

# Interrogation de cours n° 10

*Lundi 1er décembre 2025*

**Version de l'année dernière, des questions sont susceptibles de changer !**

Dans tout l'énoncé,  $E$  est un espace euclidien de dimension  $n$ .

## Définitions & formules

1. Donner la formule qui caractérise l'adjoint d'un endomorphisme  $u \in \mathcal{L}(E)$ .
2. Donner la définition d'une matrice orthogonale.
3. Donner la définition d'une isométrie vectorielle.
4. Donner la définition d'un endomorphisme autoadjoint.
5. Donner la définition d'une matrice symétrique définie positive.

## Résultats et propriétés

- a) Soit  $u \in \mathcal{L}(E)$ . Montrer que  $u$  est une isométrie vectorielle si et seulement si l'image par  $u$  d'une base orthonormale est une base orthonormale.
- b) Soit  $p$  un projecteur. Montrer que  $p$  est un projecteur orthogonal si et seulement si  $p$  est autoadjoint.
- c) Soit  $u \in \mathcal{S}(E)$ . Montrer que  $u$  est autoadjoint positif si et seulement si  $\text{Sp}(u) \subset \mathbb{R}_+$ .