

Interrogation de cours n° 6

Lundi 13 octobre 2025

Version de l'année dernière, des questions sont susceptibles de changer !

Définitions & formules

1. Donner la définition du rayon de convergence d'une série entière $\sum a_n z^n$.
2. Donner l'expression du produit de Cauchy de deux séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$.
3. Donner l'expression de la série primitive d'une série entière $\sum a_n z^n$.
4. Quelle régularité une fonction f développable en série entière possède-t-elle ? Donner l'expression des coefficients de cette série entière en fonction de f .
5. Expliciter le développement en série entière de $f : x \mapsto (1+x)^\alpha$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$.

Résultats et propriétés

- a) En notant R_a et R_b les rayons de convergences de deux séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$, montrer que si $a_n = O(b_n)$, alors $R_a \geq R_b$.
- b) Énoncer (pour tous) et démontrer (5/2 + MPI*) le lemme d'Abel.
- c) Montrer que si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est paire et développable en série entière sur \mathbb{R} , alors les coefficients de rang impair sont tous nuls.