

mesto: Microsoft Development Center Serbia

datum: 3. jul 2018. godine

predavač: Nikola Milosavljević, PMF Niš

e-mail: nikola5000@gmail.com

Dinamičko programiranje

1 Zagrevanje

Problem 1. [COCI 2006/07 Contest 4] Data su dva prirodna broja $n \leq 10^3$ i $k \leq 10^4$. Naći broj permutacija brojeva od 1 do n koji imaju tačno k inverzija.

Ulaz $n = 4$ $k = 3$ **Izlaz**

6

Problem 2. [SGU 304] Prodavnica ima $n \leq 10^3$ bombona od kojih se svaka nalazi u jednoj od $k \leq n$ kutija. i -ta bombona košta a_i evra; uz to, ukoliko se iz j -te kutije uzima bar jedna bombona, potrebno je platiti b_j evra za otvaranje te kutije ($a_i, b_j \leq 10^9$). Koliko najviše bombona možemo kupiti ako imamo $P \leq 10^9$ evra?

Ulaz $n = 4$ $k = 2$ $P = 10$ $b_1 = 1$ $b_2 = 2$

I kutija: 3

II kutija: 1 5 3

Izlaz

3

Bombona cene 3 iz I kutije i

bombone cene 1 i 3 iz II kutije

Problem 3. [COCI 2007/08 Contest 4] Dato je $n \leq 10^5$ segmenata $[a_i, b_i]$ ($1 \leq a_i \leq b_i \leq 10^9$) na x -osi. Odrediti dužinu najdužeg lanca "ugnjeđenih" segmenata" (segment $[x, y]$ je u segmentu $[z, t]$ ako je $z \leq x \leq y \leq t$).

Ulaz $n = 5$

10 30

20 40

30 50

10 60

30 40

Izlaz

3

Problem 4. [SGU 458] Niz celih brojeva zovemo *dobar* ako mu je razlika svaka dva susedna elementa različita od 1. Za dati celobrojni niz a dužine n ($n \leq 10^5$, $0 \leq a_i \leq 10^6$) odrediti koliko je najmanje njegovih elemenata potrebno izbaciti da bi on postao dobar (kada izbacimo element a_i , elementi a_{i-1} i a_{i+1} postaju susedni).

Ulaz $n = 8$

5 3 3 2 2 2 2 1

Izlaz

3

5 2 2 2 2

Problem 5. [SIO 2015] Niz celih brojeva a_i je definisan kao $a_1 = A$, $a_{i+1} = (a_i + \text{najveća cifra broja } a_i) \bmod M$ za svako $i \geq 1$. Za date prirodne brojeve $A, M, N \leq 10^{18}$, odrediti a_N .

Ulaz $A = 123$ $M = 134$ $N = 6$ **Izlaz**

4

2 Zadaci

Problem 6. [IPSC 2013] Dat je string dužine $n \leq 10^6$ koji se sastoji od prvih $m \leq 20$ slova engleskog alfabeta. Odrediti da li se svaka od $m!$ permutacija ovih slova pojavljuje kao podstring (ne nužno uzastopnih elemenata) ovog stringa.

Ulaz

$n = 7$ $m = 3$
 abcabac

Izlaz

DA

Problem 7. [CH24 EC 2011] Dato je $n \leq 50$ duži celobrojnih dužina $a_i \leq 50$. Mi možemo spajati neke duži. Koja je stranica najvećeg jednakostraničnog trougla kojeg možemo dobiti od ovih duži? Ne moraju se iskoristiti sve duži.

Ulaz

$n = 8$
 2 4 4 9 3 7 6 2

Izlaz

11

Problem 8. [SGU 183] Dat je niz od $n \leq 10^5$ belih lopti. Za svaku loptu je data cena potrebna da se lopta ofarba u crno. Potrebno je neke lopte ofarbati u crno, tako da među svakih $m \leq 100$ uzastopnih lopti bar dve budu crne. Kolika ja minimalna cena traženog farbanja i koje lopte treba ofarbati?

Ulaz

$n = 6$ $m = 3$
 1 5 6 2 1 3

Izlaz

9

Problem 9. [IZhO 2014] U jednoj banci je došlo $N \leq 20$ osoba da podigne svoje plate – i -ta osoba treba da podigne $a_i \leq 10^3$ dinara. Banka ima samo $M \leq 20$ novčanica – i -ta novčanica vredi $b_i \leq 10^3$ dinara. Odgovoriti da li je moguće da banka isplati svim osobama odgovarajuće iznose koristeći samo date novčanice (svaku najviše jednom).

Ulaz

$n = 2$ $m = 6$
 $a = (9, 10)$
 $b = (5, 4, 8, 6, 3, 11)$

Izlaz

NO

Problem 10. [COCI 2008/09 Contest 1] Dato je netežinsko stablo sa $n \leq 300.000$ čvorova. Potrebno je jednu granu ukloniti a zatim jednu granu dodati tako da se ponovo dobije stablo pri čemu je rastojanje između 2 najudaljenija čvora minimizovano.

Ulaz

$n = 4$
 1 2
 2 3
 3 4

Izlaz

2
 3 4
 4 2

Problem 11. [Balkan Olympiad in Informatics 2012] Zadatak Spiral, vidi tekst.

Problem 12. [Balkan Olympiad in Informatics 2012] Zadatak Balls, vidi tekst.