

Interrogation de cours n° 10

Lundi 1er décembre 2025

Version de l'année dernière, des questions sont susceptibles de changer !

Dans tout l'énoncé, E est un espace euclidien de dimension n .

Définitions & formules

1. Donner la formule qui caractérise l'adjoint d'un endomorphisme $u \in \mathcal{L}(E)$.
2. Donner la définition d'une matrice orthogonale.
3. Donner la définition d'une isométrie vectorielle.
4. Donner la définition d'un endomorphisme autoadjoint.
5. Donner la définition d'une matrice symétrique définie positive.

Résultats et propriétés

- a) Soit $u \in \mathcal{L}(E)$. Montrer que u est une isométrie vectorielle si et seulement si l'image par u d'une base orthonormale est une base orthonormale.
- b) Soit p un projecteur. Montrer que p est un projecteur orthogonal si et seulement si p est autoadjoint.
- c) Soit $u \in \mathcal{S}(E)$. Montrer que u est autoadjoint positif si et seulement si $\text{Sp}(u) \subset \mathbb{R}_+$.