Método de Jacobi

$$
(MJ)\begin{cases}
a)\ \text{Elegir } u^0 = \left(u_1^0, u_2^0, \ldots, u_n^0\right) \in \mathbb{R}^n;\ \text{hacer } k = 0 \\
b)\ \text{Dados } k \geq 0 \text{ y } u^k = \left(u_1^k, u_2^k, \ldots, u_n^k\right) \in \mathbb{R}^n \\
\quad \text{Calcular } u^{k+1} = \left(u_1^{k+1}, u_2^{k+1}, \ldots, u_n^{k+1}\right) \text{ con} \\
\quad u_i^{k+1} = \dfrac{1}{a_{ii}}\Big[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}u_j^k - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}u_j^k\Big] = u_i^k + \dfrac{1}{a_{ii}}\Big[b_i - Au^k\Big] \quad \forall i \\
\quad \text{Si } \begin{cases} \|u^{k+1} - u^k\| < tol \quad \text{parar (converge)} \\ \text{ó} \\ k = Itermax \quad \text{parar (no converge)} \end{cases}
\end{cases}
$$

Método de Jacobi (en la práctica)

$$
\text{(MJ)} \left\{
\begin{array}{l}
\text{Entrada: } u0 \in \mathbb{R}^n; \; tol; \; Itermax \\[2ex]
\textit{a)} \text{ Hacer } u = u^0 \\[2ex]
\textit{b)} \text{ Para cada } k = 1, 2, \ldots Itermax \\[2ex]
\qquad \text{Calcular } v = \Big(v_1, v_2, \ldots, v_n\Big) \text{ con } v_i = \dfrac{1}{a_{ii}}\Big[b_i - Au^k\Big] \\[2ex]
\qquad \text{Hacer } u = u + v \\[2ex]
\qquad \text{Si } \|v\| < tol \quad \text{parar (converge)} \\[2ex]
\quad \text{Fin bucle en } k \\[2ex]
\quad \text{Parar (no converge)} \\[2ex]
\text{Salida: } u
\end{array}
\right.
$$

Método de Jacobi (programa)

```
function [u, flag] = MIJacobi(A, b, u0, tol, Itermax)
%
%  u = MIJacobi(A, b, u0, tol, Itermax) devuelve la solucion del sistema
%          lineal Au=b, calculada mediante el metodo iterativo de Jacobi,
%          comenzando las iteraciones con el vector u0.
%          Se detienen las iteraciones cuando ||u^{k+1}-u^k}|| < tol
%          o bien cuando se alcanza al numero maximo de iter. Itermax
%  [u, flag] = MIJacobi(A, b, u0, tol, Itermax) devuelve, ademas, un
%          indicador del desarrollo del algoritmo:
%          flag = 0 si el algoritmo no converge en el numero maximo
%                 de iteraciones Itermax fijado
%          flag = k > 0 si el algoritmo converge en k iteraciones
%

D    = diag(A);
u    = u0;
flag = 0;

for k = 1:Itermax
    v = (b-A*u)./D;
    u = u + v;
    if norm(v) < tol
        flag = k;
        return
    end
end
```

Método de Gauss-Seidel (1)

$$
\text{(MGS)}\left\{
\begin{array}{l}
\textit{a)}\ \text{Elegir } u^0 = \left(u_1^0, u_2^0, \ldots, u_n^0\right) \in \mathbb{R}^n;\ \text{ hacer } k = 0 \\[1ex]
\textit{b)}\ \text{Dados } k \geq 0 \text{ y } u^k = \left(u_1^k, u_2^k, \ldots, u_n^k\right) \in \mathbb{R}^n \\[1ex]
\quad \text{Calcular } u^{k+1} = \left(u_1^{k+1}, u_2^{k+1}, \ldots, u_n^{k+1}\right) \text{ con} \\[1ex]
\quad u_i^{k+1} = \dfrac{1}{a_{ii}}\left[b_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} u_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} u_j^k\right] \\[1ex]
\quad \text{Si } \left\{
\begin{array}{l}
\|u^{k+1} - u^k\| < tol \quad \text{parar (converge)} \\
\text{ó} \\
k = Itermax \quad \text{parar (no converge)}
\end{array}
\right.
\end{array}
\right.
$$

Método de Gauss-Seidel(2)

$$
(\text{MGS}) \left\{
\begin{array}{l}
\textit{a)}\ \text{Elegir } u^0 = \left(u_1^0, u_2^0, \ldots, u_n^0\right) \in \mathbb{R}^n;\ \text{hacer } k = 0 \\
\textit{b)}\ \text{Dados } k \geq 0 \text{ y } u^k = \left(u_1^k, u_2^k, \ldots, u_n^k\right) \in \mathbb{R}^n \\
\quad \text{Calcular } u^{k+1} = \left(u_1^{k+1}, u_2^{k+1}, \ldots, u_n^{k+1}\right) \text{ con} \\
\quad u_i^{k+1} = \dfrac{1}{a_{ii}}\Big[b_i - \sum\limits_{j=1}^{i-1} a_{ij}u_j^{k+1} - \sum\limits_{j=i+1}^{n} a_{ij}u_j^k\Big] \\
\quad \phantom{u_i^{k+1}} = \dfrac{1}{a_{ii}}\Big[b_i - \sum\limits_{j=1}^{i-1} a_{ij}u_j^{k+1} - a_{ii}u_i^k - \sum\limits_{j=i+1}^{n} a_{ij}u_j^k + a_{ii}u_i^k\Big] \\
\quad \phantom{u_i^{k+1}} = u_i^k + \dfrac{1}{a_{ii}}\Big[b_i - \sum\limits_{j=1}^{i-1} a_{ij}u_j^{k+1} - \sum\limits_{j=i}^{n} a_{ij}u_j^k\Big] \\
\quad \text{Si } \left\{
\begin{array}{l}
\|u^{k+1} - u^k\| < tol \quad \text{parar (converge)} \\
\text{ó} \\
k = Itermax \quad \text{parar (no converge)}
\end{array}
\right.
\end{array}
\right.
$$

Método de Gauss-Seidel (en la práctica)

$$
\text{(MGS)}\left\{
\begin{array}{l}
\text{Entrada: } u0 \in \mathbb{R}^n;\ \ tol;\ \ Itermax \\[6pt]
\textit{a)} \text{ Hacer } u = u0 \\[6pt]
\textit{b)} \text{ Para cada } k = 1, 2, \ldots Itermax \\[6pt]
\qquad \text{Hacer } norma = 0 \\
\qquad \text{Para cada } i = 1, 2, \ldots n \\
\qquad\quad \text{Calcular } v = \dfrac{1}{a_{ii}}\left[b_i - \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}u_j\right] \\
\qquad\quad \text{Hacer } u_i = u_i + v \\[6pt]
\qquad\quad \text{Hacer } norma = norma + v^2 \\[6pt]
\qquad \text{Fin bucle en } i \\[6pt]
\qquad \text{Hacer } norma = \sqrt{norma}\ \left(= \|u^{k+1} - u^k\|\right) \\[6pt]
\qquad \text{Si } norma < tol \quad \text{parar (converge)} \\[6pt]
\quad \text{Fin bucle en } k \\[6pt]
\quad \text{Parar (no converge)} \\[6pt]
\text{Salida: } u
\end{array}
\right.
$$