

# Interrogation de cours n° 7

*Lundi 3 novembre 2025*

**Version de l'année dernière, des questions sont susceptibles de changer !**

Dans tout l'énoncé,  $I$  est un intervalle de  $\mathbb{R}$  d'intérieur non vide,  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie  $n \in \mathbb{N}^*$ , et on considère une fonction  $f : I \rightarrow E$ . On fixera également  $a, b \in I$  avec  $a < b$ .

## Définitions & formules

1. Donner la définition de la dérivabilité de  $f$  en  $a$ .
2. Si  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^k$  et  $\varphi : E \times E \rightarrow \mathbb{K}$  une forme bilinéaire, exprimer la dérivée  $k$ -ième de  $g : t \mapsto \varphi(f(t), f(t))$  à l'aide de  $\varphi$  et des dérivées successives de  $f$ .
3. Si  $f$  est continue par morceaux sur  $[a, b]$ , comment définit-on l'intégrale de  $f$  sur  $[a, b]$  ?
4. Énoncer l'inégalité des accroissements finis pour  $f$  sur  $[a, b]$  si  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^1$ .
5. On suppose  $f$  de classe  $\mathcal{C}^{p+1}$ . Écrire la formule de Taylor avec reste intégral sur  $[a, b]$ , à l'ordre  $p$ .

## Résultats et propriétés

- a) Montrer que  $f$  est dérivable en  $a$  si, et seulement si elle admet un développement limité d'ordre 1 en  $a$ .
- b) Si  $F$  est un  $\mathbb{K}$  espace vectoriel de dimension finie et  $g \in \mathcal{L}(E, F)$ , montrer que la dérivabilité de  $f$  sur  $I$  implique celle de  $g \circ f$ .
- c) En reprenant l'écriture de la formule de Taylor avec reste intégral de la question 5, montrer comment on en déduit l'inégalité de Taylor-Lagrange.