Notas de PLS

Omar Rojas

1. Introducción

Estas notas forman parte de un Seminario de Investigación en PLS y están basadas en el manual `PLS Path Modeling with R` de Gaston Sanchez. Este seminario se lleva a cabo en la Universidad Panamericana Campus Guadalajara.

PLS-PM (Partial Least Squares Path Modeling) cuenta con las siguientes posibles definiciones:

- es el enfoque de PLS al modelamiento de equaciones estructurales
- es un método estadístico para estudiar complejas relaciones multivariadas existentes entre variables observadas y latentes
- es un enfoque de análisis de datos para estudiar un conjunto de bloques de variables observadas donde cada bloque puede definirse por una variable latente y la relación lineal que existe entre las variables latentes.

Utilizaremos el paquete `plspm` para `R`, el cual puede instalarse como sigue

```
> install.packages("plspm")
```

Una vez instalado, podemos cargar la librería

```
> library("plspm")
```

2. Caso de estudio: Índice de éxito

Nuestro propósito será obtener un *índice de éxito* usando datos del futbol Soccer español

```
> data(spainfoot)
```

El archivo de datos cuenta con 14 variables medidas en 20 equipos. A continuación vemos los datos correspondientes a los 5 primeros equipos de la base de datos

```
> head(spainfoot, n = 5)
```

```
           GSH GSA  SSH  SSA GCH GCA  CSH  CSA WMH WMA LWR LRWL  YC RC
Barcelona   61  44 0.95 0.95  14  21 0.47 0.32  14  13  10   22  76  6
RealMadrid  49  34 1.00 0.84  29  23 0.37 0.37  14  11  10   18 115  9
Sevilla     28  26 0.74 0.74  20  19 0.42 0.53  11  10   4    7 100  8
AtleMadrid  47  33 0.95 0.84  23  34 0.37 0.16  13   7   6    9 116  5
Villarreal  33  28 0.84 0.68  25  29 0.26 0.16  12   6   5   11 102  5
```

La descripción de cada variable se da en la siguiente tabla.

INSERTAR TABLA AQUI

2.1. Variables latentes y manifiestas

Una de las aplicaciones más comunes de `PLS-PM` es el cálculo de índices para cuantificar algún concepto clave o noción de importancia. Entre estos se incluyen *Índices de Satisfacción, de Motivación, de Usabilidad y de Éxito*, entre otros. La cuestión con estos conceptos es que no se pueden medir directamente. Sin embargo, es posible usar un conjunto de preguntas que de alguna manera reflejen el índice deseado.

2.1.1. Variables latentes

Hay veces en que las variables de nuestro interés, como la satisfacción o el éxito, no pueden ser observadas ni medidas directamente. A estos conceptos se les conoce como **variables latentes**, o también llamadas *constructos, variables hipotéticas, intangibles* o *factores*.

La parte interesante se da cuando trabajamos con conceptos teóricos y constructos para los cuales tendemos a a concevir relaciones causales esperadas en ellos. Por ejemplo

- Un director de mercadotecnia propone una nueva política para incrementar la *satisfacción del cliente*.
- Un grupo de profesores decide crear ciertas actividades extra curriculares para mejorar el *desempeño académico* de los estudiantes.
- Un entrenador establece un esquema de entrenamientos para mejorar el *desempeño defensivo* de su equipo.

Dado que no hay una definición formal de variables latentes, en lo siguiente las consideraremos como sigue

- variables hipotéticas
- ya sea imposible o muy difícil de observar o medir
- tomadas como variables subyacentes que ayudan a explicar la asociación entre dos o más variables observadas

2.2. Modelo juguete

Comenzaremos con el siguiente modelo simple:

> Entre mejor sea la calidad del **ataque**, así como la calidad de la **defensa**, mayor será el éxito.

La teoría del modelo puede ser expresada de la siguiente forma abstracta:

$$exito = f(ataque,\ defensa)$$

También se podría explicar como combinación lineal

$$exito = b_1 ataque + b_2 defensa$$

2.3. Variables manifiestas

Aunque la escenia de las variables manifiestas es que no pueden ser medidas directamente, eso no significa que no tengan sentido o sean inútiles. Para volverlas operativas, las variables latentes se miden indirectamente mediante variables que pueden ser observadas-medidas perfectamente. A este tipo de variables se les llama **variables manifiestas**, también conocidas como **indicadores**. Asumimos que las variables manifiestas contienen información que refleja o indica algún aspecto del constructo; por lo tanto, usamos la información contenida en los indicadores para obtener una representación aproximada de la variable latente.

2.4. Indicadores formativos y reflexivos

Las variables latentes pueden medirse de dos maneras:

- a través de sus consecuencias o efectos que se reflejan en sus indicadores
- a través de diversos indidacores que se asumen como causales de las variables latentes

En el primer caso, llamado *manera reflexiva*, se considera que las variables manifiestas o indicadores son causadas por las variables latentes. En el segundo caso, el de *manera formativa*, se supone que los constructos o variables latentes están formados u originados de sus indicadores. En pocas palabras, los indicadores formativos se refieren a **causas**, mientras que los indicadores reflectivos a **efectos** de las variables latentes o constructos.

Por ejemplo, en nuestro modelo juguete, para medir la calidad del ataque, tenemos dos posilbes enfoques:

- Preguntarnos sobre los diversos estadísticos que *reflejan* el ataque, e.g. tiros a gol, tiros de esquina, goles anotados
- Preguntarnos sobre posibles prácticas que *afectan* el ataque, e.g. horas de entrenamiento, tipo de comida y número de calorías en la dieta de un jugador.

2.5. Indicadores de Éxito, Ataque y Defensa

Hemos propuesto un modelo en el que el Éxito depende tanto de la calidad del Ataque como de la Defensa. Estas son nuestras tres variables latentes. Ahora necesitamos construir indicadores para cada uno de estos cosntructos.

2.6. Modelo de Trayectorias

Un diagrama de trayectorias es una representación grfica de las relaciones existentes entre constructos e indicadores. Tomaremos en cuenta la siguiente convención:

1. las variables manifiestas se representan de forma rectangular
2. las variables latentes se representan de forma elíptica
3. las relaciones entre las distintas variables se representan a través de flechas

2.6.1. Modelo interior y exterior

Un modelo de trayectorias completo se compone de dos submodelos: el modelo estructural, tambi'en conocido como **modelo interior** y el modelo de mediciones, o **modelo exterior**.

2.6.2. Matriz del modelo interior

Un modelo interior puede ser pensado como una red y entonces ser expresado de forma matricial, con la ayuda de `inner_matrix`, la cual es una *matriz diagonal inferior booleana*, i.e. una matriz cuadrada cuyos elementos en la diagonal y arriba son cero, y los elementos bajo la diagonal son ceros o unos.

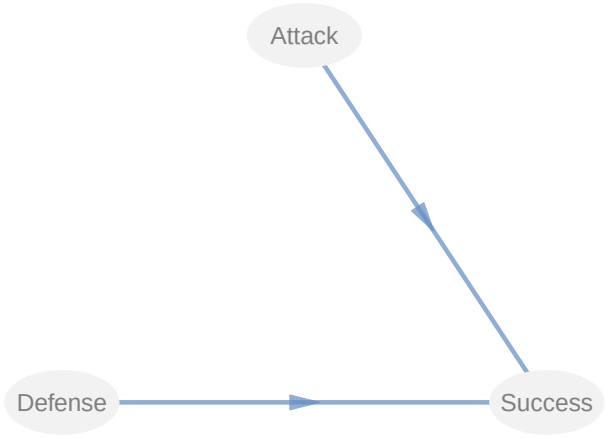
A continuación definimos la matrix interior:

```
> # rows of the inner model matrix
> Attack = c(0, 0, 0)
> Defense = c(0, 0, 0)
> Success = c(1, 1, 0)
> # matrix created by row binding
> foot_inner = rbind(Attack, Defense, Success)
> # add column names (optional)
> colnames(foot_inner) = rownames(foot_inner)
> # la matriz es
> foot_inner
```

```
        Attack Defense Success
Attack       0       0       0
Defense      0       0       0
Success      1       1       0
```

Ahora graficamos el modelo interior

```
> # plot the inner matrix
> innerplot(foot_inner)
```



2.6.3. Lista de modelo exterior

El modelo exterior se define utilizando una lista y un vector.

```
> # define list of indicators: what variables are associated with
> # what latent variables
> foot_outer = list(1:4, 5:8, 9:12)
```

La lista de arriba contiene 3 elementos, uno para cada variable latente. Cada elemento es un vector de índices. Entonces, la primer variable latente, Ataque, se ha asociado con las primeras cuatro columnas de nuestro conjunto de datos; la defensa está asociada a las columnas 5 a 8, mientras que el Éxito con las 9 a 12.

2.6.4. Vector de modos

Se definen dos modos:

1. Modo *A*: reflectivo
2. Modo *B*: formativo

```
> # all latent variables are measured in a reflective way
> foot_modes = c("A", "A", "A")
```

2.7. Análisis `plspm()`

Ahora que tenemos todos los ingredientes necesarios, podemos correr nuestro primer modelo PLS-PM. La función está definida como

$$plspm(Data,\ inner\_matrix, outer\_list, modes).$$

Para nuestro modelo juguete tenemos

```
> # run plspm analysis
> foot_pls = plspm(spainfoot, foot_inner, foot_outer, foot_modes)
```

Resultados de `plspm()`

```
> # what's in foot_pls? foot_pls
> foot_pls
```

```
Partial Least Squares Path Modeling (PLS-PM)
---------------------------------------------
   NAME             DESCRIPTION
1  $outer_model     outer model
2  $inner_model     inner model
3  $path_coefs      path coefficients matrix
4  $scores          latent variable scores
5  $crossloadings   cross-loadings
6  $inner_summary   summary inner model
7  $effects         total effects
8  $unidim          unidimensionality
9  $gof             goodness-of-fit
10 $boot            bootstrap results
11 $data            data matrix
---------------------------------------------
You can also use the function 'summary'
```

Para ver los coeficientes de las trayectorias

```
> foot_pls$path.coefs
```

```
NULL
```

Consultar el modelo interior

```
> foot_pls$inner.mod
```

```
NULL
```

Consultar el sumario del modelo interior

```
> foot_pls$inner.sum
```

```
NULL
```

O resultados resumidos de todo

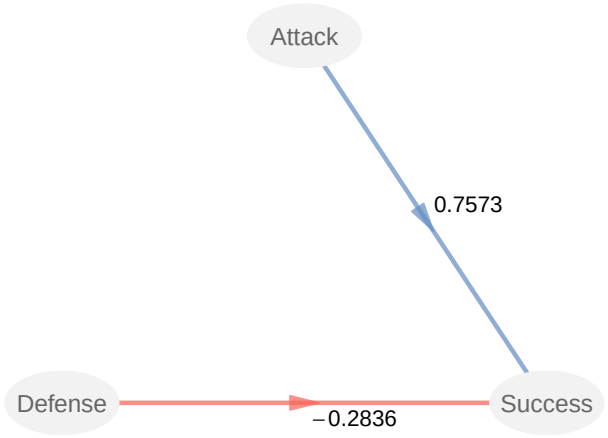
```
> summary(foot_pls)

PARTIAL LEAST SQUARES PATH MODELING (PLS-PM)

------------------------------------------------------------
MODEL SPECIFICATION
1   Number of Cases      20
2   Latent Variables     3
3   Manifest Variables   12
4   Scale of Data        Standardized Data
5   Non-Metric PLS       FALSE
6   Weighting Scheme     centroid
7   Tolerance Crit       1e-06
8   Max Num Iters        100
9   Convergence Iters    5
10  Bootstrapping        FALSE
11  Bootstrap samples    NULL

------------------------------------------------------------
BLOCKS DEFINITION
      Block         Type   Size   Mode
1    Attack    Exogenous      4      A
2   Defense    Exogenous      4      A
3   Success   Endogenous      4      A

------------------------------------------------------------
BLOCKS UNIDIMENSIONALITY
         Mode  MVs  C.alpha  DG.rho  eig.1st  eig.2nd
Attack      A    4    0.891   0.925     3.02    0.792
Defense     A    4    0.000   0.026     2.39    1.175
Success     A    4    0.917   0.942     3.22    0.537

------------------------------------------------------------
OUTER MODEL
          weight  loading  communality  redundancy
Attack
  1 GSH    0.337    0.938        0.880       0.000
  1 GSA    0.282    0.862        0.743       0.000
  1 SSH    0.289    0.841        0.707       0.000
  1 SSA    0.240    0.826        0.683       0.000
Defense
  2 GCH   -0.109    0.484        0.234       0.000
  2 GCA   -0.391    0.876        0.767       0.000
  2 CSH    0.327   -0.746        0.557       0.000
  2 CSA    0.404   -0.893        0.797       0.000
Success
  3 WMH    0.231    0.776        0.601       0.515
  3 WMA    0.303    0.886        0.786       0.672
  3 LWR    0.282    0.969        0.938       0.803
  3 LRWL   0.296    0.944        0.891       0.762
```

```
-----------------------------------------------------------
CROSSLOADINGS
          Attack  Defense  Success
Attack
  1 GSH    0.938   -0.516    0.898
  1 GSA    0.862   -0.339    0.752
  1 SSH    0.841   -0.414    0.771
  1 SSA    0.826   -0.336    0.639
Defense
  2 GCH   -0.131    0.484   -0.160
  2 GCA   -0.462    0.876   -0.575
  2 CSH    0.319   -0.746    0.481
  2 CSA    0.421   -0.893    0.593
Success
  3 WMH    0.709   -0.423    0.776
  3 WMA    0.773   -0.711    0.886
  3 LWR    0.844   -0.538    0.969
  3 LRWL   0.860   -0.589    0.944

-----------------------------------------------------------
INNER MODEL
$Success
             Estimate   Std. Error     t value   Pr(>|t|)
Intercept   -2.00e-16       0.0922   -2.17e-15   1.00e+00
Attack       7.57e-01       0.1044    7.25e+00   1.35e-06
Defense     -2.84e-01       0.1044   -2.72e+00   1.47e-02

-----------------------------------------------------------
CORRELATIONS BETWEEN LVs
         Attack  Defense  Success
Attack     1.00   -0.470    0.890
Defense   -0.47    1.000   -0.639
Success    0.89   -0.639    1.000

-----------------------------------------------------------
SUMMARY INNER MODEL
               Type     R2  Block_Communality  Mean_Redundancy    AVE
Attack    Exogenous  0.000              0.753            0.000  0.753
Defense   Exogenous  0.000              0.589            0.000  0.589
Success  Endogenous  0.856              0.804            0.688  0.804

-----------------------------------------------------------
GOODNESS-OF-FIT
[1]  0.7823

-----------------------------------------------------------
TOTAL EFFECTS
        relationships  direct  indirect   total
```

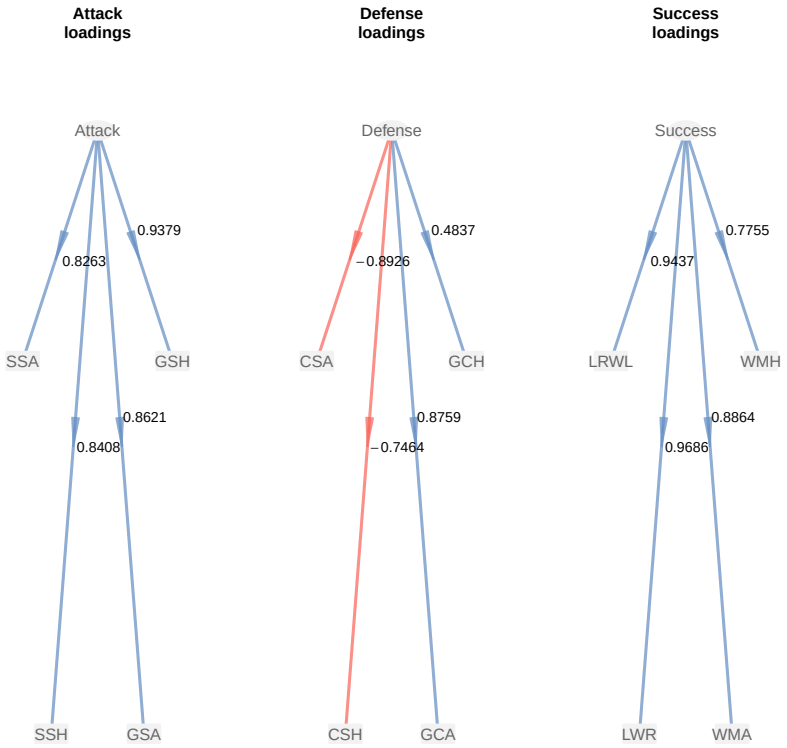
```
1   Attack -> Defense   0.000         0   0.000
2   Attack -> Success   0.757         0   0.757
3  Defense -> Success  -0.284         0  -0.284
```

Visualizando los resultados Veamos los resultados del modelo interior

```
> # plotting results (inner model)
> plot(foot_pls)
```




```
> # plotting loadings of the outer model
> plot(foot_pls, what = "loadings", arr.width = 0.1)
```



Muéstrame el Índice Veamos el índice de los 5 primeros equipos

```
> head(foot_pls$scores, n = 5)
```

```
               Attack     Defense   Success
Barcelona   2.6115644 -1.74308968 2.7891432
RealMadrid  1.7731019 -1.13283765 2.3245911
Sevilla    -0.1123198 -2.24651002 0.5540990
AtleMadrid  1.5333996  0.02391761 0.7770707
Villarreal  0.2801361  0.16761000 0.6084217
```

Sin embargo, todavía hay que hacer ajustes al modelo.