mesto: Avala
datum: 23. jul 2019. godine
predavač: Nikola Milosavljević, PMF Niš
e-mail: nikola5000@gmail.com

NEERC problemi

Problem 1. **[NEERC 2018, Northern Subregional Contest St Petersburg]** Stepenice predstavljaju nekoliko gomila kockica, jedna do druge, pri čemu je broj kockica na gomilama nerastući gledano s leva na desno. Stepenice su *simetrične* ukoliko je njihov profil simetričan na pravu $y = x$ (pri čemu je jedno teme najdonje kocke najlevlje gomile u koordinatnom početku). Dato je $t \leq 10^4$ brojeva $n_i \leq 2 \cdot 10^5$; za svaki od njih odrediti koliko ima simetričnih stepenica koje se sastoje od tačno n_i kockica (po modulu 998 244 353).

Ulaz	**Izlaz**
$t = 4$	1
3	1
5	5
17	12
25	

Problem 2. **[NEERC 2018, Northern Subregional Contest St Petersburg]** Dato je stablo sa $n \leq 5.000$ čvorova i za svaki čvor je poznata njegova vrednost a_i - broj iz skupa $\{1, 2, \ldots, k\}$ ($k \leq 10$). Za neki skup čvorova S ovog stabla, označimo sa t broj različitih vrednosti koji se javljaju u čvorovima skupa S i u čvorovima koji su na nekom od najkraćih puteva između neka dva čvora iz S. Kažemo da je *vrednost* skupa S jednaka $2^k + 2^{k-1} + \ldots + 2^{k-t+1}$. Vrednost neke particije skupa svih čvorova stabla (particija je podela skupa na podskupove) jednaka je sumi vrednosti svih podskupova u toj particiji. Odrediti sumu vrednosti svih particija stabla (po modulu 998 244 353).

Ulaz	**Izlaz**
$n = 3$ $k = 2$	48
$a = (1, 2, 1)$	(= 12 + 10 + 10 + 10 + 6)
1 2	
2 3	

Problem 3. **[NEERC 2018, Northern Subregional Contest St Petersburg]** U nizu je poređano $n \leq 2 \cdot 10^5$ cilindričnih posuda koje imaju jediničnu površinu osnove i beskonačnu visinu. Za svako $i = \overline{1, n-1}$, posude i i $i + 1$ su spojene tankim mostom na visini $h_i \leq 10^9$. Sve visine h_i su međusobno različite. Vrši se $t \leq 2 \cdot 10^5$ nezavisnih eksperimenata (na početku svakog eksperimenta su sve posude prazne): u i-tom eksperimentu se sipa voda u posudu broj a_i i prekida se sa sipanjem u trenutku kada se u posudi broj b_i pojavi bar jedna kap vode. Za svaki eksperiment ispisati koliko je jedinica vode sipano do prekida eksperimenta. Podsetimo se da se nivo vode podjednako diže u spojenim sudovima.

Ulaz	**Izlaz**
$n = 6$	25
1 4 2 3 5	18
$t = 4$	14
1 6	12
6 1	
2 5	
5 2	

Problem 4. **[NEERC 2018, Northern Subregional Contest St Petersburg]** Dat je usmereni aciklični graf sa $n \leq 50.000$ čvorova i $m \leq 200.000$ grana. Obojiti svaku granu u jednu od 3 boje tako da u ovom grafu ne postoji istobojni usmereni put koji se sastoji od više od 42 grane.

Ulaz		**Izlaz**
$n = 5$	$m = 6$	B
5 6		R
5 3		G
3 1		R
1 2		B
2 4		G
5 2		
3 4		

Problem 5. [**NEERC 2018**] Dat je povezan neusmeren netežinski graf koji ima $n \leq 10^5$ čvorova i $n-1 \leq m \leq n+42$ grana. Odrediti sumu rastojanja između svaka dva čvora u grafu tj. izračunati $\sum_{u<v} d(u,v)$.

Ulaz		**Izlaz**
$n = 4$	$m = 4$	8
1 2		
2 3		
3 1		
3 4		

Problem 6. [**NEERC 2018**] Posmatrajmo permutaciju p brojeva od 1 do n ($n \leq 400$). Podniz $(p_l, p_{l+1}, \ldots, p_r)$ ove permutacije zovemo *interval* ukoliko, gledano kao skup, sadrži $r-l+1$ uzastopnih brojeva. Npr. permutacija $(6,7,1,8,5,3,2,4)$ sadrži intervale $(6,7)$, $(5,3,2,4)$, $(3,2)$ i druge. Interval je *ne-trivijalan* ukoliko mu je dužina veća od 1 a manja od n (svaka permutacija sadrži n intervala dužine 1 i jedan interval dužine n). Odrediti broj permutacija brojeva od 1 do n (po datom modulu 998 244 353) koje ne sadrže ne-trivijalne intervale.

Ulaz	**Izlaz**
$n = 5$	6

Problem 7. [**NEERC 2018**] Dato je $q \leq 3 \cdot 10^5$ događaja jednog od 3 tipa (dešavaju se u zadatom redosledu):

- Join t d ($1 \leq t \leq d \leq 10^6$) – osoba zakazuje sastanak sa kraljem, doći će u trenutku t i sastanak će trajati d jedinica vremena.
- Cancel i ($1 \leq i <$ trenutni redni broj događaja) – otkazuje se sastanak koji je zakazan u i-tom događaju (koji će uvek biti tipa Join).
- Query t ($1 \leq t \leq 10^6$) – ukoliko bi se svi neotkazani sastanci (do ovog trenutk) desili, koliko bi morali da čekamo na sastanak ako dođemo u trenutku t?

Kada osoba dođe u zakazano vreme ona mora da čeka do završetka sastanka ako sastanak još traje. Ako više osoba čeka iz tog razloga, kada se sastanak završi, prvo ide ona koja je imala raniji termin (neće biti dva ista termina). Za poslednji tip upita, ukoliko dođemo u isto vreme kad i neko drugi, moramo ga propustiti. Odogovoriti na sve upite poslednjeg tipa.

Ulaz	**Izlaz**
$n = 19$	0
? 3	1
+ 2 2	0
? 3	2
? 4	1
+ 5 2	3
? 5	2
? 6	1
+ 1 2	2
? 2	1
? 3	0
? 4	0
? 5	2
? 6	1
? 7	1
? 9	
- 8	
? 2	
? 3	
? 6	

Problem 8. **[NEERC 2017, Northern Subregional Contest St Petersburg]** Dat je niz a celih brojeva dužine n ($|a_i| \leq 10^9$, $n \leq 50.000$) takvih da nijedan od njih nije jedank nuli. Zatim sledi sledi $m \leq 50.000$ promena ovog niza oblika "p_i v_i" ($1 \leq p_i \leq n$, $|v_i| \leq 10^9$, $v_i \neq 0$) - ovo znači da je nova vrednost elementa a_{p_i} jednaka v_i. U svakom trenutku u nizu postoji bar jedan pozitivan i bar jedan negativan element i apsolutna vrednost sume svih pozitivnih/svih negativnih ne prelazi 10^9.

Označimo sa P i N, redom, apsolutnu vrednost zbira svih pozitivnih elemenata i apsolutnu vrednost zbira svih negativnih elemenata trenutnog niza a i definišimo novi niz $b_i = \frac{a_i}{P}$ ako je $a_i > 0$ i $b_i = \frac{a_i}{N}$ inače. Nakon svakog upita odrediti najveću prefiksnu sumu niza b tj. naći indeks k tako da je $\sum_{i=1}^{k} b_i$ najveće moguće (ako ima više takvih indeksa, vratiti najmanji).

Ulaz		**Izlaz**
$n = 4$	$m = 7$	3
$a = (1, -5, 3, -5)$		1
4 -1		3
2 -1		3
3 10		1
4 10		4
1 -1		4
2 1		4
3 -1		

Problem 9. **[NEERC 2017]** Dat je usmereni jako povezani graf (to znači da za svaka dva čvora u i v postoji put i od u do v i od v do u) sa $n \leq 10^5$ čvorova i $2n < m \leq 10^5$ grana. Izbaciti neke grane iz ovog grafa (štampati izbačene grane) tako da u grafu ostane tačno $2n$ grafa i da on i dalje bude jako povezan.

Ulaz		**Izlaz**
$n = 4$	$m = 9$	1 3
1 2		
1 3		
2 3		
2 4		
3 2		
3 4		
4 1		
4 2		
4 3		

Problem 10. **[NEERC 2017]** Na streljačkom turniru se dešavaju $n \leq 2 \cdot 10^5$ događaja u zadatom redosledu. Svaki događaj je ili "1 x_i y_i", što označava postavljanje nove mete (kruga) sa centrom u (x_i, y_i) i poluprečnikom y_i (sve mete dodiruju podlogu tj. pravu $y = 0$ i uvek je $y_i > 0$), ili "2 x_i y_i" što označava da smo pucali u zadatu tačku u ravni i treba odgovoriti da li smo pogodili metu i koju. Poznato je da nikoje dve mete nemaju zajedničkih unutrašnjih tačaka i da je $-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9$. Odgovoriti na sve upite.

Ulaz	**Izlaz**
$n = 8$	-1
1 0 12	-1
2 -11 22	3
1 24 10	1
1 12 3	
2 12 12	
2 16 14	
1 28 15	
2 3 6	

Interactive

Problem 11. **[NEERC 2018]** Problem C

Problem 12. **[NEERC 2011]** Problem I

Problem 13. **[NEERC 2012]** Problem B

Problem 14. **[NEERC 2014, Moscow Subregional]** Problem I

Problem 15. **[NEERC 2014]** Problem I