Лабораторная работа 3.1.3
"Измерение магнитного поля земли"

5 ноября 2020 г.

Цель:

определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

Оборудование:

12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром (0,5 – 0,6) мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала (25*30*60 мм3), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (20 шт.) и неодимовые магниты в форме параллелепипедов (2 шт.), набор гирь и разновесов.

Теория

Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент $\overrightarrow{P_m}$ тонкого витка площадью S с током I равен

$$\overrightarrow{P_m} = \frac{I}{c}\vec{S} = \frac{I}{c}S\vec{n},$$

где $\vec{S} = S\vec{n}$ – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным. Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\overrightarrow{P_m}, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\overrightarrow{P_m}}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией B на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \overrightarrow{P_m} \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента $\vec{M}$ виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда $\overrightarrow{P_m}$ и $\vec{B}$ параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ($M = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения. Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\overrightarrow{P_m}, \vec{B})$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\overrightarrow{P_m}, \vec{\nabla})\vec{B}$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты $P_1 = P_2 = P_m$ двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -6\frac{P_m^2}{r^4}.$$

Неодимовые магнитные шары

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

1) шары намагничены однородно;

2) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Полный магнитный момент $\overrightarrow{P_m}$ постоянного магнита определяется намагниченностью $\overrightarrow{p_m}$ вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность – это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность равна:

$$\overrightarrow{p_m} = \frac{\overrightarrow{P_m}}{V}.$$

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции $B_r = 4\pi p_m$. Индукция магнитного поля $\overrightarrow{B_p}$ на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами

$$\overrightarrow{B_p} = \frac{8\pi}{3}\overrightarrow{p_m} = \frac{2}{3}\overrightarrow{B_r}.$$

Описание работы

Определение величины магнитного момента магнитных шариков

Метод А Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max}, на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow \boxed{P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}}$$

Метод Б Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром d с магнитными моментами P_m равна:

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4}$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен: $F \approx 1.08F_0$. Тогда

$$\boxed{P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}}$$

Определение величины магнитного поля Земли

Горизонтальная составляющая Магнитная «стрелка» образована из n сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ-образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0,$$

где P_0 – магнитный момент стрелки, B_h – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, $I_n \approx \frac{1}{12} n^3 m d^3$, тогда период колебаний $T = kn$, где $k = \pi \sqrt{\frac{md^2}{3P_m B_h}}$. Измеряя зависимость $T = T(n)$, находится B_h:

$$\boxed{B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3k^2 P_m}}$$

Вертикальная составляющая Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор $\vec{B}$ индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол β, зависящим от географической широты φ места, где проводится опыт. Величина угла β называется магнитным наклонением.
С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент M силы тяжести уравновешивающего груза пропорционален числу n шариков, образующих магнитную «стрелку» $M(n) = An$, $A = P_m B_v$, то есть

$$\boxed{B_v = \frac{A}{P_m}}$$

Результаты измерений и обработка результатов

1. Взвесим 39 шариков и получим $M = (18.946 \pm 0.001)$г $\Rightarrow$ масса 1 шарика

$$m = (4857 \pm 0.3)10^{-4}\text{г}$$

Аналогичным методом с помощью штангенциркуля найдем диаметр шариков($L = 5.28cm$, $N = 11$)

$$d = (48.0 \pm 0.1)10^{-2}cm$$

2. Проложим между шариками брусок и будем подкладывать листы бумаги, пока шарики удерживают друг друга, в итоге получим максимальное расстояние на котором шарики держутся:

$$r_{max} - d = 1.65 \pm 0.01cm$$

3. Рассчитаем величину магнитного момента P_m приравняв силу магнитного притяжения с силой тяжести, получим

$$P_m = (40 \pm 1)\frac{\text{Эрг}}{\text{Гс}}$$

Соответсвенно

$$p_m = (700 \pm 10)\ \text{Гс},\ B_r = (8800 \pm 200)\ \text{Гс},\ B_p = (5800 \pm 100)\ \text{Гс}$$

4. Теперь померим поле шарика 2 способом: масса подвешенного груза получилась $M = (362587 \pm 1)10^{-3}$ g соотвественно

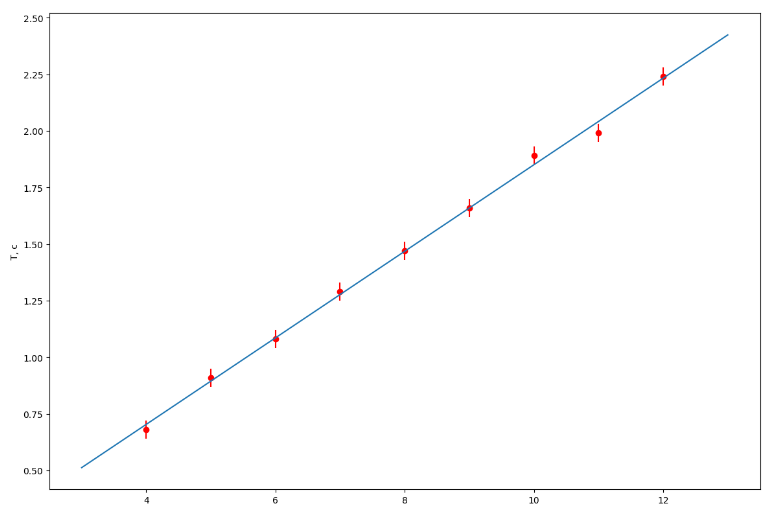
$$P_m = (54 \pm 1)\tfrac{\text{Эрг}}{\text{Гс}}$$
$$p_m = (930 \pm 20)\ \text{Гс},\ B_r = (11700 \pm 200)\ \text{Гс},\ B_p = (7800 \pm 150)\ \text{Гс}$$

5. непосредственно измеренное и усредненное по нескольким шарикам $B_p = (2800 \pm 200)$ Гс Как мы видим наши методы измерения оказались не слишком точными, будем брать

$$P_m = (40 \pm 1)\frac{\text{Эрг}}{\text{Гс}}$$

как наиболее близкий к непосредственно измеренному
6. Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля
Найдем зависимость периода колебаний от кол-ва шариков

T, c	0.687	0.91	1.08	1.29	1.47	1.66	1.89	1.99	2.24
n	4	5	6	7	8	9	10	11	12



от сюда коэффициент наклона прямой $k = (0.19 \pm 0.01)$ с. Тогда

$$B_h = (2.5 \pm 0.3)10^{-1} \text{ Гс}$$

Кроме того надо проверить что влияние упругости нити мало, для этого сделав окружность из n = 14 шариков и померив ее период получим

$$T = (8.1 \pm 0.1) \text{ с}$$

тогда модуль кручения

$$D = (\frac{2\pi}{T})^2 J \approx 10 \text{ ед. СГС}$$

где момент инерции $J = 2(\frac{dn}{2\pi} + \frac{d}{2})^2 nm$
От сюда легко понять что D даже при малом числе шариков на порядок меньше $P_0 B_h$, а при нашей точности этого вполне достаточно чтобы им принебречь
7. Измерение вертикальной составляющей. Для начала снимем зависимость момента от кол-ва шариков

M, дин · cm	120	130	190	250	350	1.66	1.89	1.99	2.24
n	4	6	8	10	12	9	10	11	12

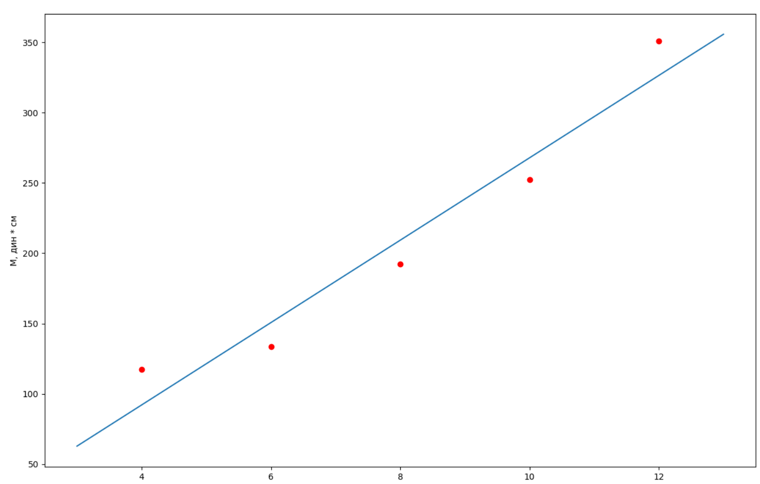


Рис. 1: зависимость момента от кол-ва шариков

получим коэф. наклона $A = (29 \pm 4)$дин · cm Тогда

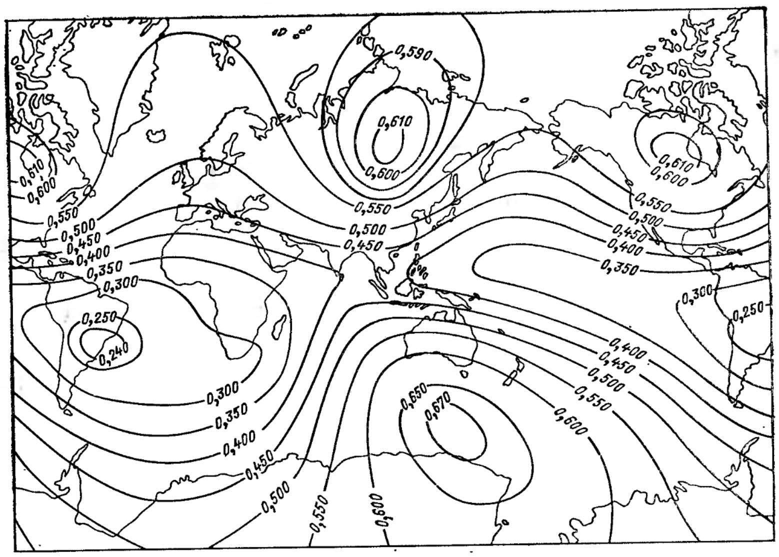


Рис. 44.1. Карта напряженности нормального геомагнитного поля $T_н$, 10^{-4} Тл, эпоха 1980 г. [19]

$$B_\vartheta = (7.0 \pm 1.4)10^{-1} \text{ Гс}$$

8. Таким образом мы можем вычислить магнитное поле земли

$$B = \sqrt{B_\vartheta^2 + B_h^2} = (7.5 \pm 1.5)10^{-1} \text{ Гс}$$

и сравнить с картинкой из сборника физических величин энергоатомиздата ($B_{\text{табл}} \approx (5 - 5.5)10^{-1}$ Гс)

Вывод

Мы получили значение поля достаточно близкое к табличному, но слегка завышенное, это связано с весьма неточным измерением магнитного момента шариков, кроме того упругость нити влияла на период не так слабо, как хотелось бы, еще, если использовать магнитный момент полученный вторым способом, полученное значение магнитного поля станет практически равно табличному, из чего мы можем сделать вывод, что возможно мерить магнитное поле маленького шарика непосредственно водя по нему магнетометром не самая лучшая идея.