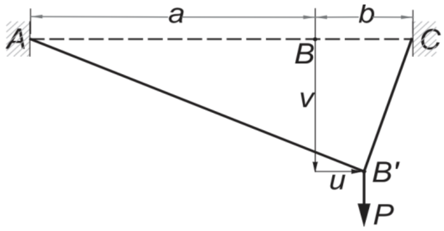
CLASE PRÁCTICA 2

EJERCICIO 2.1 Considere un cable elástico ideal, con constante elástica k, sujeto por los extremos A y C. Cuando se aplica una fuerza P en B, el cable se deforma desde la forma original ABC a la forma AB'C.



La energía potencial del sistema en la posición deformada es:

$$\mathrm{V(u,v) = -Pv + \frac{k(a+b)}{2a}\Delta_{AB}^2(u,v) + \frac{k(a+b)}{2b}\Delta_{BC}^2(u,v)}$$

donde

$$\mathrm{\Delta_{AB}(u,v) = \sqrt{(a+u)^2 + v^2} - a}$$

$$\mathrm{\Delta_{BC}(u,v) = \sqrt{(b-u)^2 + v^2} - b}$$

son las elongaciones de AB y BC.

Asuma los siguientes datos $\mathrm{a = 150mm}$, $\mathrm{b = 50mm}$ y $\mathrm{k = 0.6N/mm}$.

a) Utilizando `fminsearch`, determine con una precisión de 0.1mm las elongaciones $\mathrm{u, v}$ en el equilibrio si $\mathrm{P = 5N}$, así como el valor asociado de energía potencial V.

   Compruebe los resultados mediante la representación gráfica de la energía potencial con los comandos `surf` y `contour` en el dominio $\mathrm{-100mm \le u, v \le +100mm}$.

b) Construya una representación gráfica de las elongaciones $\mathrm{u, v}$ y de la energía potencial V en el equilibrio (obtenidas con una precisión de 0.1mm en $\mathrm{u, v}$) si la fuerza aplica P varía desde 0N a 5N en pasos de 0.1N.

c) Discuta la validez de los resultados anteriores en función de la tolerancia usada. ¿Qué tolerancia mínima debe usar para que los resultados numéricos sean físicamente válidos?

EJERCICIO 2.2 Hay muchas ocasiones en las que resulta necesario ajustar datos a modelos no-lineales; es decir, a modelos que tienen una dependencia no-lineal en sus parámetros. Considere por ejemplo el caso simple del ajuste de n pares de datos (x_i, y_i) a una función exponencial del tipo,

$$y(x) = ke^{-x/\tau}$$

donde k y τ son los parámetros de ajuste. Esta ecuación no puede ser manipulada para cumplir la forma general de regresión lineal mediante mínimos cuadrados.

Al igual que la regresión lineal por mínimos cuadrados, la regresión no-lineal se basa en determinar los valores de los parámetros que minimizan la suma de los cuadrados de los residuos. Las técnicas de optimización son por tanto una de las alternativas existentes para regresión no-lineal. Para el ejemplo anterior de ajuste a una función exponencial, se puede definir la función coste a minimizar como la suma cuadrática de los residuos, tal que

$$Res(k,\tau) = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - ke^{-x_i/\tau}\right]^2$$

y usar una rutina de optimización para determinar los valores de k y τ.

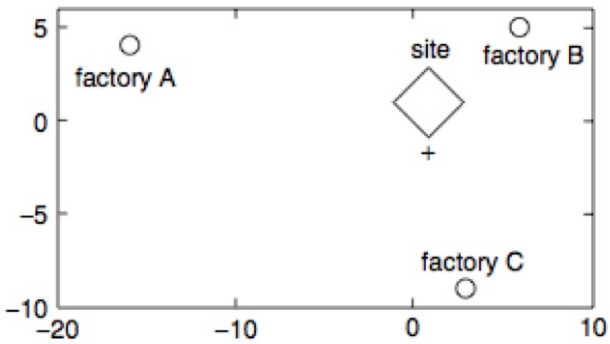
El fichero "`exponencial_exp.txt`" contiene datos experimentales de una función exponencial del tipo $y(x) = ke^{-x/\tau}$. Siguiendo el procedimiento esbozado arriba, utilice la función `fminsearch` de MATLAB para determinar los valores de k y τ que minimizan la suma cuadrática de residuos y que por tanto mejor se ajustan a los datos experimentales anteriores.

EJERCICIO 2.3 Minimice la función de Himmelblau:

$$F(x,y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$$

sujeta a las restricciones $x + y \geq -5$, $x \geq 0$ e $y \geq -2$. Compruebe los resultados gráficamente.

EJERCICIO 2.4 Una compañía tiene tres fábricas localizadas en los puntos (-16,4), (6,5) y (3,-9) del plano x-y, tal y como se muestra en la figura. El número de repartos a esas fábricas es de 5, 6 y 10 repartos por mes, respectivamente.



La compañía tiene planeado construir un nuevo almacén en una localización restringida por

$$|x - 1| + |y - 1| \leq 2$$

y trata de decidir el emplazamiento del nuevo almacén minimizando el kilometraje mensual de los camiones de reparto.

Se asume que la distancia entre dos puntos coincide con la distancia de conducción (es decir, existe una carretera que conecta los dos puntos) y que cada camión de reparto hace la ruta directa de ida y vuelta entre el emplazamiento y la fábrica en cuestión (es decir, sin desviarse de su ruta ni pasar por otra fábrica).

Determine el emplazamiento óptimo del almacén para que el kilometraje mensual sea mínimo.