Interrogation de cours n° 4

Lundi 29 septembre 2025

Version de l'année dernière, des questions sont susceptibles de changer !

E, F sont des $\mathbb{K}$-espaces vectoriels normés, de norme $\|\cdot\|$ (même notation pour les deux espaces), avec $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, et $A \subset E$. Durée: 30 min.

Définitions

1. Définition de l'existence d'une limite en $a \in \overline{A}$ pour $f : A \to F$.

2. Définition d'une application uniformément continue sur A.

3. Définition d'une application Lipschitzienne sur A.

4. Définition de la norme d'opérateur sur $\mathcal{L}_c(E, F)$.

5. Définition précise d'une partie connexe par arcs de E.

Résultats et propriétés

a) Montrer que si $f, g : E \to F$ sont continues et coincident sur A, avec A dense dans E, alors $f = g$.

b) Montrer que si $f : A \to F$ est continue et A compacte, alors $f(A)$ est compacte.

c) Énoncer le critère fondamental prouvant que $f \in \mathcal{L}(E, F)$ est continue. Démontrer sa validité.