Föreläsning 7

Insignaler vid transientanalys

Impulssignal $\delta(t)$

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & \text{då } 0 \le t < \varepsilon \\ 0 & \text{" då } t > \varepsilon \end{cases} \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1 \quad \text{och} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = 1$$

impulssvar $g(t)$ = utsignal då insignalen är $\delta(t)$.

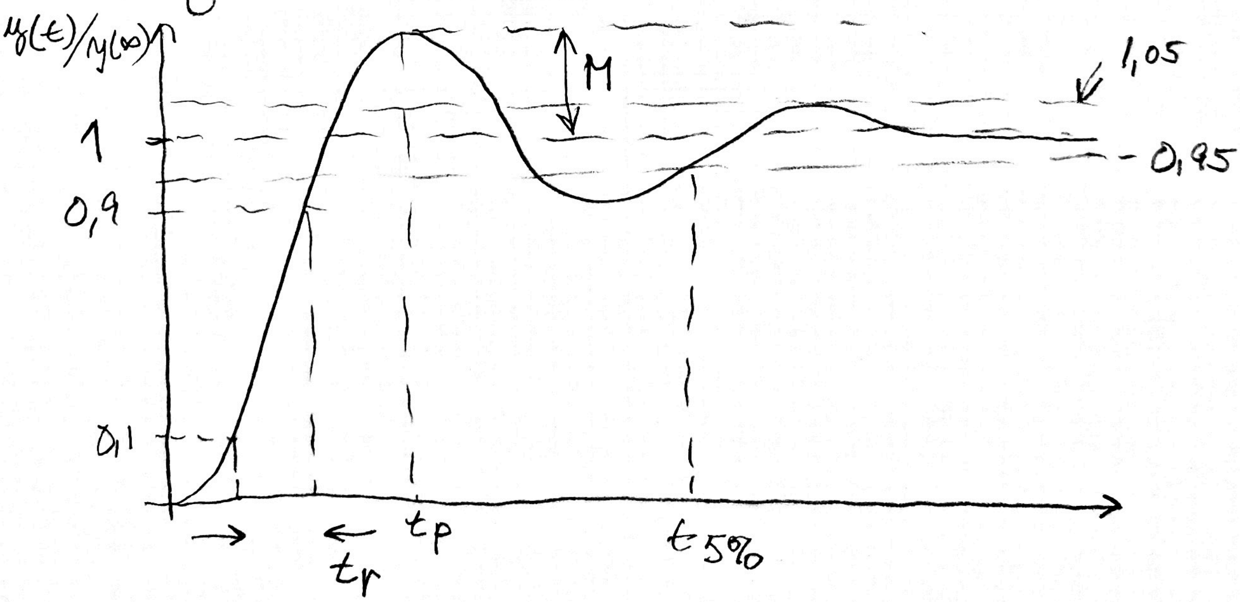
$\Rightarrow \quad g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$ där $G(s)$ är systemets överföringsfunktion.

Stegsignal $\sigma(t)$

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \ge 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Stegsvar = utsignalen då insignalen är $\sigma(t)$

Stegsvaret ger information om hur ett system reagerar på språngvisa ändringar hos referenssignalen.



- Stigtid t_r — tid för att gå från 10% till 90% av slutvärdet.
- Insvängningstid $t_{5\%}$ — tid för insvängning till området mellan 95% och 105% av slutvärdet
- Max relativ översväng

$$M = \frac{\max y(t) - y(\infty)}{y(\infty)}$$

<u>Rampsignal</u> $u(t) = t \cdot \sigma(t)$

Rampsvar = utsignal då insignalen är en ramp. Visar hur väl systemet kan följa en varierande referenssignal.

<u>Första ordningens system</u> $G(s) = \frac{K}{1+sT}$

Impulssvar $y(t) = \frac{K}{T} \cdot e^{-t/T}$

Stegsvar $y(t) = K \cdot (1 - e^{-t/T})$

Rampsvar $y(t) = K(t - T(1 - e^{-t/T}))$

Stigtid $t_r = 2{,}20T$

$t_{5\%} = 3{,}00\,T$

Andra ordningens system

$$G(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

$\zeta \geq$ reella stabila poler

$0 < \zeta < 1$ dämpad oscillation

$\zeta < 0$ instabilt system (poler i höger halvplan eller på Im-axeln)

Ex System med extra nollställe (andra ordningen)

$$G(s) = \frac{1 + Ts}{s^2 + 0{,}4s + 1}$$

poler $s = -0{,}2 \pm \sqrt{0{,}2^2 - 1} = -0{,}2 \pm j\sqrt{0{,}96}$

Nollställe $s = -\frac{1}{T}$

stegsvar

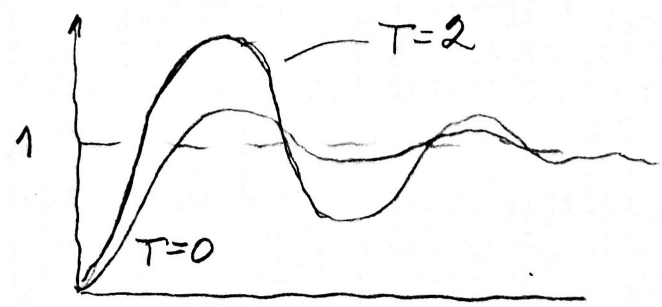
$$Y(s) = (1 + Ts) \cdot Y_0(s) \text{ där } Y_0(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s^2 + 0{,}4s + 1}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{(1+Ts) \cdot Y_0(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{Y_0(s)\} + \mathcal{L}^{-1}\{T \cdot s \cdot Y_0(s)\} =$$

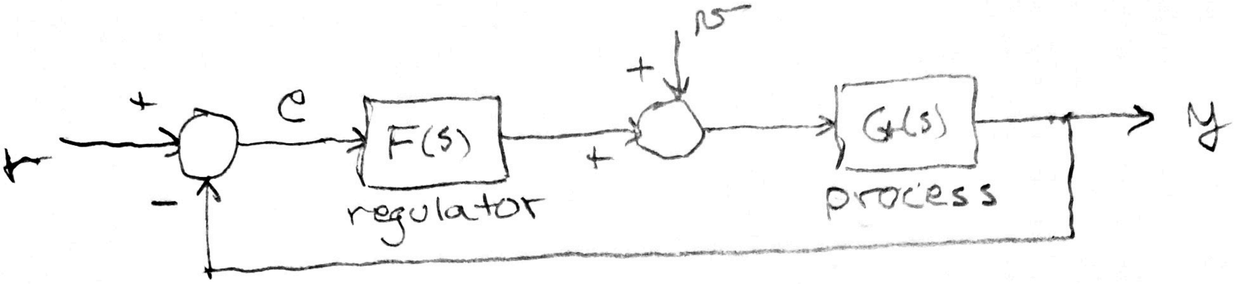
$$= y_0(t) + \mathcal{L}^{-1}\{T_0 \cdot s \cdot Y_0(s)\} = y_0(t) + T_0 \cdot \dot{y}_0(t)$$

Här gäller $y_0(t) \to 1$ och $\dot{y}_0(t) \to 0$ då $t \to \infty$

Termen $T \cdot \dot{y}_0(t)$ ger större översväng.



Återkoppling och kvarstående fel vid störning



$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$Y(s) = G(s)\left[V(s) + F(s)\left[R(s) - Y(s)\right]\right]$$

$$Y(s)\left[1 + F(s)G(s)\right] = F(s)G(s)R(s) + G(s)\cdot V(s) \Rightarrow$$

$$Y(s) = \frac{F(s)\cdot G(s)}{1+F(s)G(s)}\cdot R(s) + \frac{G(s)}{1+F(s)G(s)}\cdot V(s)$$

$$E(s) = R(s) - Y(s) \Rightarrow$$

$$E(s) = \left[1 - \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}\right]\cdot R(s) - \frac{G(s)}{1+F(s)G(s)}\cdot V(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1+F(s)G(s)}\cdot R(s) - \frac{G(s)}{1+F(s)G(s)}\cdot V(s)$$

Låt nu $L(s) = F(s)\cdot G(s)$ och betrakta bara inverkan av $R(s)$ (sätt $V(s)=0$)

Låt $r(t) = r_0\sigma(t) \Rightarrow R(s) = \frac{r_0}{s} \Rightarrow$

$$E(s) = \frac{1}{1+L(s)}\cdot\frac{r_0}{s}$$

Studera inverkan av integrationer hos $L(s)$:

Låt först $L(s) = \frac{\bar{L}(s)}{s^k}$ där $\bar{L}(0) \neq 0$

$\Rightarrow$

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{\bar{L}(s)}{s^k}} \cdot \frac{r_0}{s} = \frac{s^k}{s^k + \bar{L}(s)} \cdot \frac{r_0}{s}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot E(s) \Rightarrow$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{s^k}{s^k + \bar{L}(s)} \cdot \frac{r_0}{s} = \begin{cases} 0 & k \geq 1 \\ \frac{r_0}{1 + \bar{L}(0)} & k = 0 \end{cases}$$

Ej kvarstående fel om $L(s)$ har minst en integration (i $F(s)$ eller $G(s)$)

Betrakta nu en stegstörning $v(t) = v_0 \cdot \sigma(t)$

Sätt $r = 0$ ($R(s) = 0$) $\Rightarrow$

$$E(s) = -\frac{G(s)}{1 + F(s) \cdot G(s)} \cdot \frac{v_0}{s}$$

Låt nu $F(s) = \frac{\bar{F}(s)}{s^k}$ och $G(s) = \frac{\bar{G}(s)}{s^l} \Rightarrow$

$$E(s) = -\frac{\frac{\bar{G}(s)}{s^l}}{1 + \frac{\bar{F}(s)\bar{G}(s)}{s^{k+l}}} \frac{v_0}{s} = -\frac{s^k \cdot \bar{G}(s)}{s^{k+l} + \bar{F}(s)\bar{G}(s)} \cdot \frac{v_0}{s}$$

$$e(\infty) = -\lim_{s \to 0} s \cdot \frac{s^k \cdot \bar{G}(s)}{s^{k+l} + \bar{F}(s) \cdot \bar{G}(s)} \cdot \frac{v_0}{s} = \begin{cases} \frac{\bar{G}(0) \cdot v_0}{1 + \bar{F}(0)\bar{G}(0)} & k = l = 0 \\ \frac{v_0}{\bar{F}(0)} & k = 0, l \geq 1 \\ 0 & k \geq 1 \end{cases}$$

<u>Alltså</u>: För att eliminera stegstörning krävs integralverkan hos regulatorn.
