



mesto: Microsoft Development Center Serbia
 datum: 26. jun 2017. godine
 predavač: Nikola Milosavljević, PMF Niš
 e-mail: nikola5000@gmail.com

Grafovi i još ponešto

Problem 1. [Romanian IOI 2017 Selection 1] Data je matrica $n \times m$ čiji su elementi mala slova engleskog alfabeta ($n, m \leq 2.000$). Soba je maksimalan skup međusobno povezanih istih polja. Dato je $q \leq 5.000$ upita oblika "koliko se soba (potpuno ili delimično) nalazi u pravouganiku (x_1, y_1, x_2, y_2) ?" (soba se nalazi u pravougaoniku ako se bar jedno polje sobe nalazi u pravougaoniku). Odgovoriti na sve upite.

Ulaz	Izlaz
$n = 5$ $m = 6$	12
aabbcc	8
abbbcc	6
cbeaed	
adeeed	
affttz	
$q = 3$	
1 1 5 6	
2 1 4 5	
3 3 5 6	

Problem 2. [Algorithmic Engagements 2009] Dat je prost graf sa $n \leq 100.000$ čvorova i $m \leq 250.000$ grana. Za svaki čvor i je poznata vrednost $p_i \leq 10^6$. Za svaki trougao u grafu (trojka čvorova takva da su svaka dva povezana granom), njegova vrednost je maksimum od tri vrednosti njegovih čvorova. Izračunati sumu vrednosti svih trouglova u grafu.

Ulaz	Izlaz
$n = 5$ $m = 7$	14
$p = (1, 5, 3, 4, 2)$	
1 2	
2 3	
5 2	
4 3	
3 1	
1 4	
5 1	

Problem 3. [10th Polish Olympiad in Informatics] Dat je skup različitih prirodnih brojeva $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($n \leq 5.000$, $a_i \leq 20.000$). Za ceo broj x kažemo da je *sumabilan* ako se može predstaviti kao suma nekih elemenata skupa A pri čemu je dozvoljeno ponavljanje (npr. za $A = \{2, 5, 9\}$ neki od sumabilnih brojeva su 0, 4, 14...). Dato je $k \leq 10^4$ celih brojeva iz segmenta $[0, 10^9]$. Za svaki od njih ispisati da li je sumabilan ili ne.

Ulaz	Izlaz
$n = 3$	DA
$A = \{2, 5, 9\}$	DA
$k = 4$	NE
0 4 3 21	DA

Problem 4. [Hrvatske izborne pripreme 2012] Dato je kompletno binarno stablo sa $n = 2^k - 1$ čvorova ($k \leq 13$) numerisanih brojevima od 1 do n ali mi ne znamo numeraciju čvorova (tj. koji čvor je povezan sa kojim).

Dozvoljeno je postavljati upite tipa $Q(a, b)$ sa značenjem: vrati redni broj čvora koji pripada (jedinstvenom) putu od čvora a do čvora b i koji je najbliži korenu stabla. Rekonstruisati stablo (npr. odrediti svakom čvoru oca) koristeći ne više od 50.000 upita.

Problem 5. [IOI 2016] Potrebno je napraviti prugu koja se sastoji od $n \leq 200.000$ sekcija. Svaka sekcija je predstavljena uređenim parom (s_i, t_i) koji označava da voz na početku te sekcije sme da ima brzinu najviše s_i dok na izlasku iz te sekcije njegova brzina postaje t_i . Svaki metar pruge između sekcija usporava voz za jedinicu brzine; na početku je brzina voza 1. Odrediti najmanju moguću dužinu pruge koju moramo postaviti pri optimalnom rasporedu sekcija (u jednom od podzadataka se traži da se samo prijavi da li je moguće da ukupna dužina pruge bude 0).

Ulaz	Izlaz
$n = 4$	3
1 7	(za raspored 1 4 2 3)
4 3	
5 8	
6 6	

Problem 6. [IOI 2008] Dato je $n \leq 10^6$ ostrva i n mostova između nekih od njih pri čemu je svako ostrvo susedno bar sa jednim mostom. Za svaki most je poznata njegova dužina $L_i \leq 10^8$. Mi možemo da krenemo sa bilo kog ostrva i nijedno ostrvo ne smemo posetiti više od jednom. U svakom trenutku ili prelazimo mostom na susedno ostrvo ili brodićem idemo do nekog drugog ostrva ali samo ako je to drugo ostrvo bilo nemoguće dostići dotadašnjom kombinacijom etnji i vožnji. Koji je najduži put koji možemo preći?

Ulaz	Izlaz
$n = 7$	24
3 8	
7 2	
4 2	
1 4	
1 9	
3 4	
2 3	

Problem 7. [Romanian IOI 2017 Selection 1] Dat je prost graf sa $n \leq 10^5$ čvorova i $m \leq 220.000$ grana. Označiti sve grane različitim prirodnim brojevima iz $[1, m]$ tako da za svaki čvor čiji je stepen veći od 1 važi: najveći zajednički delilac oznaka grana koje polaze iz tog čvora je 1.

Ulaz	Izlaz
$n = 5$ $m = 6$	
1 2	2
2 3	5
1 3	3
4 1	1
3 4	4
3 5	6

Problem 8. [TC SRM 462] U jednoj državi sa $n \leq 100$ gradova, od kojih su neki povezani jednosmernim putevima, trenutno se odvija rat. Vojnik se nalazi u gradu 1 i cilj mu je da što pre dođe do grada n . Poznate su mu dužine svih puteva i ima informaciju da je neprijatelj uništio jedan put, ali ne zna koji. On može da otkrije koji je put uništen tek kada dođe do "početnog" grada tog puta. Odrediti strategiju tako da dužina puta u najgorem slučaju bude što kraća ili stampati -1 ako postoji mogućnost da vojnik ne može doći do grada n .

Ulaz	Izlaz
$n = 3$ $m = 3$	5
1 3 1	
1 2 2	
2 3 3	

Problem 9. [TIMUS 1077] U jednom gradu ima $N \leq 10^3$ raskrsnica (na svakoj se nalazi neka znamenitost grada) i $M \leq 10^4$ ulica koje povezuju neke od njih. Jedna tura se sastoji od polaska sa neke raskrsnice, obilaska nekoliko raskrsnica i vraćanja na početnu, pri čemu nema ponavljanja raskrsnica i postoji ulica između svake dve uzastopne raskrsnice u turi. Potrebno je konstruisati što više tura, tako da svaka tura sadrži bar jednu ulicu koja se ne pojavljuje u ostalim turama (ispisati sve te ture).

Problem 10. [SARATOV ?] Dato je $n \leq 100$ gradova i m jednosmernih puteva između nekih od njih (između svaka dva grada postoji najviše jedan put u jednom smeru). Svaki put p_{ij} ima dve (celobrojne) vrednosti A_{ij} i B_{ij} ($1 \leq A_{ij}, B_{ij} \leq 100$). Naći zatvorenu konturu C za koju važi: 1) C sadrži najviše n gradova i 2) suma svih A_{ij} puteva koji pripadaju C podeljena sa sumom svih B_{ij} puteva koji pripadaju C je maksimalna.

Ulaz

```
4 5
1 2 5 1
2 3 3 5
3 4 1 1
4 1 5 2
2 4 1 10
```

Izlaz

```
1 2 3 4
```

Problem 11. [COCI 2009/2010 Contest 3] Dat je niz a od n prirodnih brojeva iz segmenta $[1, C]$ ($n \leq 300.000$, $C \leq 10.000$). Za neki podsegment $[i, j]$ niza a kažemo da je OK ako je više od polovine $((j - i + 1)/2)$ elemenata sa istom vrednošću. Dato je $m \leq 10.000$ upita oblika ij : odgovoriti da li je podsegment $[i, j]$ niza a OK i, ukoliko jeste, štampati i vrednost koja se pojavljuje više od pola puta u njemu.

Ulaz

```
n = 10          C = 3
1 2 1 2 1 2 3 2 3 3
m = 6
1 2
1 3
1 4
1 5
2 5
2 6
```

Izlaz

```
no
yes 1
no
yes 1
no
yes 2
```

Problem 12. [Balkan Olympiad in Informatics 2012] Zadatak Fan Groups, vidi tekst.