

蒙特卡罗方法入门

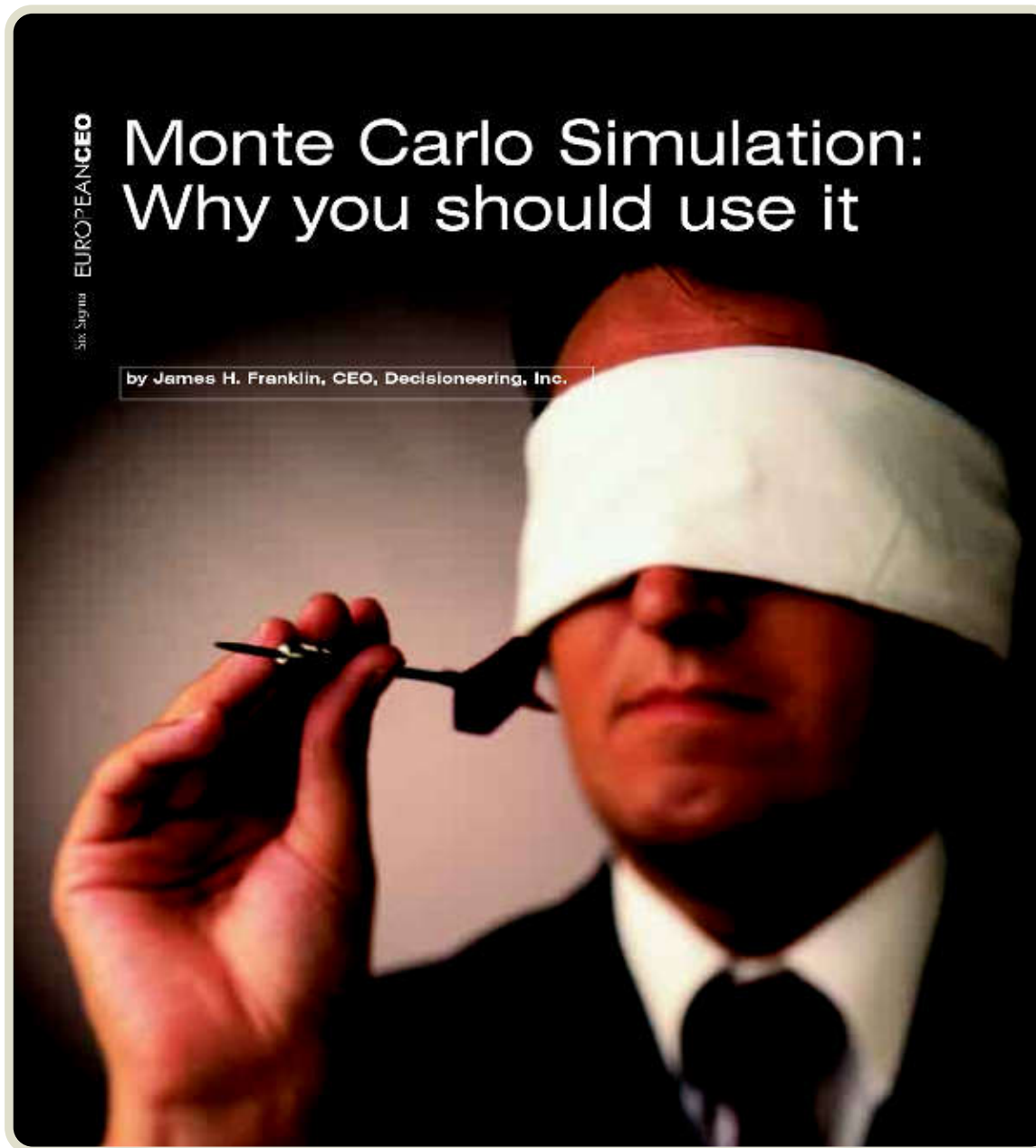
作者：阮一峰

日期：2015年7月27日



本站由 珠峰培训（专业前端培训）独家赞助

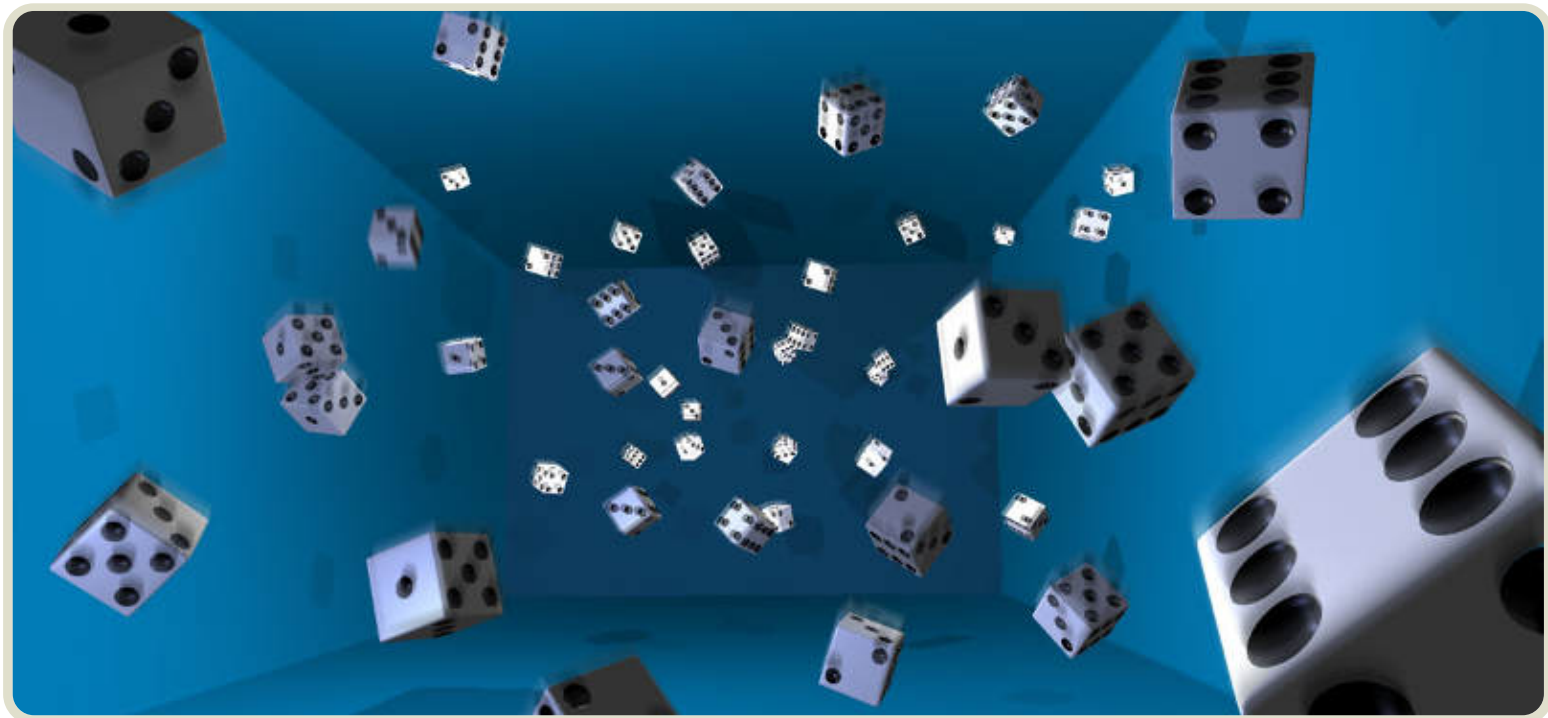
本文通过五个例子，介绍[蒙特卡罗方法](#)（Monte Carlo Method）。



一、概述

蒙特卡罗方法是一种计算方法。原理是通过大量随机样本，去了解一个系统，进而得到所要计算的值。

它非常强大和灵活，又相当简单易懂，很容易实现。对于许多问题来说，它往往是最简单的计算方法，有时甚至是唯一可行的方法。

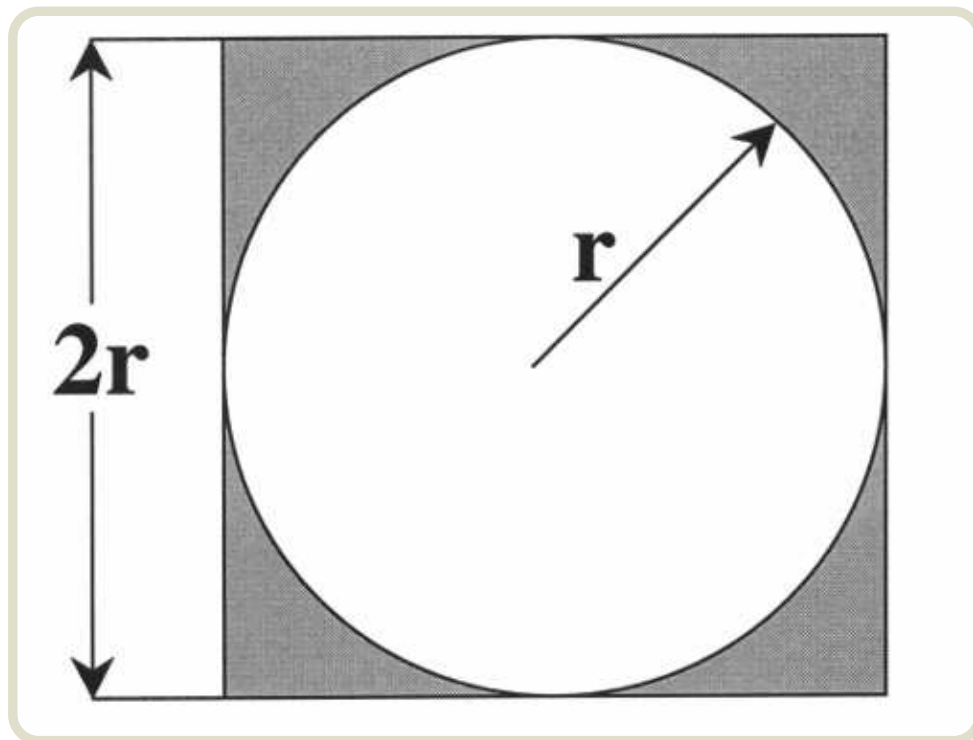


它诞生于上个世纪40年代美国的"曼哈顿计划"，名字来源于赌城蒙特卡罗，象征概率。

二、 π 的计算

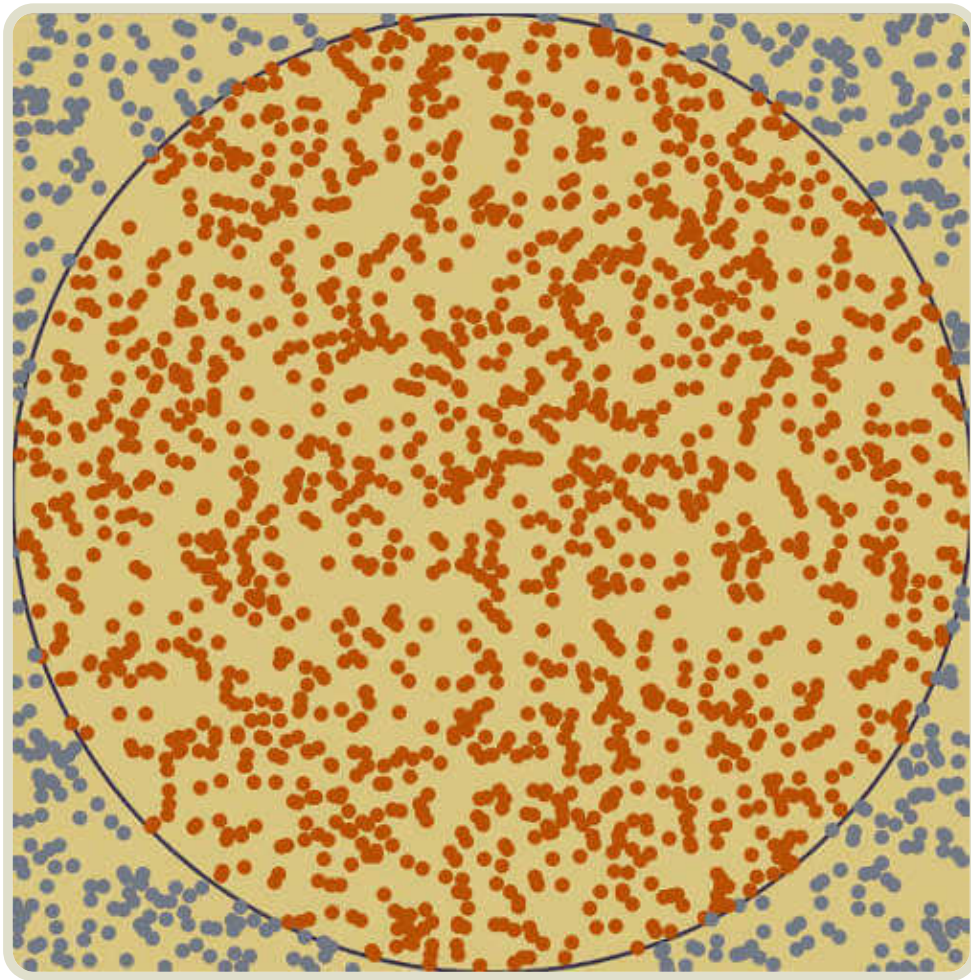
第一个例子是，如何用蒙特卡罗方法计算圆周率 π 。

正方形内部有一个相切的圆，它们的面积之比是 $\pi/4$ 。



$$\frac{\text{Area of Circle}}{\text{Area of Square}} = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi}{4}$$

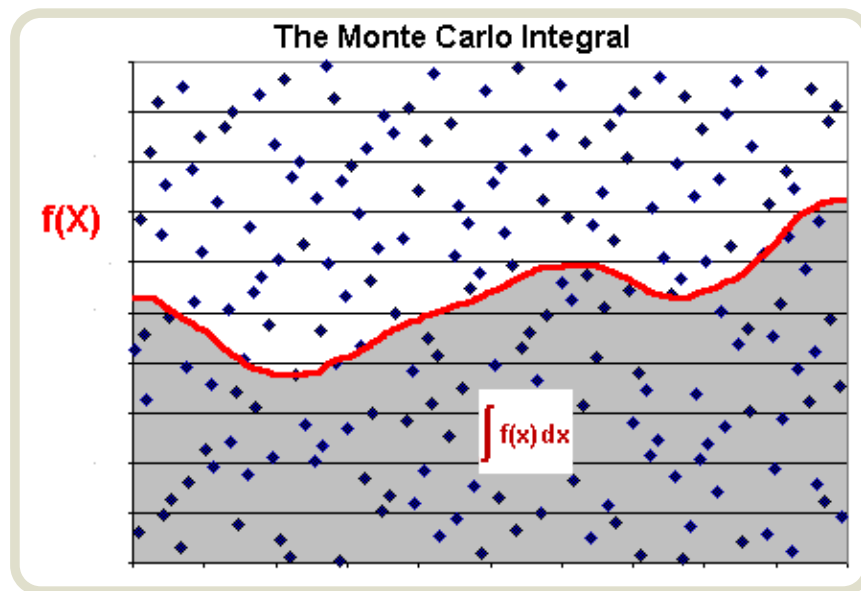
现在，在这个正方形内部，随机产生10000个点（即10000个坐标对 (x, y) ），计算它们与中心点的距离，从而判断是否落在圆的内部。



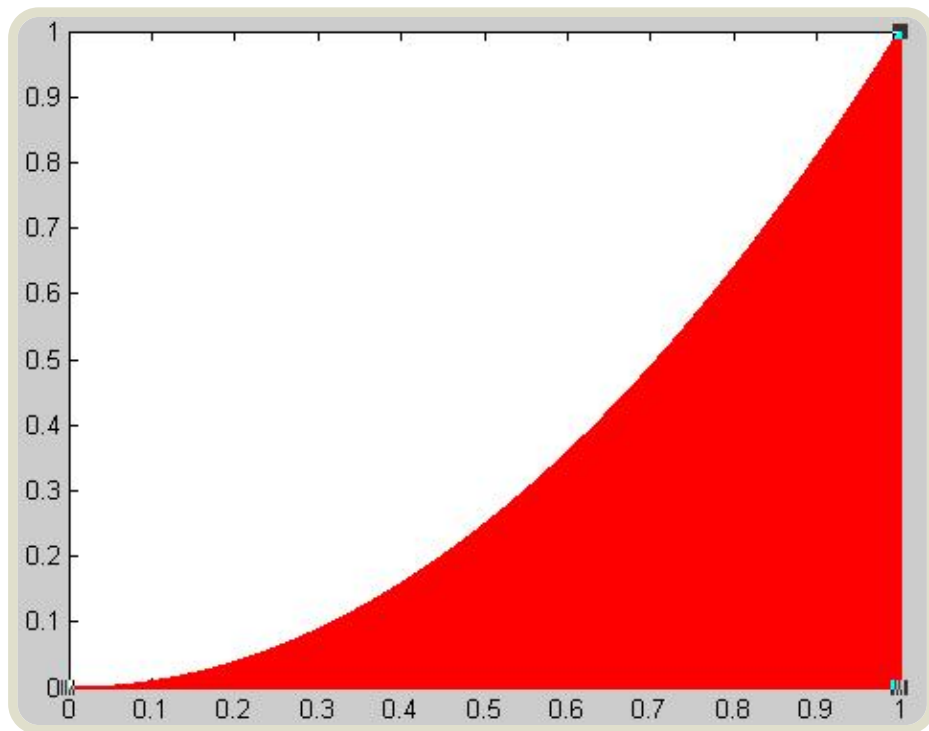
如果这些点均匀分布，那么圆内的点应该占到所有点的 $\pi/4$ ，因此将这个比值乘以4，就是 π 的值。通过R语言[脚本](#)随机模拟30000个点， π 的估算值与真实值相差0.07%。

三、积分的计算

上面的方法加以推广，就可以计算任意一个积分的值。



比如，计算函数 $y = x^2$ 在 $[0, 1]$ 区间的积分，就是求出下图红色部分的面积。



这个函数在 $(1,1)$ 点的取值为1，所以整个红色区域在一个面积为1的正方形里面。在该正方形内部，产生大量随机点，可以计算出有多少点落在红色区域（判断条件 $y < x^2$ ）。这个比重就是所要求的积分值。

用Matlab模拟100万个随机点，结果为0.3328。

四、交通堵塞

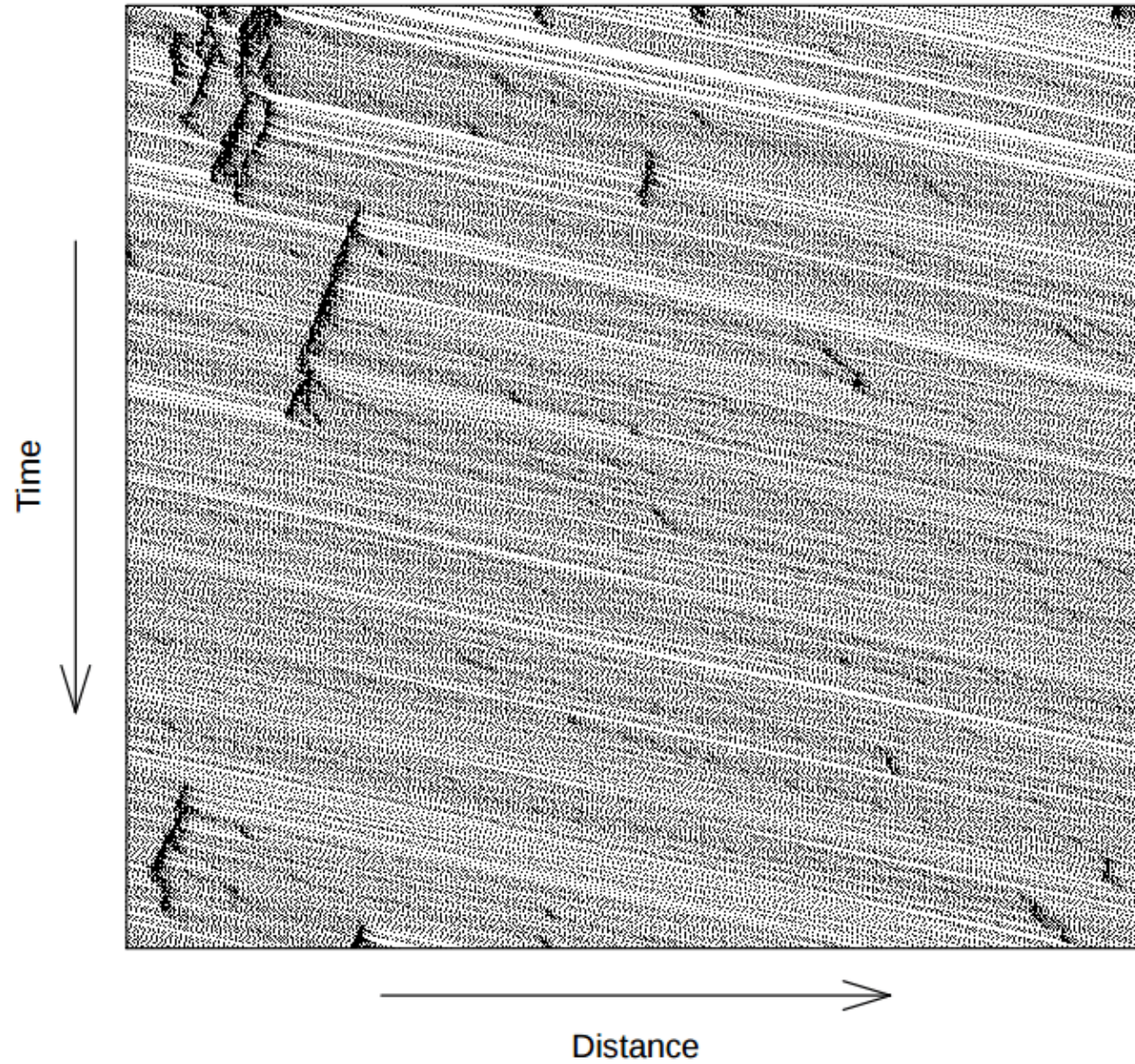
蒙特卡罗方法不仅可以用于计算，还可以用于模拟系统内部的随机运动。下面的例子模拟单车道的交通堵塞。

根据 Nagel-Schreckenberg 模型，车辆的运动满足以下规则。

- 当前速度是 v 。
- 如果前面没车，它在下一秒的速度会提高到 $v + 1$ ，直到达到规定的最高限速。
- 如果前面有车，距离为 d ，且 $d < v$ ，那么它在下一秒的速度会降低到 $d - 1$ 。
- 此外，司机还会以概率 p 随机减速，将下一秒的速度降低到 $v - 1$ 。

在一条直线上，随机产生100个点，代表道路上的100辆车，另取概率 p 为 0.3。

Nagel-Schreckenberg traffic

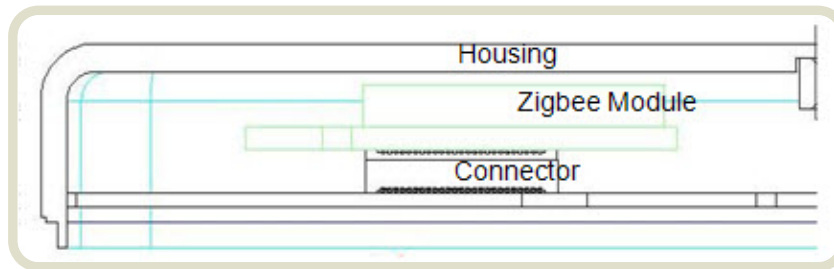


上图中，横轴代表距离（从左到右），纵轴代表时间（从上到下），因此每一行就表示下一秒的道路情况。

可以看到，该模型会随机产生交通拥堵（图形上黑色聚集的部分）。这就证明了，单车道即使没有任何原因，也会产生交通堵塞。

五、产品厚度

某产品由八个零件堆叠组成。也就是说，这八个零件的厚度总和，等于该产品的厚度。



已知该产品的厚度，必须控制在27mm以内，但是每个零件有一定的概率，厚度会超出误差。请问有多大的概率，产品的厚度会超出27mm？

Part	Dimension	Tolerance	Low	High	ST	
Top Housing thickness	2	0.091	1.909	2.091	0.0455	2
Clearance, Top	0.5		0.5	0.5		0.5
Zebra Module	4.575	0.107	4.468	4.682	0.035667	4.575
Hirose Connector	3	0.091	2.909	3.091	0.0455	3
PCB	1	0.1016	0.898	1.102	0.033867	1
Lower Components	13	0.1	12.9	13.1	0.05	13
Clearance, Bottom	0.5		0.5	0.5		0.5
Bottom Housing thickness	2	0.091	1.909	2.091	0.0455	2
Overall thickness	26.575	0.6086	25.963	27.187		26.575

取100000个随机样本，每个样本有8个值，对应8个零件各自的厚度。计算发现，产品的合格率为99.9979%，即百万分之21的概率，厚度会超出27mm。

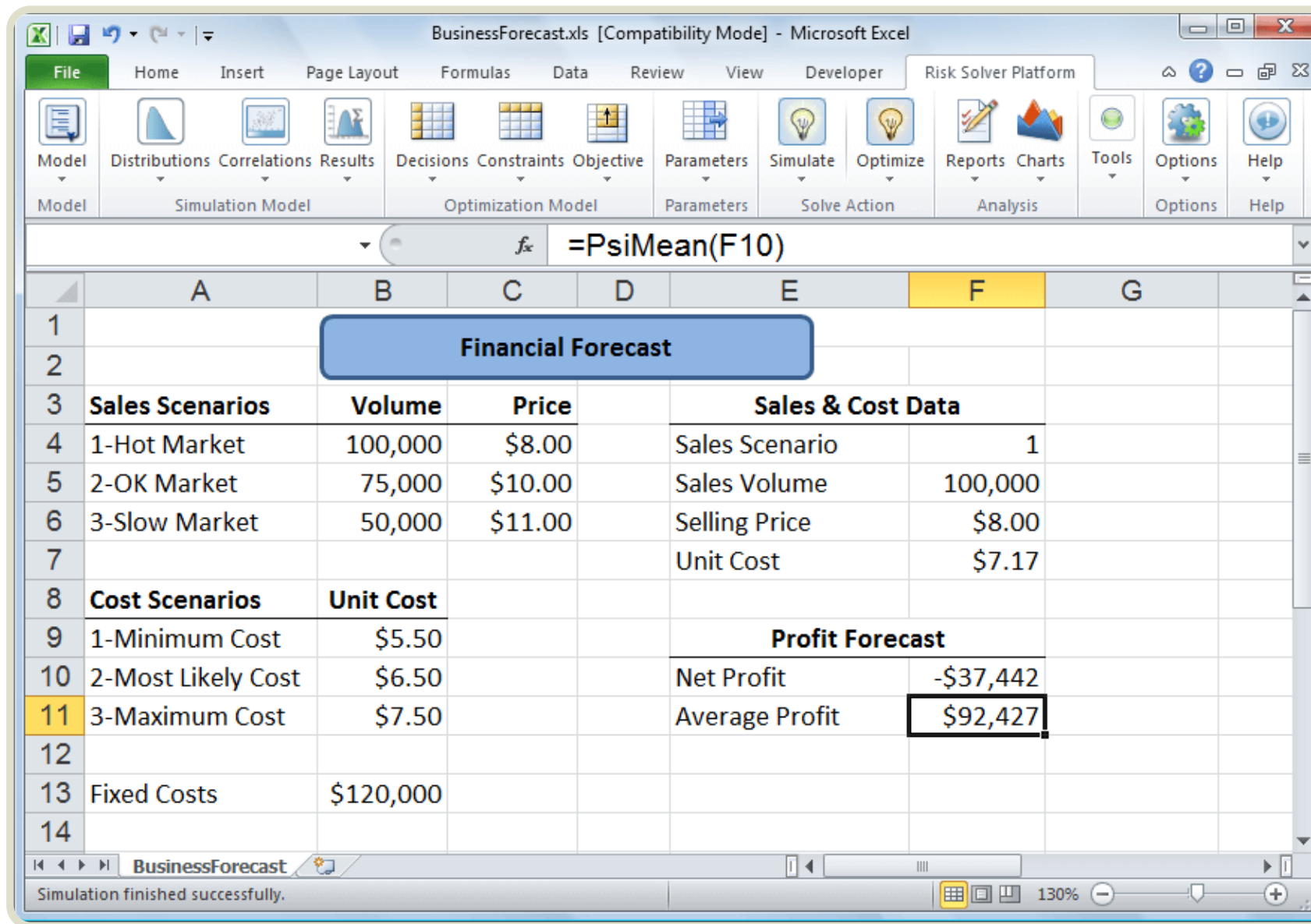
六、证券市场

证券市场有时交易活跃，有时交易冷清。下面是你对市场的预测。

- 如果交易冷清，你会以平均价11元，卖出5万股。
- 如果交易活跃，你会以平均价8元，卖出10万股。
- 如果交易温和，你会以平均价10元，卖出7.5万股。

已知你的成本在每股5.5元到7.5元之间，平均是6.5元。请问接下来的交易，你的净利润会是多少？

取1000个随机样本，每个样本有两个数值：一个是证券的成本（5.5元到7.5元之间的均匀分布），另一个是当前市场状态（冷清、活跃、温和，各有三分之一可能）。





模拟计算得到，平均净利润为92,427美元。

七，参考链接

- [Introduction To Monte Carlo Methods](#) , by Alex Woods
- [Monte Carlo Simulation Tutorial](#)
- [蒙特卡罗 \(Monte Carlo\) 方法简介](#) , by 王晓勇
- [蒙特卡罗 \(Monte Carlo\) 模拟的一个应用实例](#)

(完)

文档信息

- 版权声明：自由转载-非商用-非衍生-保持署名（[创意共享3.0许可证](#)）
- 发表日期：2015年7月27日
- 更多内容： [档案](#) » [算法与数学](#)
- 文集：《前方的路》，《未来世界的幸存者》
- 社交媒体：  twitter ,  weibo



相关文章

- 2017.12.13: [图像与滤波](#)

我对图像处理一直很感兴趣，曾经写过好几篇博客（1，2，3，4）。

- 2017.08.02: [正态分布为什么常见？](#)

统计学里面，正态分布（normal distribution）最常见。男女身高、寿命、血压、考试成绩、测量误差等等，都属于正态分布。

- 2017.07.13: [神经网络入门](#)

眼下最热门的技术，绝对是人工智能。

■ 2016.07.22: 如何识别图像边缘？

图像识别 (image recognition) 是现在的热门技术。

广告 (购买广告位)



CODING
CLOUD DEVELOPMENT

体验极速
代码托管服务

—
3月31日前, 点击注册并激活
立赠30天付费会员



掌握最火前端框架
React 开发硅谷课程

免费试听 >

优达学城
UDACITY

2018 © 我的邮件 | 微博 | 推特 | GitHub