

# Interrogation de cours n° 2

*Lundi 15 septembre 2025*

$\mathbb{K}$  est un sous-corps de  $\mathbb{R}$ ,  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie  $n$ ,  $u$  un endomorphisme de  $E$  et  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Durée: 20 min.

## Définitions et énoncés (5 pts)

1. Définition du polynôme caractéristique de  $A$ , de  $u$ .
2. Définition de  $A$  diagonalisable.
3. Caractérisation de la diagonalisabilité de  $A$  à l'aide de son polynôme caractéristique.
4. Caractérisation de la diagonalisabilité de  $A$  à l'aide d'un polynôme annulateur.
5. Énoncé du théorème de Cayley-Hamilton.

## Démonstrations (6 pts)

- a) Montrer que deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique.
- b) Montrer que si  $u$  est trigonalisable, alors son polynôme caractéristique est scindé.
- c) Si  $P$  est un polynôme annulateur de  $u$ , montrer que toute valeur propre de  $u$  est une racine de  $P$ .