Känslighetsfunktionen S(s)

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$$

$$L(s) = F(s) \cdot G(s)$$

Komplementär känslighets-funktion

$$T(s) = 1 - S(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$$

S(s) beskriver hur ref-signalen påverkar felsignalen

$$E(s) = S(s) \cdot R(s) \Rightarrow$$

$|S(s)|$ skall vara "liten"

Den beskriver också styrsignalen:

$$U(s) = F(s) \cdot S(s)$$

Ex Bilmotor

$$G(s) = \frac{0{,}5}{(1+5s)(1+s)} \qquad \text{störning } G_v(s) = \frac{0{,}5}{1+5s}$$

Regulator (PI): $F(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{5s}\right) = K_p \cdot \frac{1+5s}{5s} \Rightarrow$

$$L(s) = F(s)\,G(s) = K_p \frac{1+5s}{5s} \cdot \frac{0{,}5}{(1+5s)(1+s)} =$$

$$= \frac{K_p \cdot 0{,}1}{s(s+1)} \Rightarrow$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + \frac{K_p \cdot 0{,}1}{s(s+1)}} = \frac{s(s+1)}{s^2+s+K_p \cdot 0{,}1}$$

Beskriver $R \to E$

$|S(s)|$ litet, alltså K_p stor.

$$T(s) = 1 - S(s) = \ldots\ldots = \frac{0{,}1K_p}{s^2+s+0{,}1K_p}$$

Beskriver hur $w(t)$ påverkar utsignalen

Hur påverkar $S(s)$ och $T(s)$ systemet?

1. $S(s)$ anger hur $R(s)$ påverkar $E(s)$
önskemål: liten

2. $S(s)$ anger hur $V(s)$ påverkar utsignalen. Önskemål: liten

3. Man kan visa att $\frac{dT/T}{dG/G} = S(s)$
anger inverkan av parametervariationer. Önskemål: liten

4. $Y(s) = (1 - S(s)) \cdot W(s) = T(s) \cdot W(s)$
Hur mätstörningen påverkar utsignalen. Önskemål T liten.

5. T anger storleken på $U(s)$

$$U(s) = \frac{T(s)}{G(s)} \cdot \left[R(s) + W(s) - G_v(s) \cdot V(s) \right]$$

önskemål $T(s)$ ej allt för stor

Men $S + T = 1 \Rightarrow$ Konflikt mellan $|S|$ liten och $|T|$ liten

Kompromiss krävs.

Inför följande beteckningar

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| \qquad M_T = \max_{\omega} |T(j\omega)|$$

PID-reglering

$$e(t) \longrightarrow \boxed{F_{PID}(s)} \longrightarrow u(t)$$

$$u(t) = K_p \cdot \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau)\,d\tau + T_d \cdot \frac{de}{dt} \right] \Rightarrow$$

$$U(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] \cdot E(s)$$

Vi betraktar delarna P, I och D i några exempel

Exempel P-reglering av DC-motor

Motor: $G(s) = \dfrac{b}{s(s+a)}$

Regulator $F(s) = K_p$

$r \to y$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)\cdot G(s)}{1+F(s)G(s)} =$$

$$= \frac{K_p \cdot \frac{b}{s(s+a)}}{1 + K_p \cdot \frac{b}{s(s+a)}} = \frac{K_p b}{s^2 + sa + K_p b} =$$

$$= \left[\text{2:a ordningens system}\right] =$$

$$= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\cdot\zeta\cdot\omega_n\cdot s + \omega_n^2}$$

$$\omega_n = \sqrt{K_p \cdot b}$$

$$\zeta = \frac{a}{2\sqrt{K_p \cdot b}}$$

Vad händer när K_p ökar?

- ω_n ökar, ζ minskar
  Stigtid minskar, snabbare system.
- mindre fasmarginal φ_m eftersom $|L(s)|$ ökar och $\arg L(j\omega)$ är oförändrad.
  $\Rightarrow \omega_c$ ökar.
  Se φ_m i Bodediagram.

Styrsignalen $u(t)$

$$Y(s) = G(s)\cdot U(s) \Rightarrow$$

$$U(s) = \frac{F(s)}{1+F(s)\cdot G(s)} \cdot R(s)$$

Bestäm styrsignalens begynnelsevärde vid stegformad ref. signal

$$r(t) = r_0 \cdot \sigma(t) \Rightarrow$$

$$R(s) = \frac{r_0}{s}$$

Begynnelsevärdes-satsen ger

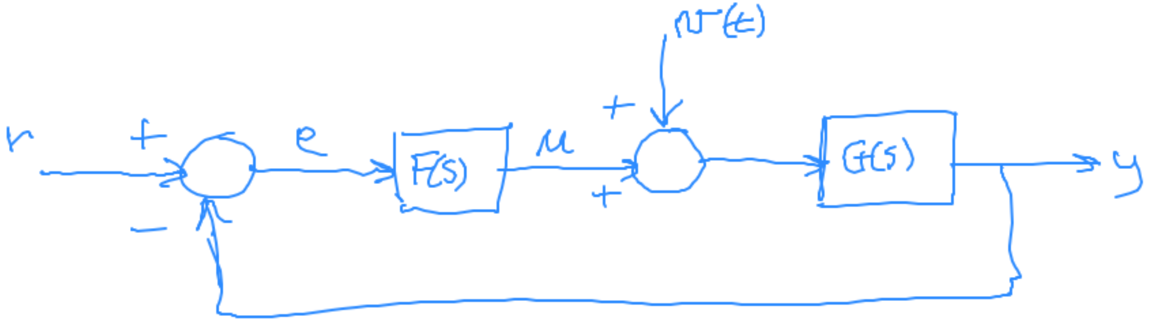
$$u(0) = \lim_{t\to 0} u(t) = \lim_{s\to\infty} s\cdot U(s)$$

$$U(s) = \frac{K_p}{1+K_p\cdot\frac{b}{s(s+a)}}\cdot R(s) = \frac{K_p\, s(s+a)}{s^2+s+K_p b}\cdot\frac{r_0}{s}$$

$$u(0) = \lim_{s\to\infty} s\cdot\frac{K_p\, s(s+a)}{s^2+as+K_p\cdot b}\cdot\frac{r_0}{s} = \lim_{s\to\infty} = \frac{K_p\cdot\left(1+\frac{a}{s}\right)}{1+\frac{a}{s}+\frac{K_p b}{s^2}}\cdot r_0$$

$= K_p\cdot r_0 \Rightarrow$ ökad K_p ger ökad styrsignalaktivitet.

Låt $v(t)$ vara en störning



$\Rightarrow$

$$Y(s) = G(s)\cdot\left[V(s)+F(s)\cdot(R(s)-Y(s))\right] \Rightarrow$$

$$Y(s)\left[1+F(s)\cdot G(s)\right] = F(s)G(s)\cdot R(s)+G(s)\cdot V(s)$$

studera inverkan av $V(s)$, sätt $R(s)=0$

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1+F(s)\cdot G(s)} = \frac{\frac{b}{s(s+a)}}{1+K_p\cdot\frac{b}{s(s+a)}} = \frac{b}{s^2+s+K_p b}$$

Låt $s\to 0$. Det ger att $(\omega\to 0)$

$$Y(s) \to \frac{1}{K_p}$$

Lågfrekventa störningar minskas då K_p ökar.