Operaciones con vectores

1. Sean dos vectores-fila $x = (4, 6, 2)$, $y = (3, -2, 4)$ y $k = 3$.

   (1.a) Comprobar que: $x + y = (7, 4, 6)$; $x - y = (1, 8, -2)$.

   (1.b) Calcular $y - k$; $y + k$; ky; x/k; $2x - y$.

   (1.c) Realizar las siguientes cálculos componente a componente: $x^2 + y^2$; $\frac{3}{\sqrt[3]{x}}$; $\frac{1+x}{y^4}$.

2. Generar los vectores que se indican utilizando los operadores adecuados de MATLAB (esto es, sin escribir expresamente todas sus componentes):

   (2.a) $v1 = (1, 3, 5, \ldots, 25)$

   (2.b) $v2 = (\pi, 2\pi, 3\pi, \ldots, 10\pi)$

   (2.c) $v3 = (0, 0.1, 0.2, \ldots, 1)$

   (2.d) $v4 = (-10, -9, -8, \ldots, -1, 0)$

3. Almacenar, en una variable de nombre n, un número entero par $n \geq 4$. Generar los vectores de longitud n variable que se indican:

   (3.a) $w1 = (1, 3, 5, 7, \ldots)$

   (3.b) $w2 = (\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \ldots)$

   (3.c) $w3 = (n, n-1, n-2, \ldots, 2, 1)$

   (3.d) $w4 = (2n, 2n-2, \ldots, 4, 2)$

   (3.e) $w5 = (0, 2, 2, \ldots, 2, 2, 0)$

   (3.f) $w6 = (1, 3, 5, \ldots, n-1, n, n-2, \ldots, 4, 2)$

4. Generar un vector x con 30 componentes regularmente espaciadas entre 0 y π. Evaluar en x cada una de las funciones siguientes:

   (4.a) $f(x) = \dfrac{\cos(x/4)}{\ln(2 + x^2)}$

   (4.b) $f(x) = e^{-x^2+2} \sin(x/2)$

   (4.c) $f(x) = \dfrac{x}{\ln(2 + x)}$

   (4.d) $f(x) = \dfrac{1}{e^x} + x^2 - x$

Funciones anónimas

5. Definir funciones anónimas para calcular las funciones siguientes. Debe hacerse de forma que x pueda ser un vector.

   (5.a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

   (5.b) $f(x) = \dfrac{x}{\log(x)}$

   (5.c) $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x-2}$

   (5.d) $f(x) = 3$

   (5.e) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

   (5.f) $\begin{cases} f(t) &= \sin^2(4t) \\ g(t) &= \cos(5t) \end{cases}$

   (5.g) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{x-2}\right)$

   (5.h) $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, con $r > 0$.

Dibujo de curvas

6. Dibujar las curvas definidas por las funciones del Ejercicio 5, utilizando para ello las funciones anónimas allí definidas y la orden plot. (Las funciones del ejercicio (5.f) corresponden a la curva definida en paramétricas $x = f(t)$, $y = g(t)$ con $t \in [0, 2\pi]$).

7. Representar en la misma ventana gráfica las siguientes funciones, de modo que cada curva tenga un color diferente:

   (7.a) $f(x) = 2\,\mathrm{sen}^3(x)\cos^2(x)$ y $g(x) = e^x - 2x - 3, \quad x \in [-1.5, 1.5]$

   (7.b) $f(x) = \log(x+1) - x$ y $g(x) = 2 - 5x, \quad x \in [0, 5]$

   (7.c) $f(x) = 6\,\mathrm{sen}(x)$ y $g(x) = 6x - x^3, \quad x \in [-\pi/2, \pi/2]$

   (7.d) $f(x) = e^{-x^2+2}\,\mathrm{sen}(x/2)$ y $g(x) = -x^3 + 2x + 2, \quad x \in [-1, 2]$

   (7.e) $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, para $r = 1$ y $r = 4$

8. Representar en una misma ventana las funciones, incluyendo una leyenda y etiquetas en los ejes.

   (8.a) $g(x) = 3^x + 2x - 6$ y $h(x) = \mathrm{sen}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+4x}}{x^3}\right)$ en el cuadro $[1, 2] \times [0, 1.5]$.

   (8.b) $g(x) = \cos(x^2 + 2x + 1)$ y $h(x) = \log\left(\dfrac{\sqrt{x+2}}{x^3}\right)$ en el cuadro $[1, 2] \times [-1.5, 2]$

   (8.c) $g(x) = \dfrac{\mathrm{sen}(\pi x)}{1 + \sqrt{2x}}$ y $h(x) = 5e^{-2x}\ln(x^2+1)$ en el cuadro $[0, 2] \times [-0.5, 1]$.

   (8.d) $f(x) = \ln(x^2 - 27)$ y $g(x) = \dfrac{(x+10)(x-10)(18-x)}{100}$ en el cuadro $[-15, 20] \times [-20, 15]$.

Condicionales

9. Escribir una M-función `function [N] = Multiplo(k, h)` que reciba como argumentos de entrada dos números enteros k y h y devuelva:

   - $N = 1$ si $k + h$ es múltiplo de 2,
   - $N = 2$ si, además, es múltiplo de 3,
   - $N = 0$ en otro caso.

10. Escribir una M-función de nombre `function [flag] = Divide(m, k, h)` que reciba como argumento de entrada tres números m, k y h, y proporcione como salida un entero `flag` definido como sigue:

    - `flag = 0` si m no es divisible entre k,
    - `flag = 1` si m es divisible entre k,
    - `flag = 2` si, además de lo anterior, m es es divisible entre h.

11. Escribir una M-función `function [N] = Localizar(x, y)` que devuelva:

    - $N = 1$ si el punto (x, y) está (estrictamente) dentro del círculo de centro $(1, 1)$ y radio $r = 1$.
    - $N = 2$ si, además, está (estrictamente) dentro del círculo de centro $(0, 0)$ y radio $r = 1$.
    - $N = 0$ en otro caso.

12. Escribir una M-función de nombre `function [A] = Areatri(a, b, c)` que calcule el área de un triángulo a partir de las longitudes de sus lados (fórmula de Herón):

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ con } p = \frac{a+b+c}{2}$$

    El programa debe emitir un error con un mensaje explicativo en los casos eventuales en que no se pueda calcular el área: (a) Si alguna de las longitudes es menor que cero; (b) Si el radicando el negativo, lo cual indica que no existe ningún triángulo que tenga esos lados.

13. Escribir una M-función que, dado $x \in \mathbb{R}$, calcule el valor de la función

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0, \\ e^x - 1 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

14. Escribir una M-función que, dado $x \in \mathbb{R}$, calcule el valor de la función

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x < 2, \\ x - 2 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

Bucles

15. Calcula la suma de los 100 primeros números pares (empezando en el 2), utilizando (a) un bucle `for` y (b) un bucle `while`.

16. Calcula e imprime en pantalla los 10 primeros términos de la sucesión $x_k = \dfrac{\log(k+1) + 2k}{2k^2 - 1}$

17. Construye un vector con los diez primeros términos de la sucesión

$$\begin{cases} x_1 = 0.25 \\ x_{n+1} = \dfrac{2x_n - 1}{x_n^2 + 1}, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

18. Escribe M-funciones que calculen, usando bucles:

   (18.a) `function [vnorm] = Norma(v)`, la norma euclídea del vector v.

   (18.b) `function [vmed] = Media(v)`, la media aritmética de los elementos del vector v.

   (18.c) `function [vsum] = SumAbs(v)`, la suma de los valores absolutos de los elementos de v.

19. Escribe una M-función `function [u] = ProdAb(A, b, n)` que reciba como datos de entrada:

   - una matriz cuadrada A de dimensión n,
   - un vector b de longitud n
   - el dato n

   y devuelva el producto $A\,b$ calculado elemento a elemento, es decir, sin usar el producto matricial de MATLAB.

20. Escribe una M-función de nombre `function [Npares] = ContarPares(v)` que reciba como argumento de entrada un vector `v`, y devuelva el número de sus componentes que son pares.

21. Escribe una M-función `function [w] = SuperaMedia(v)` que reciba como argumento de entrada un vector `v` y proporcione como salida otro vector `w` formado por las componentes de `v` que tengan un valor mayor o igual que la media aritmética de todas las componentes de `v`. Por ejemplo, si `v=(10,1,7)`, entonces `w=(10,7)`; si `v=(6,5,6,7)`, entonces `w=(6,6,7)`.

22. Escribir una M-función `function [v]=Inter(x,y)` que reciba como argumento de entrada dos vectores fila `x` e `y`, y devuelva como salida otro vector `v` que contenga los elementos comunes a `x` e `y`, es decir, la intersección de ambos conjuntos. Se supondrá que ninguno de los vectores `x` e `y` tiene elementos repetidos, cosa que no es necesario verificar.

Resolución de sistemas lineales

23. Resolver, si es posible, los siguientes sistemas lineales, comprobando que la solución es correcta:

$$\text{(23.a)} \left\{ \begin{array}{lcr} 2x_1 + x_2 - x_3 & = & -1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 & = & -2 \\ 3x_1 - 2x_2 & = & 1 \end{array} \right. \text{(S.C.D.)}$$

$$\text{(23.b)} \left\{ \begin{array}{lcr} 2x + 3y & = & 8 \\ 3x - y & = & -2 \\ -3x + y + z & = & 0 \end{array} \right. \text{(S.C.D.)}$$

$$\text{(23.c)} \left\{ \begin{array}{lcr} x_1 + x_2 + x_3 & = & 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 & = & 2 \\ x_1 - 2x_2 & = & 1 \end{array} \right. \text{(S.C.I.)}$$

$$\text{(23.d)} \left\{ \begin{array}{rcr} x + 2y + 3z & = & 2 \\ 2x + y + 3z & = & 1 \\ x + y + 2z & = & 1 \end{array} \right. \text{(S.C.I.)}$$

$$\text{(23.e)} \left\{ \begin{array}{lcr} 2x + 2y + t & = & 1 \\ 2x - 2y + z & = & -2 \\ x - z + t & = & 0 \\ -4x + 4y - 2z & = & 1 \end{array} \right. \text{(S.I.)}$$

$$\text{(23.f)} \left\{ \begin{array}{lcr} 2x + 3y & = & 5 \\ x - y & = & 2 \\ 3x + y & = & 6 \end{array} \right. \text{(S.I.)}$$