Föreläsning 12

PD-regulator

$$u(t) = K_p\left(e(t) + T_d \cdot \frac{de}{dt}\right)$$

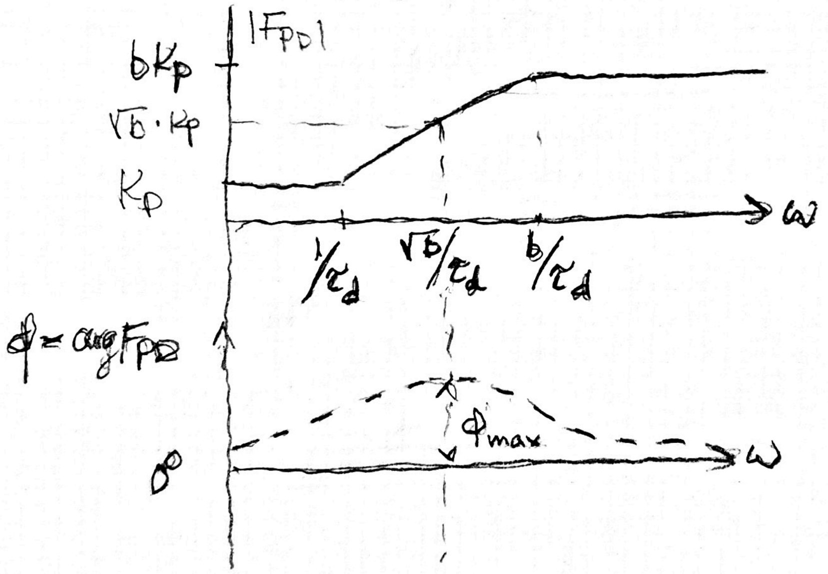
$$U(s) = K_p(1 + T_d \cdot s) \cdot E(s)$$

$$F(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p(1 + T_d \cdot s)$$

D-delen lågpassfiltreras oftast för att motverka inverkan av högfrekventa störningar

$$F(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{T_d \cdot s}{1 + T_F \cdot s}\right) = K_p \cdot \frac{1 + s(T_d + T_F)}{1 + sT_F} =$$

$$= K_p \cdot \frac{1 + \tau_d \cdot s}{1 + \frac{\tau_d}{b} \cdot s} \qquad \tau_d = T_d + T_F \quad b = T_d / T_F$$



Välj $\omega_c = \omega_m = \frac{\sqrt{b}}{\tau_d}$ för max fasslyft $\Rightarrow$

$$F_{PD}(j\omega) = K_p \cdot \frac{1 + j\omega\tau_d}{1 + j\omega\tau_d/b} \qquad \omega = \omega_c = \omega_m = \frac{\sqrt{b}}{\tau_d}$$

$$F_{PD}(j\omega_m) = K_p \cdot \frac{1 + j\omega\sqrt{b}}{1 + j\omega\frac{1}{\sqrt{b}}} \Rightarrow$$

$$\arg F_{PD}(j\omega_m) = \phi_{max} = \arctan\sqrt{b} - \arctan\frac{1}{\sqrt{b}} \Rightarrow$$

$$b = \frac{1 + \sin\phi_{max}}{1 - \sin\phi_{max}}$$

· Givet $|G(j\omega_c)|$ och $\arg G(j\omega_c)$

1. Välj $\frac{\sqrt{b}}{\tau_d} = \omega_m = \omega_c$

$\Rightarrow \varphi_{max}$ vid $\omega = \omega_c$

$\varphi_{max} = \angle F_{PD}(j\omega_m) = \angle F_{PD}(j\omega_c) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle F_{PD}(j\omega_c) = \varphi_{max} = \varphi_m - 180^\circ - \angle G(j\omega_c)$

2. Önskad $\varphi_{max} \Rightarrow b = \frac{1+\sin\varphi_{max}}{1-\sin\varphi_{max}}$

3. $\tau_d = \frac{\sqrt{b}}{\omega_m} = \frac{\sqrt{b}}{\omega_c}$

4. $|F_{PD}(j\omega_c)| = \frac{1}{|G(j\omega_c)|}$

ω_c = överkorsningsfrekvens

$|F_{PD}(j\omega_c)| = |F_{PD}(j\omega_m)| = \sqrt{b} \cdot K_p \Rightarrow$

$$K_p = \frac{1}{\sqrt{b}\,|G(j\omega_c)|}$$

$$F_{PD}(j\omega_m) = K_p \cdot \frac{1+j\omega_m\tau_d}{1+j\omega_m\tau_d/b} = \left(\omega_m = \frac{\sqrt{b}}{\tau_d}\right)$$

$$= K_p \cdot \frac{1+j\sqrt{b}}{1+j\,1/\sqrt{b}} \Rightarrow$$

$$|F(j\omega_m)| = K_p \frac{\sqrt{1+b}}{\sqrt{1+1/b}} = K_p \cdot \sqrt{b} \cdot \frac{\sqrt{1+b}}{\sqrt{b+1}} = K_p \cdot \sqrt{b}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega_c)|} = K_p \cdot \sqrt{b}$$

Ex $\quad G(s) = \dfrac{2-s}{s(1+s)^2} \qquad \phi_m = 50^\circ \qquad \omega_c = 0{,}5 \text{ rad/s}$

$F_{PD}(s) = ?$

$$G(j\omega) = \frac{2-j\omega}{j\omega(1+j\omega)^2} \Rightarrow G(j\omega_c) = \frac{2-j0{,}5}{j0{,}5(1+j0{,}5)} \Rightarrow$$

$$|G(j\omega_c)| = \frac{\sqrt{4+0{,}5^2}}{0{,}5\sqrt{1+0{,}5^2}} = 3{,}298$$

$$\arg G(j\omega) = -90^\circ + \arctan\frac{-\omega}{2} - 2\arctan\omega$$

$$\arg G(j\omega_c) = -90^\circ - \arctan\frac{0{,}5}{2} - 2\arctan 0{,}5 = -90^\circ - 14{,}0^\circ - 53^\circ =$$
$$= -157^\circ$$

$\phi_m = 50^\circ \Rightarrow$ faslyft $= 27^\circ = \phi_{max} \Rightarrow$

$$b = \frac{1+\sin\phi_{max}}{1-\sin\phi_{max}} = \frac{1+\sin 27^\circ}{1-\sin 27^\circ} = 2{,}66$$

$$\tau_d = \frac{\sqrt{b}}{\omega_c} = \frac{\sqrt{2{,}66}}{0{,}5} = 3{,}26$$

$$K_p = \frac{1}{|G(j\omega_c)|\cdot\sqrt{b}} = \frac{1}{3{,}298\cdot\sqrt{2{,}66}} = 0{,}186 \Rightarrow$$

$$F_{PD}(s) = 0{,}186\cdot\frac{1+\tau_d\cdot s}{1+\tau_d/b\cdot s} =$$

$$= 0{,}186\cdot\frac{1+3{,}26s}{1+\frac{3{,}26}{2{,}66}s} = 0{,}186\cdot\frac{1+3{,}26s}{1+1{,}23s}$$

Ziegler-Nichols metod

Experimentellt baserad metod för att dimensionera PID-regulatorer.

$$F_{PID}(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d \cdot s}{1 + T_f \cdot s}\right)$$

1. Ställ in regulatorn som P-regulator ($T_i = \infty$, $T_d = 0$)
2. Öka K_p till gränsen för självsvängning (stabilitetsgränsen).
3. Notera värdet K_0 hos K_p och svängningsfrekvensen.

Då gäller

	K_p	T_i	T_d
P-regulator	$0{,}5 K_0$	–	–
PI-regulator	$0{,}45 K_0$	$0{,}85 T_0$	–
PID-regulator	$0{,}6 K_0$	$0{,}5 T_0$	$0{,}125 T_0$

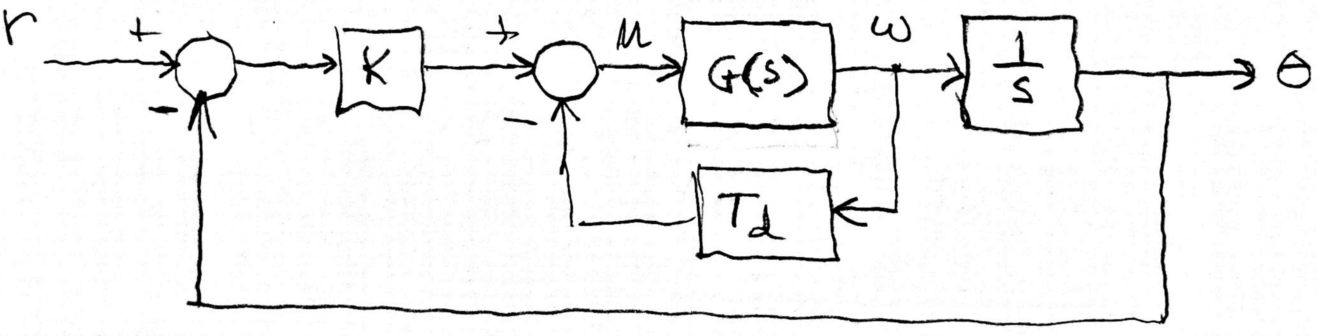
Alternativa regulatorstrukturer

Inre återföring: används i positions- och vinkelservon.

Både position och hastighet återförs. Detta för att öka stabilitetsmarginalerna.

Återföringen av hastigheten fungerar som D-verkan. $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

På så sätt kan förstärkningen K höjas utan att äventyra stabiliteten.

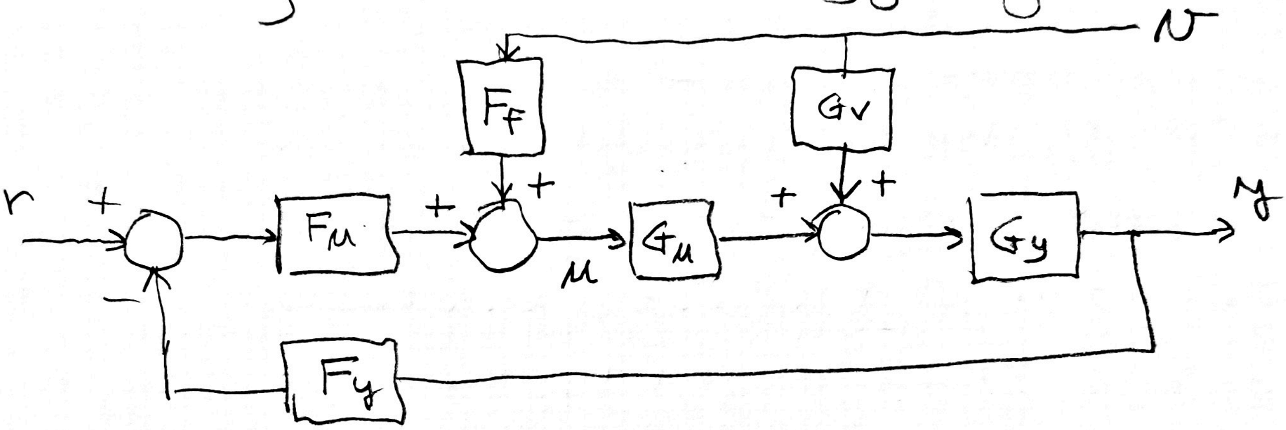


$$G(s) = \frac{1}{1+0{,}1s} \Rightarrow \text{Karakteristisk ekvation}$$

$$s^2 + 10(1+T_d)s + 10K = 0$$

Framkoppling (med återkoppling)

Störningsbekämpningen kan förbättras med s.k. framkoppling. Det förutsätter att störningens modell är mätbar. Ett typisk exempel är temperaturstörningar i värmeanläggningar



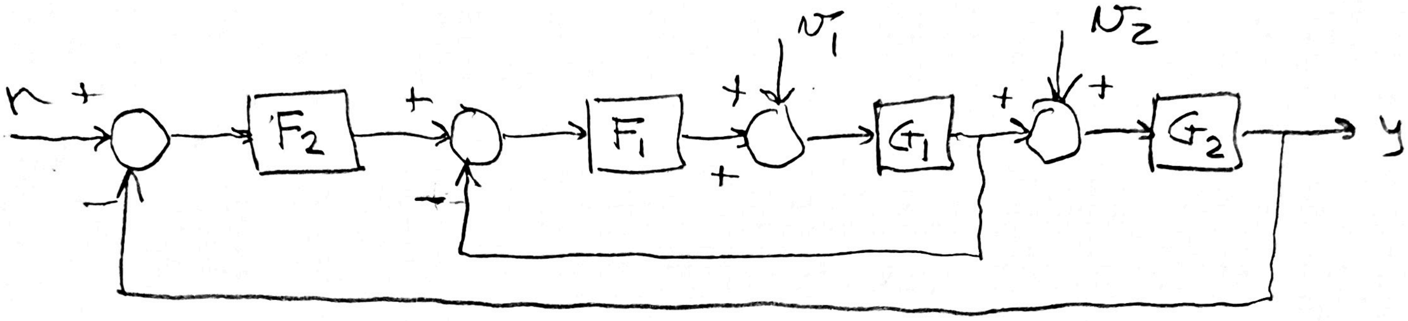
Om G_v är känd kan framkopplingslänken F_f bestämmas så att störningen kompenseras:

$$Y(s) = G_y(s) \cdot G_u(s) \left(F_f(s) + \frac{G_v(s)}{G_u(s)} \right) \cdot V(s)$$

$$F_f(s) = -\frac{G_v(s)}{G_u(s)} \quad \text{ger} \quad \frac{Y(s)}{V(s)} = 0$$

<u>Kaskadreglering</u>

Används i processer som kan delas upp i en långsam och en snabb del.



Här är G_1 den snabbare delen av processen som består av G_1 och G_2. Störningen v_1 kompenseras genom den inre återföringen F_1. Yttre återföringen F_2 behöver då endast kompensera för störningen v_2.