

# رياضيات تخصصية

## الهندسة المستوية والفراغية

## اسم الوحدة: الهندسة المستوية والفراغية

الجدارة: الالم بمبادئ الهندسية المستوية والفراغية

### الأهداف:

بعد دراسة هذه الوحدة يكون للطالب القدرة على معرفة:

- الأشكال الهندسية المستوية (الأشكال الرباعية - المثلث - الدائرة)
- قوانين حساب المساحة والمحيط للأشكال الهندسية المستوية
- الأشكال الهندسية الفراغية (المكعب - الإسطوانة - المخروط - الكرة)
- قوانين حساب المساحة الجانبية وحجم الأشكال الهندسية الفراغية

**مستوى الأداء المطلوب:** أن يصل المتدرب إلى إتقان هذه الوحدة بنسبة ٨٠ .

**الوقت المتوقع للتدريب:** ستة ساعات

## الهندسة المستوية والفراغية

### ١. الهندسة المستوية

الأشكال الهندسية المستوية المشهورة تنقسم إلى قسمين هما:

- المضلعات.
- الدائرة.

### ١.١ الأشكال الرباعية

الشكل الرباعي هو كل شكل له أربعة أضلاع، وباستثناء شبه المنحرف نجد أن هذه الأشكال جميعاً تشترك في صفات واحدة هي:

- (a) كل ضلعين متقابلين فيها متوازيان ومتطابقان (متساويان).
- (b) كل زاويتين متقابلتين متساويتان.
- (c) القطران ينصف كل منهما الآخر.

### ١.١.١ متوازي الأضلاع

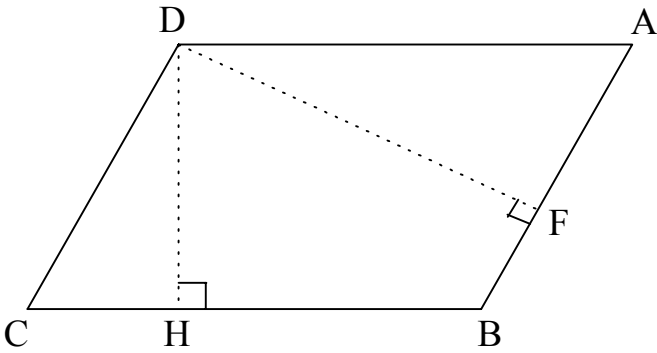
محيط متوازي الأضلاع يعطى بالقاعدة التالية:

$$P = 2 \text{ (مجموع ضلعين متجاورين)}$$
$$= 2(AB + AD)$$

وبشكل عام فإن محيط أي شكل هندسي

يساوي مجموع أطوال أضلاعه ومساحته:

طول القاعدة  $\times$  طول الارتفاع النازل عليه  $A$



$$A = DH \times CB \quad \text{or} \quad A = DF \times AB$$

### ملاحظة

- قاعدة متوازي الأضلاع هي أي ضلع من أضلاعه الأربعة.
- ارتفاع متوازي الأضلاع هو العمود النازل من أي رأس من رؤوسه على الضلع المقابل لهذا الرأس.
- القاعدة الصغرى يقابلها الارتفاع الأكبر والقاعدة الكبرى يقابلها الارتفاع الأصغر.

**مثال ١:** متوازي أضلاع طول ضلعين متجاورين فيه  $8cm, 14cm$ . احسب محيطه ومساحته إذا كان ارتفاعه الأصغر  $5cm$ .

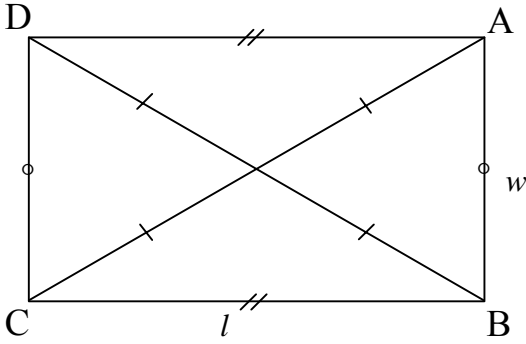
الحل:

المحيط يعطى بالقاعدة التالية: (مجموع ضلعين متجاورين)  $P = 2$  ومنه

$$P = 2(8 + 14) = 44cm$$

المساحة: بما أن الارتفاع الأصغر يقابل القاعدة الكبرى والمساحة تعطى بالقاعدة التالية:

$$A = \text{طول القاعدة} \times \text{طول الارتفاع} = 5 \times 14 = 70cm^2$$



١, ٢, ٣. المستطيل

هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة.

• المحيط

$$= 2(AB + AD)$$

$$P = 2 [ \text{الطول } (l) + \text{العرض } (w) ]$$

• المساحة

$$= AB \times AD$$

$$A = \text{الطول } (l) \times \text{العرض } (w)$$

**مثال ٢:** مستطيل طوله  $17cm$  وعرضه  $11cm$ . احسب كل من محيطه ومساحته.

الحل:

$$\text{المحيط: } P = 2 [ \text{الطول } (l) + \text{العرض } (w) ] = 2(11 + 17) = 56cm$$

$$\text{المساحة: } A = \text{الطول } (l) \times \text{العرض } (w) = 11 \times 17 = 187cm^2$$

**مثال ٣:** مستطيل مساحته  $320cm^2$  ، فإذا كان عرضه  $16$ . احسب محيطه.

الحل:

$$\text{العرض } (w) = \text{المساحة } (A) \div \text{الطول } (l)$$

$$l = \frac{320}{16} = 20cm$$

ومنه المحيط (P)

$$P = 2 [ \text{الطول } (l) + \text{العرض } (w) ] = 2(16 + 20) = 72cm$$

**مثال ٤:** مستطيل عرضه  $7\text{ cm}$  وطوله يساوي ثلاثة أمثال عرضه. احسب كل من محيطه ومساحته.

الحل:

بما أن طول المستطيل يساوي ثلاثة أمثال عرضه إذاً طوله  $(L) : L = 3 \times 7 = 21\text{ cm}$

المحيط:  $P = 2 [(w) \text{ العرض} + (l) \text{ الطول}] = 2(7 + 21) = 56\text{ cm}$

المساحة:  $A = (w) \text{ العرض} \times (l) \text{ الطول} = 7 \times 21 = 147\text{ cm}^2$

١,١,٣. المربع

هو مستطيل جميع أضلاعه متساوية

• محيط المربع  $(P) : P = 4 \times (l) \text{ طول الضلع} = 4l$

• مساحة المربع  $(A) : A = (l) \text{ الضلع} \times (l) \text{ الضلع} = l^2$

**مثال ٥:** مربع طول ضلعه  $9\text{ cm}$ . احسب كل من محيطه ومساحته.

الحل:

المحيط:  $P = 4 \times (l) \text{ طول الضلع} = 4l = 4 \times 9 = 36\text{ cm}$

المساحة:  $A = (l) \text{ الضلع} \times (l) \text{ الضلع} = l^2 = 9^2 = 81\text{ cm}^2$

**مثال ٦:** مربع محيطه  $48\text{ cm}$  احسب مساحته.

الحل:

طول ضلع المربع:  $l = P \div 4 = 48 \div 4 = 12\text{ cm}$

المساحة:  $A = l^2 = (12)^2 = 144\text{ cm}^2$

**مثال ٧:** مربع مساحته  $49\text{ cm}^2$  احسب محيطه.

الحل:

طول الضلع:  $l = \sqrt{A} = \sqrt{49} = 7\text{ cm}$

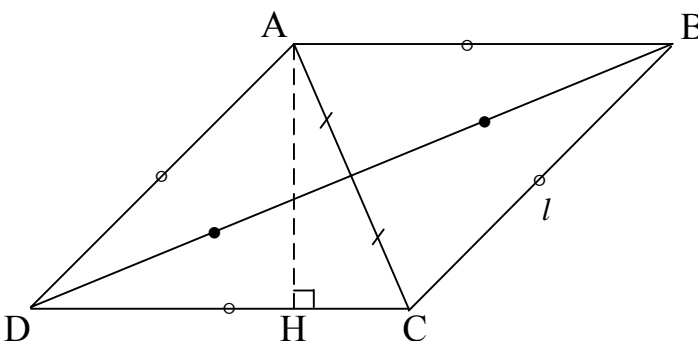
المحيط:  $P = 4 \times (l) \text{ طول الضلع} = 4l = 4 \times 7 = 28\text{ cm}$

١,١,٤. المعين

هو متوازي أضلاع يتميز بالخواص الآتية:

(a) كل ضلعين متقابلين متوازيان.

(b) أضلاعه الأربعة متساوية.



(c) كل زاويتين متقابلتين فيه متساويتان ولا يشترط أن تكون قائمة.

(d) قطراه متعامدان وينصف كل منهما الآخر، وكل قطر ينصف زاويتي الرأس الواصل بينها.

• محيط المعين  $P = 4 \times (l)$  طول الضلع

• مساحة المعين  $A = DC \times AH$

أي أن المساحة = طول القاعدة × طول الارتفاع

ويمكن إيجاد المساحة بدلالة القطرين حيث تكون المساحة

$$A = \frac{1}{2} (\text{طول القطر الأول} \times \text{طول القطر الثاني})$$

**مثال ٨:** قطعة سجاد على شكل معين طول ضلعه  $13\text{cm}$  وطول ارتفاعه  $5\text{cm}$ . احسب كل من محيطه ومساحته.

الحل:

$$\text{المحيط: } P = 4 \times (l) = 4l = 4 \times 13 = 52\text{cm}$$

$$\text{المساحة: } A = \text{طول القاعدة} \times \text{طول الارتفاع} = 13 \times 5 = 65\text{cm}^2$$

**مثال ٩:** غرفة على شكل معين طولاً قطريها  $4\text{m}$ ,  $7\text{m}$  أراد صاحبها رصفها ببلاط سعر المتر المربع منه 15 ريال، احسب التكلفة

الحل:

$$\text{مساحة الغرفة} = \frac{1}{2} (\text{طول القطر الأول} \times \text{طول القطر الثاني}) = \frac{1}{2} (4 \times 7) = 14\text{m}^2$$

$$\text{التكلفة: } 14 \times 15 = 210 \text{ ريال}$$

### ٥.١.١. شبه المنحرف

هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان وغير متساويين ويسميان قاعدتي شبه المنحرف الصغرى والكبرى.

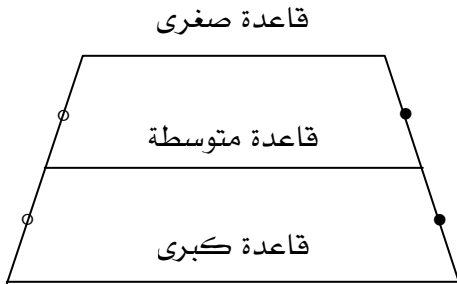
• محيط شبه المنحرف: مجموع أطوال أضلاعه الأربعة  $P =$

• مساحة شبه المنحرف

$$A = \text{نصف مجموع طولي قاعدتيه الصغرى والكبرى} \times \text{طول الارتفاع}$$

$$\text{أو: } A = \text{طول قاعدته المتوسطة} \times \text{طول الارتفاع}$$

حيث طول القاعدة المتوسطة يساوي نصف مجموع طولي قاعدتيه الصغرى والكبرى.



**مثال ١٠:** شبه منحرف قاعدته المتوسطة طولها  $17cm$  وطول ارتفاعها  $11cm$ . احسب مساحته.

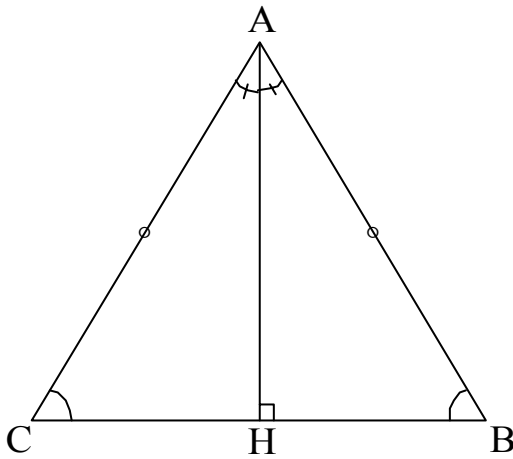
الحل:

$$A = \text{طول قاعدته المتوسطة} \times \text{طول الارتفاع} = 17 \times 11 = 187cm^2$$

### ٢.١. المثلث

هو شكل يتكون من ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا مجموع زواياه الداخلية  $180^\circ$

أنواعه:



(a) متساوي الأضلاع.

(b) متساوي الساقين .

(c) مختلف الأضلاع.

(d) المثلث القائم الزاوية.

والشكل المقابل يبين مثلث متساوي الساقين والعمودي من

رأس المثلث A على الضلع CB ينصف الزاوية  $\angle CAB$

### • محيط المثلث

محيط المثلث يعطى بمجموع أضلاعه  $P = AB + BC + CA$

### • مساحة المثلث

مساحة المثلث تعطى بالقاعدة التالية:

$$A = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{طول الارتفاع النازل عليها} = \frac{1}{2} \times CB \times AH$$

**مثال ١١:** أوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته  $12cm$  وطول ارتفاعه  $8cm$ .

الحل:

$$\text{مساحة المثلث : } A = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{طول الارتفاع النازل عليها} = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48cm^2$$

**مثال ١٢:** مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه  $7cm$ . احسب طول محيطه وإذا كان طول ارتفاعه  $8cm$ .

فاحسب مساحته.

الحل:

$$\text{المحيط : } P = 3 \times 7 = 21cm$$

$$\text{المساحة : } A = \frac{7 \times 8}{2} = 28cm^2$$

## ٣,١. الدائرة

هي مجموعة النقاط التي تبعد نفس البعد عن نقطة ثابتة ، هذه النقطة تسمى بمركز الدائرة  
والبعد الثابت يسمى نصف قطر الدائرة

## تعريفات

- نصف قطر لدائرة: هو قيمة ثابتة دائما بالنسبة للدائرة الواحدة وهو المسافة بين مركز الدائرة و أية نقطة على محيطها.
- قطر الدائرة: هو القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين على محيط الدائرة والمارة بمركز الدائرة
- وتر الدائرة: هو القطعة المستقيمة الواصلة بين نقطتين على محيط الدائرة
- مجموعة النقاط التي تمثل الدائرة تسمى محيط الدائرة
- المساحة المحصورة داخل نطاق المحيط تسمى مساحة الدائرة.

## • محيط الدائرة

محيط الدائرة التي نصف قطرها  $r$  هو:  $P = 2\pi r$

حيث  $\pi$  هي نسبة محيط الدائرة إلى قطرها (النسبة التقريبية) و تساوي

$$\frac{22}{7} \approx 3,142$$

## • مساحة الدائرة:

مساحة الدائرة التي نصف قطرها  $r$  هي:  $A = \pi r^2$

**مثال ١٣:** سجادة دائرية الشكل طول قطرها  $2.8m$  احسب كلا من طول محيطها ومساحتها.

الحل:

$$r = \frac{2.8}{2} = 1.4m \quad \text{نصف القطر:}$$

$$P = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 1.4 \approx 8.8m \quad \text{المحيط:}$$

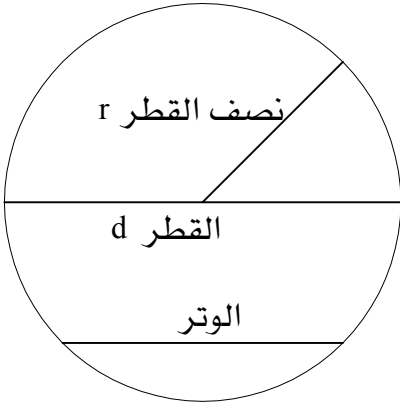
$$A = \pi r^2 = 3.14 \times (1.4)^2 \approx 6.2m^2 \quad \text{المساحة:}$$

**مثال ١٤:** حديقة دائرية الشكل طول محيطها  $66m$  احسب مساحتها

الحل:

$$r = 66 \div 3.14 \approx 21m \quad \text{نصف القطر:}$$

$$A = \pi r^2 = 3.14 \times (21)^2 \approx 1385m^2 \quad \text{المساحة:}$$

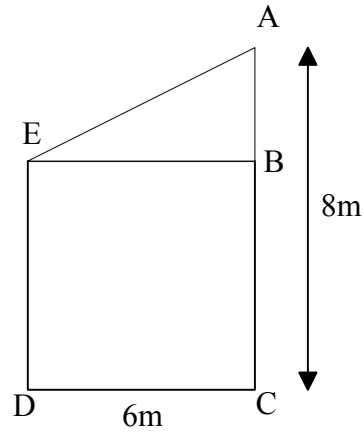




## تمارين

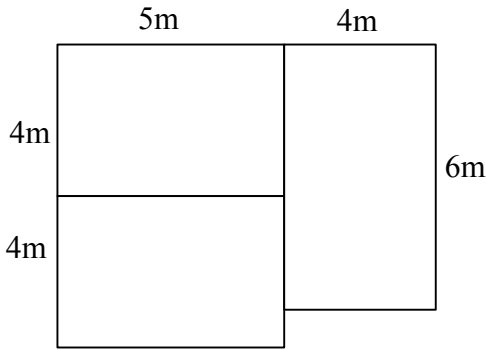
- (١) قطعة خشب على شكل متوازي الأضلاع طول قاعدتها  $15\text{cm}$  وارتفاعها  $6\text{cm}$ ، ما مساحتها؟
- (٢) متوازي الأضلاع مساحته مساحة مربع طول ضلعه  $12\text{cm}$ ، احسب طول قاعدة متوازي الأضلاع إذا علمت أن طول ارتفاعه  $10\text{cm}$ .

- (٣) لوح معدني على شكل متوازي الأضلاع، طول قاعدته  $50\text{cm}$ ، وطول ارتفاعه  $10\text{cm}$ ، كم لوحا من هذا النوع نحتاج لرصف محل تجاري مساحته  $12.35\text{m}^2$  ؟

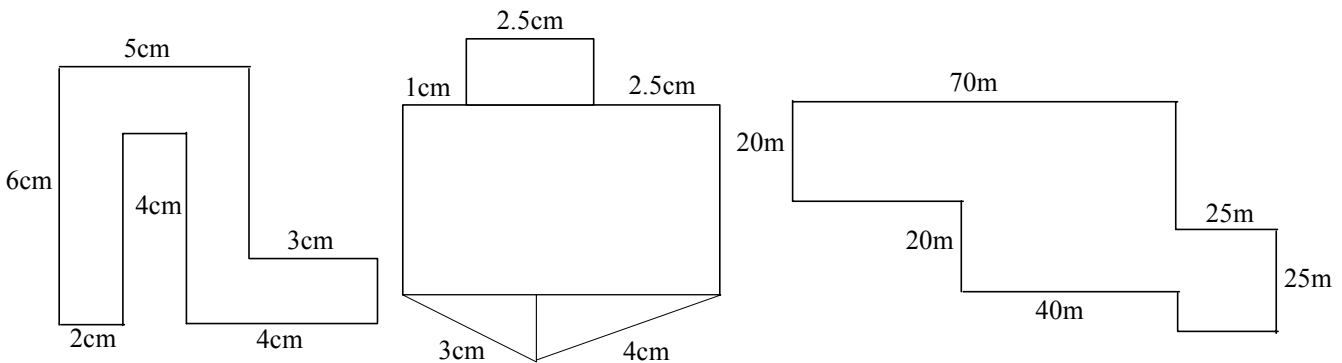


- (٤) الشكل المقابل يمثل المضلع  $ABCDE$ ، حيث  $BCDE$  مربع. احسب مساحة  $ABCDE$  إذا كان طول  $AC$  يساوي  $8\text{m}$  وطول  $CD$  يساوي  $6\text{m}$ .

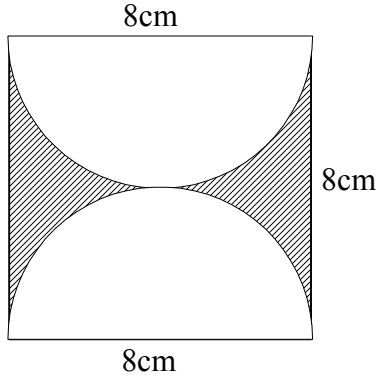
- (٥) الشكل المقابل يمثل مخطط بيت مؤلف من ثلاث غرف. احسب مساحة هذا البيت.



- (٦) أوجد مساحة كل من الأشكال التالية:



(٧) دراجة هوائية طول قطر عجلتها  $42\text{cm}$  ، احسب المسافة التي تقطعها الدراجة عندما تدور العجلة 560 دورة.

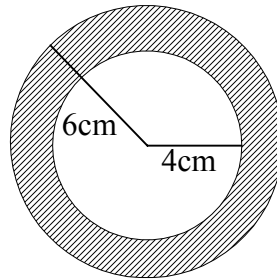
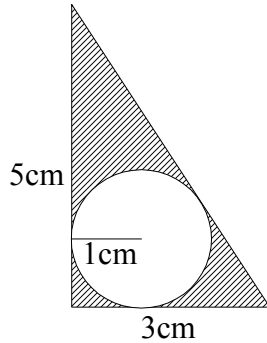


(٨) احسب مساحة الجزء المظلل في الشكل المقابل

(٩) أرض مستطيلة الشكل عرضها  $60\text{m}$  ، نريد أن نبني فيها حديقة أكبر ما يمكن ، ما هي مساحة هذه الحديقة؟

(١٠) طاولة طعام ، وسطها مستطيل طوله  $220\text{cm}$  وأطرافها نصف دائرة قطرها  $140\text{cm}$  . ما محيط هذه الطاولة؟ وما مساحتها؟

(١١) احسب مساحة الجزء المظلل في كل من الأشكال التالية:



(١٢) حديقة مربعة الشكل طول ضلعها  $27\text{m}$  ، أنشأنا في وسطها حوض ماء دائري الشكل ، طول نصف قطره  $10\text{m}$  . ما المساحة المتبقية من الحديقة؟

(١٣) حديقة مستطيلة الشكل ، بعدها  $27\text{m}$  ،  $39\text{m}$  ، أقمنا بمحاذاة محيطها ممرا عرضه  $127\text{cm}$  . ما المساحة المتبقية من الحديقة؟

(١٤) مربع ودائرة لهما نفس المحيط ، ويساوي  $31.4\text{cm}$  أيهما أكبر مساحة؟

(١٥) مربع ومستطيل لهما نفس المساحة وتساوي  $81\text{cm}^2$  . أوجد طول ضلع المربع ومحيط المستطيل إذا كان طوله يساوي ضعف طول المربع.

(١٦) مربع ومستطيل لهما نفس المحيط ، إذا كان طول المستطيل  $17\text{m}$  وعرضه  $12\text{m}$  . أوجد مساحة المربع.

## ٢. الهندسة الفراغية

## تعريفات

- الأشكال المجسمة: وهي الأشكال التي لها ثلاثة أبعاد وهي الطول والعرض والارتفاع.
- المساحة الجانبية للجسم: وهي مجموع مساحات الأوجه الجانبية لكل جسم أو مساحة السطح الجانبي للجسم.
- المساحة السطحية (الكلية) للجسم: هي عبارة عن المساحة الجانبية للجسم مضافا إليها مساحة قاعدتي الجسم إذا كان له قاعدتان أو مساحة قاعدة الجسم إذا كان له قاعدة واحدة مثل المخروط.
- حجم الجسم: بصفة عامة حجم أي جسم هو مقدار ما يشغله هذا الجسم من الفراغ.

## ١،٢. متوازي المستطيلات

هو جسم كل أوجهه مستطيلات و كل وجهين متقابلين منه متطابقان ، وإحدى هذين الوجهين

المتقابلين يسميان بقاعدتي متوازي المستطيلات.

وللمتوازي المستطيلات أبعاد ثلاثة: الطول  $l$ ، والعرض  $w$  والارتفاع  $h$ .

## • المساحة السطحية لمتوازي المستطيلات:

$$A = 2(l \times w + l \times h + w \times h)$$

## • حجم متوازي المستطيلات

$$V = l \times w \times h$$

مثال ١٥: متوازي مستطيلات أبعاده الثلاثة هي  $7cm, 9cm, 11cm$ .

احسب مساحته الكلية وحجمه.

الحل:

$$w = 7, l = 9, h = 11 \quad \text{المعطيات}$$

المساحة الكلية:

$$A = 2(l \times w + l \times h + w \times h) = 2(9 \times 7 + 9 \times 11 + 7 \times 11) = 2(63 + 99 + 77) = 478cm^2$$

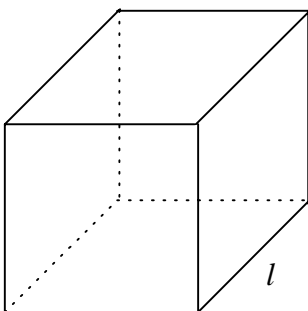
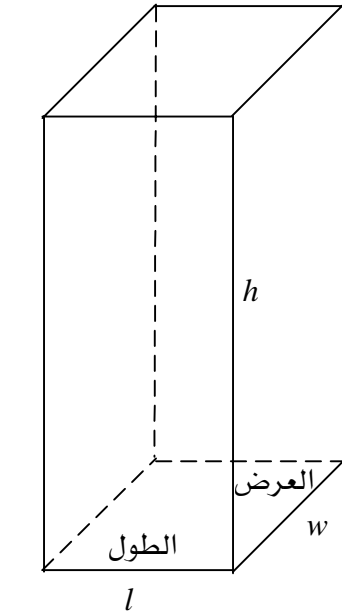
الحجم:

$$V = l \times w \times h = 9 \times 7 \times 11 = 693cm^3$$

## ٢،٢. المكعب

هو جسم له ستة أوجه متطابقة، كل وجه منها عبارة عن مربع وكل أحرفه

الجانبية متساوية وأي مربعين متقابلين يسميان بقاعدتي المكعب.



إذا كان طول حرف المكعب (ضلعه)  $l$  فإن

• مساحته الجانبية  $A_1 = 4l^2$

• مساحته السطحية  $A_2 = 6l^2$

حجمه:  $V = l^3$

**مثال ١٦:** وعاء مكعب الشكل طول حرفه  $7\text{cm}$ . احسب كلا من مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه.

الحل:

المساحة الجانبية للوعاء:  $A_1 = 4l^2 = 4(7)^2 = 196\text{cm}^2$

المساحة السطحية للوعاء:  $A_2 = 6l^2 = 6(7)^2 = 294\text{cm}^2$

حجم الوعاء:  $V = l^3 = 7^3 = 343\text{cm}^3$

### ٣، ٢. الأسطوانة

و هي جسم له سطح منحنى مغلق وقاعدتها عبارة عن دائرتين متطابقتين و متوازيتين.

و من الممكن الحصول على شكل الأسطوانة من دوران مستطيل حول أحد أضلاعه دورة كاملة.

ارتفاع الأسطوانة هو العمود الواصل بين مركزي دائرتي قاعدتي الأسطوانة.

#### • المساحة الكلية للأسطوانة

المساحة الكلية للأسطوانة التي نصف قطرها  $r$  و ارتفاعها  $h$  هي:

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(r + h)$$

#### • حجم الأسطوانة

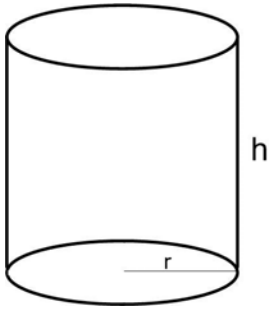
حجم الأسطوانة التي نصف قطرها  $r$  هو:  $v = \pi r^2 h$

**مثال ١٧:** أسطوانة نصف قطر قاعدتها  $9\text{cm}$  و ارتفاعها  $11\text{cm}$ . أوجد كلا من مساحتها الكلية و حجمها.

الحل:

المساحة الكلية للأسطوانة:  $A = 2\pi r(r + h) = 2 \times 3.14 \times 9 \times (9 + 11) = 1130.97\text{cm}^2$

حجم الأسطوانة:  $v = \pi r^2 h = 3.14 \times (9)^2 \times 11 = 2797.74\text{cm}^3$



## ٤,٢. المخروط

وهو جسم يتألف من قاعدة واحدة عبارة عن دائرة نصف قطرها  $r$  ، ورأس بعده العمودي عن الدائرة يسمى ارتفاع المخروط.

## • المساحة الجانبية للمخروط

المساحة الجانبية للمخروط الذي نصف قطر قاعدته  $r$  وارتفاعه  $h$  هي:

$$A_l = \frac{2}{3} \pi r h$$

## • المساحة الكلية للمخروط

المساحة الكلية للمخروط الذي نصف قطر قاعدته  $r$  وارتفاعه  $h$  هي:

$$A_T = \frac{2}{3} \pi r h + \pi r^2$$

## • حجم المخروط:

حجم المخروط الذي نصف قطر قاعدته  $r$  وارتفاعه  $h$  يعطى بالقاعدة

:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

**مثال ١٨:** مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته  $r = 14 \text{ cm}$  وطول ارتفاعه  $h = 11 \text{ cm}$  احسب مساحته الجانبية والكلية وحجمه.

الحل:

$$A_l = \frac{2}{3} \pi r h = \frac{2}{3} \times 3.14 \times 14 \times 11 = 322.38 \text{ cm}^2$$
 المساحة الجانبية للمخروط:

المساحة الكلية للمخروط:

$$A_T = \frac{2}{3} \pi r h + \pi r^2 = \pi \left( \frac{2}{3} h + r \right) = 3.14 \times 14 \times \left( \frac{2}{3} \times 11 + 14 \right) = 43.96 \times 21.34 = 937.81 \text{ cm}^2$$

حجم المخروط:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.14 \times (14)^2 \times 11 = 2256.61 \text{ cm}^3$$

## • ٥,٢. الكرة

هي جسم ذات سطح منحنى مغلق متمائل بحيث تكون كل نقطة من نقاط هذا السطح تبعد

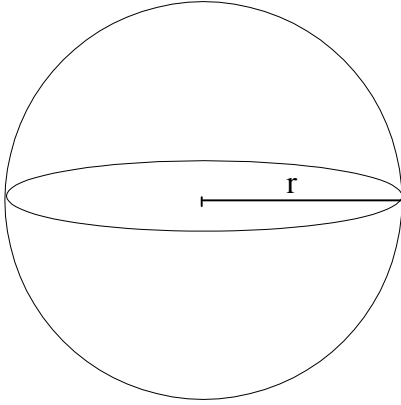
بعدا ثابتا عن نقطة ثابتة داخل الكرة وتسمى هذه النقطة بمركز الكرة.

• المساحة السطحية للكرة

المساحة السطحية لكرة نصف قطرها  $r$  هي:  $A = 4\pi r^2$

• حجم الكرة

حجم الكرة التي نصف قطرها  $r$  هو:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$



مثال ١٩: كرة نصف قطرها  $17\text{ cm}$ . احسب كلا من حجمها

ومساحتها السطحية.

الحل:

المساحة السطحية للكرة :

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times 17^2 = 3631.68\text{ cm}^2$$

حجم الكرة:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (17)^3 = 2.57953\text{ cm}^3$$

## تمارين

- (١) بناء على شكل متوازي المستطيلات، طوله  $17m$ ، وعرضه  $13m$ ، وارتفاعه  $8m$ . ما مساحة قاعدة هذا البناء؟ وما هو حجمه؟
- (٢) كرة حديدية، حجمها  $850cm^3$ ، رميها في وعاء مملوء بالماء، فأزاحت كمية من الماء، جمعناها في إناء بشكل متوازي المستطيلات، طول قاعدته  $13cm$ ، وعرضها  $11cm$ . إلى أي علو يرتفع الماء في هذا الإناء؟
- (٣) نريد صنع علبة من صفيحة معدنية الشكل، طولها  $84cm$  وعرضها  $25cm$ ، عند كل زاوية قصصنا مربعا، طول ضلعه  $5cm$ ، ثم طوينا الجوانب، ولحمناها. كم سعة العلبة الحاصلة؟
- (٤) وعاء على شكل مكعب طول ضلعه  $19cm$  وضع به ماء إلى ارتفاع  $9cm$  ثم ألقى به حجر فزاد ارتفاع الماء إلى  $13cm$ . أوجد حجم الحجر.
- (٥) علبة من الصابون على شكل مكعب طول ضلعه  $27cm$ . كم علبة من الصابون يمكن وضعها في صندوق مكعب الشكل طول ضلعه  $13m$  إذا علمت أن  $\frac{2}{17}$  الحجم مخصصة للتوضيب؟
- (٦) احسب حجم المخروط إذا كان نصف قطر قاعدته يساوي  $13cm$  وطول ارتفاعه يساوي ضعف نصف قطر قاعدته.
- (٧) كرة واسطوانة لهما نفس الحجم. إذا كان نصف قطر الكرة يساوي  $7cm$  أوجد نصف قطر الأسطوانة إذا كان طول ارتفاعها يساوي  $12cm$ .
- (٨) قطعة معدنية مكونة من أسطوانتين  $C_1, C_2$  فوقهما مخروط. إذا كان نصف قطر الأسطوانة  $C_2$  ضعف نصف القطر  $C_1$  والمخروط له نفس الارتفاع  $h$  ونفس نصف قطر الأسطوانة  $C_1$ . نسمي  $V_1$  حجم الأسطوانة  $C_1$  و  $V_2$  حجم الأسطوانة  $C_2$  و  $V_3$  حجم المخروط. احسب طول ارتفاع الأسطوانة  $C_2$  بدلالة  $h$  إذا علمت أن  $V_2 = V_1 + V_3$ .

