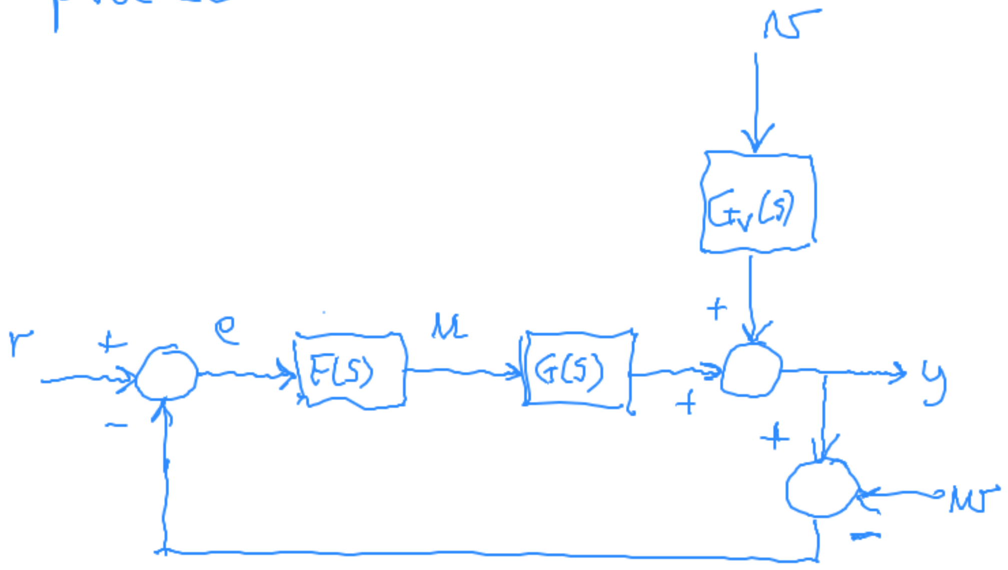
Känslighetsfunktioner

Beskriver hur olika insignaler påverkar regleringen av ett återkopplat system.

Vi betraktar en generell processmodell.



r = referenssignal (börvärde)

y = utsignal (ärvärde)

e = felsignal

u = styrsignal

v = processtörning

w = mätstörning

F = regulator

G = process

G_v = störningsdynamik

Teckna Y(s)

- $Y(s) = G(s) \cdot U(s) + G_v(s) \cdot V(s)$
- $U(s) = F(s) \cdot E(s)$
- $E(s) = R(s) - Y(s) + W(s)$

$\Longrightarrow$

$$Y(s) = G(s) \cdot F(s)\left[R(s) - Y(s) + W(s)\right] + G_v(s) \cdot V(s)$$

$G(s) \cdot F(s) = L(s)$ kretsöverföring

$$Y(s)\left[1 + L(s)\right] = L(s) \cdot R(s) + L(s) \cdot W(s) + G_v(s) \cdot V(s)$$

$$Y(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} \cdot R(s) + \frac{G_v(s)}{1+L(s)} \cdot V(s) + \frac{L(s)}{1+L(s)} \cdot W(s)$$

Vi inför tre funktioner som beskriver hur insignalerna påverkar utsignalen

- Känslighetsfunktionen $S(s) = \dfrac{1}{1+L(s)}$
- Komplementär känslighetsfunktion $T(s) = 1 - S(s) = \dfrac{L(s)}{1+L(s)}$
- Störkänslighetsfunktionen $S_v(s) = \dfrac{G_v(s)}{1+L(s)} = G_v(s) \cdot S(s)$

Detta ger nu

$$Y(s) = T(s) \cdot R(s) + S_v(s) \cdot V(s) + T(s) \cdot W(s)$$

$$G_{ry}(s) \qquad G_{vy}(s) \qquad G_{wy}(s)$$

Reglerfelet

$e(t) = r(t) - y(t)$

För att se hur $r(t)$ påverkar $e(t)$ sätter vi $\underbrace{v(t) = w(t) = 0}_{\text{bara här}}$.

Det ger

$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - T(s) \cdot R(s) =$

$= (1 - T(s)) \cdot R(s) = S(s) \cdot R(s) = G_{re}(s) \cdot R(s)$

$G_{re}(s)$ = överföringsfunktionen från r till e.

Det uppmätta reglerfelet $e_m(t)$ tar hänsyn till mätstörningen $w(t)$:

$e_m(t) = r(t) - y(t) + w(t) \Longrightarrow$

Styrsignalen $U(s) = F(s) \cdot E_m(s)$.

Styrsignalen

Ges av

$U(s) = F(s) \cdot \left[R(s) - G(s) U(s) - G_v(s) \cdot V(s) + W(s)\right]$

$U(s) \underbrace{\left[1 + G(s) \cdot F(s)\right]}_{1 + L(s)} = F(s) \cdot R(s) - F(s) \cdot G_v(s) \cdot V(s) + F(s) \cdot W(s)$

$\Longrightarrow$

$U(s) = S_u(s) \cdot R(s) - S_u(s) \cdot G_v(s) \cdot V(s) + S_u(s) \cdot W(s)$

$S_u(s) = \dfrac{F(s)}{1 + F(s)} = F(s) \cdot S(s) =$ styrkänslighetsfunktionen

$\Longrightarrow$ annat skrivsätt

$U(s) = G_{ru}(s) \cdot R(s) - G_{vu}(s) \cdot V(s) + G_{wu}(s) \cdot W(s)$

$R \rightarrow U$ $\quad$ $V \rightarrow U$ $\quad$ $W \rightarrow U$

Vi har nu fyra känslighetsfunktioner

- $S(s)$ $\quad R \to E$ $\quad$ Känslighet
- $T(s)$ $\quad R \to Y,\ W \to Y$ $\quad$ Komplementär känslighet
- $S_v(s)$ $\quad V \to Y$ $\quad$ Störkänslighet
- $S_u(s)$ $\quad R \to U$ $\quad$ Styrkänslighet

Dessa analyseras för att ge det återkopplade systemet önskade egenskaper.

Exempel

Bil $\quad G(s) = \frac{0{,}5}{(1+5s)(1+s)} \qquad G_v(s) = \frac{0{,}5}{1+5s}$ (stör-ning)

Regulator (PI) $\quad F(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s}\right) =$

$= K_p \cdot \frac{1+T_i s}{T_i \cdot s}$. Vi låter $T_i = 5$

$\Rightarrow F(s) = K_p \cdot \frac{1+5s}{5s}$

$\Rightarrow L(s) = F(s) \cdot G(s) = K_p \cdot \frac{1+5s}{5s} \cdot \frac{0{,}5}{(1+5s)(1+s)} =$

$= \frac{0{,}1 \cdot K_p}{s(1+s)}$

$S(s)$ ges då av

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{1}{1 + \frac{0{,}1 \cdot K_p}{s(s+1)}} = \frac{s(s+1)}{s^2+s+0{,}1K_p}$$