calcular la integral definida $\displaystyle\int_0^8 (x\, e^{-x^{0.8}} + 0.2)\, dx$ describiendo el integrando mediante una M-función.
Escribe una M-función de nombre (por ejemplo) `mifun`, en un fichero de nombre `mifun.m`:

```
function [y] = mifun(x)
y = x .* exp(-x.^0.8) + 0.2;
```

Después, para calcular la integral, habría que ecribir (en la ventana de comandos o en otro programa)

```
integral(@mifun, 0, 8)
```

Ejercicio 5.1 Utilizar la función `integral` para calcular la integral definida

$$\int_{-10}^{5} \operatorname{arc\,tg}(x+4)\, dx$$

Comparar con el valor exacto de la integral (imprimir los números con todos sus decimales).
(Una primitiva de $f(x) = \operatorname{arc\,tg}(x+4)$ es $F(x) = -\dfrac{1}{2}\ln(x^2+8x+17) + (x+4)\operatorname{arc\,tg}(x+4)$).

Ejercicio 5.2 (a) Escribir una M-función `function [y] = funk(x,k)` que devuelva el valor de la función

$$f(x,k) = x\operatorname{sen}(4\ln(kx)).$$

(b) Escribir otra M-función `function [y] = intfunk(k)` (por ejemplo) que devuelva el valor de la integral (para $k > 0$)

$$\int_{0.5}^{7} f(x,k)\, dx$$

(c) Dibujar la gráfica de la función $k \in [1,10] \mapsto \displaystyle\int_{0.5}^{7} f(x,k)\, dx$.

5.2 La función trapz (fórmula de los trapecios)

La función MATLAB trapz permite calcular, mediante la fórmula de los trapecios, la integral definida de una función definida por un conjunto de datos, es decir, una función de la que sólo se conoce un número finito de puntos de su gráfica:

```
trapz(x,y);
```

x,y son dos vectores de la misma dimensión y representan las coordenadas de los puntos. Obviamente, los puntos deben estar ordenados en orden creciente según sus abscisas.

Ejemplo 5.3
Calcular la integral definida entre 0 y 15 de la función discreta dada por el siguiente conjunto de datos:

x = [0, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15]

y = [10, 20, 30, -10, 10, 10, 10.5, 15, 50, 60, 85]

```
x = [0, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 14, 15];
y = [10, 20, 30, -10, 10, 10, 10.5, 15, 50, 60, 85];
trapz(x, y)
```

Ejercicio 5.3 Aproximar la integral del Ejercicio 5.1 mediante la fórmula de los trapecios (función trapz), utilizando varios soportes, con distinto número de puntos (5, 15, 30, 100, 1000). Comparar con el resultado obtenido con integral. Imprimir los números con todos sus decimales.

Ejercicio 5.4 Se define el promedio integral de una función f en un intervalo $[a, b]$ como:

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

Calcular el promedio integral de la función discreta definida por los datos almacenados en el fichero discreta1.txt.