

# Interrogation de cours n° 2

*Lundi 15 septembre 2025*

**Version de l'année dernière, des questions sont susceptibles de changer !**

$\mathbb{K}$  est un sous-corps de  $\mathbb{R}$ ,  $E$  un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel de dimension finie  $n$ ,  $u$  un endomorphisme de  $E$  et  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ . Durée: 30 min.

## Définitions

1. Définition du polynôme caractéristique de  $A$ , de  $u$ .
2. Définition détaillée de la multiplicité d'une valeur propre de  $u$ .
3. Définition de  $u$  diagonalisable.
4. Définition de l'idéal annulateur de  $u$ .
5. Définition du polynôme minimal de  $u$ .

## Résultats et propriétés

- a) Montrer que les valeurs propres de  $u$  sont les racines du polynôme caractéristique de  $u$ .
- b) Si  $A$  est trigonalisable, Montrer comment on peut exprimer  $\text{tr}(A)$  et  $\det(A)$  en fonction des valeurs propres de  $A$ . Détailler au mieux la preuve.
- c) Si  $P$  est un polynôme annulateur de  $u$ , montrer que toute valeur propre de  $u$  est une racine de  $P$ .