Титулдық бет

**Мазмұны**

[**Кіріспе** 3](#_Toc160614036)

[**1 МЕКТЕП ДЕҢГЕЙІНДЕГІ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЫҒАРУДЫ ҮЙРЕТУДІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ** 6](#_Toc160614037)

[**1.1 Математикалық есептерді шығарудың пәндік оқытудағы рөлі және қызметі** 6](#_Toc160614038)

[**1.2 Мектеп деңгейіндегі математикалық есептердің түрлері** 15](#_Toc160614039)

[**1.3 Мектептегі математикалық есептерді шығаруды үйретудің өзекті мәселелері** 25](#_Toc160614040)

[**1.4 Математикалық есептерді шығарудағы маңызды стратегиялар** 40](#_Toc160614041)

[**1-бөлім бойынша қорытынды** 42](#_Toc160614042)

[**2 МАТЕМАТИКА САБАҚТАРЫНДА ЕСЕП ШЫҒАРУДЫҢ МАҢЫЗДЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТРАТЕГИЯЛАРЫН ҚОЛДАНУДЫ ҮЙРЕТУ** 43](#_Toc160614043)

[**2.2 Заңдылықтарды анықтау стратегиясы** 47](#_Toc160614044)

[**2.3 Басқаша көзқарасты қарастыру стратегиясы** 51](#_Toc160614045)

[**2.4 Схемалық кескін немесе визуалды бейнелеу стратегиясы** 54](#_Toc160614046)

[**2.5 Барлық мүмкіндіктерді есепке алу стратегиясы** 58](#_Toc160614047)

[**2.6 Деректерді ұйымдастыру стратегиясы** 61](#_Toc160614048)

[**2.7 Бір есепті әр түрлі математикалық стратегиялармен шығару үлгісі** 65](#_Toc160614049)

[**2-бөлім бойынша қорытынды** 68](#_Toc160614050)

[**Қорытынды** 69](#_Toc160614051)

[**Пайдаланылған әдебиеттер тізімі** 71](#_Toc160614052)

# **Кіріспе**

Адамзат өркениеті тарихында математика әрқашан адамзат мәдениеті мен білімін дамытуда орталық орында болды. Бұл ғылым технологиялар мен ғылыми жаңалықтарды дамытудың негізі болып табылады, сонымен қатар бізді қоршап тұрған әлемді терең түсінудің негізгі құралы болып табылады. Бүгінгі таңда математикалық білім мен дағдылар қажет емес мамандық табу қиын. Математика қазір өзінің дәстүрлі салаларына ғана емес, бұрын математикалық емес деп саналған салаларға, соның ішінде тіл біліміне, мемлекеттік басқаруға, медицинаға және басқаларға енуде. Қазіргі уақытта өмірдің әртүрлі салаларында математикалық тәсіл мен білімді қолдану өте маңызды.

Бүгінгі таңда математикалық білім беруді заманауи жаңартудағы маңызды міндеттердің бірі оның оқу процесінде практикалық бағдарын күшейту болып табылады. Бұл оқыту әдістері мен математика мазмұны арасындағы нақты практикалық есептермен тығыз байланысты білдіреді. Математиканы оқытудың қолданбалы және практикалық бағытының есептері жаңа емес және оны қалыптастыру мен дамытудың барлық кезеңдерінде сүйемелдейді, ал сы саладағы көптеген сұрақтар әлі де жауапсыз қалуда.

Математика пәнін меңгертуде есеп шешу қызметінің орны ерекше. Оқу процесінің басты мақсаты – оқушыларды әртүрлі математикалық есептерді шешу жолдарымен таныстыру және мектептің математика бағдарламасында кездесетін концепциялар мен әдістерді игерту. Есептерді шешуге бағытталған оқыту әдістемесінің сапалы ұйымдастырылуы оқушылардың ойлау қабілеттерін жетілдіріп, математикалық сауаттылығын арттырады, сонымен қатар олардың практикалық қолданысқа бағытталған біліктерін нығайтады.

Алайда, математикалық білім берудің дәстүрлі жүйесінде теорияға басымдық беріліп, есептерді шешу бойынша дағдыларға жеткіліксіз көңіл бөлінеді. Бұл жағдайда оқушылардың алған математикалық білімдерін тиімді қолдана алмауы мен есептерді шешудегі әлсіз дағдылары анық көрінеді. Сонымен қатар, жоғары оқу орындарына өту үшін өткізілетін ұлттық бірыңғай тест нәтижелері де мектеп бітірушілердің математикалық есептерді шешу бойынша дағдыларының төмен екенін көрсетеді. Осыған байланысты, оқушылардың математикалық ойлау қабілеттері мен біліктіліктерін дамыту үшін есептер мен оларды шешу әдістерін оқыту маңызды болып табылады.

Осы орайда, мектеп оқушыларының математикалық білімін қалыптастыру және дамыту мақсатында көптеген зерттеулер жасалған. Оқушыларды оқыту және тәрбиелеу процесінде есептерді қолданудың әртүрлі тұстары психологиялық-педагогикалық және әдістемелік әдебиеттерде терең зерттелген.

Математикалық есептердің оқыту процесіндегі қызметі мен маңызы туралы терең зерттеулер Д.Қ.Қайырбеков, Ж.А.Алтынбек, В.Т.Данилов, К.Е.Тұрсынбек, А.Ғ.Жұмабаев, В.М.Ковалев, А.Н.Леонидов, А.М.Миргородский, Н.Б.Муратова, Л.С.Рахманов сынды психологтардың еңбектерінде кеңінен талқыланған. Математиканы оқытудағы есеп шығару әдістемесін жақсарту, есептердің рөлі мен маңызын анықтау, сондай-ақ оларды пайдаланудың әртүрлі аспектілері И.Б.Бекмағамбетов, Д.В.Кириллов, Ю.М.Қарағандыұлы, Д.Паскаль, Л.М.Фролов, В.И.Карпов, П.М.Ермеков, Б.П.Жұмағалиев, И.Я.Левит, А.В.Уткинның зерттеулерінде айтылады.

Қазақстанның математикалық білім беру саласын дамыту, оқушылардың ойлау әрекеттерін ынталандыру және математикалық есептерді шешу бойынша оқыту әдістемесінің теориялық негіздері бойынша зерттеулер танымал ғалымдар А.Е.Асқарова, А.Е.Әбілқасымова, Б.Б.Бахытов, М.Е.Ержанов, Ә.К.Қайратұлы, А.М.Мұратбеков, Л.У.Жұмағалиева, Е.Ж.Сейдуллин, Л.Т.Иванованың еңбектерінде қарастырылған.

Математика пәнінің мұғалімдерінің тәжірибесіне жасалған талдаулар оқушылардың есеп шешу процесіне қатысты құралдардың тиімсіздігін көрсетті. Көбінесе оқушылар мен мұғалімдердің негізгі назары есептердегі сұрақтарға жауап беруге бағытталған. Бұл әдіс есеп шығарудың әдіснамасын, оның іздену жолдарын және шешімін табу стратегияларын игеру маңызды есептерін елемей қалдырады.

Аталған факторларды ескере отырып, мектептерде берілетін білім процесінде математикалық есептерді шешуді оқытудың әдістемелік негіздерін дамыту мен оқушылардың математика пәнінен әртүрлі, соның ішінде күрделі және стандарттан тыс есептерді шешу біліктерін меңгеру арасындағы объективті қайшылықтар осы ***зерттеудің өзектілігін*** айқындайды.

**Зерттеудің мақсаты**. Мектеп деңгейіндегі математика пәнін оқыту барысында есептерді шығаруды үйретудің әдістемелік негіздерін қарастыру, есептерді шығаруды тереңірек үйрететін математикалық стратегияларды зертеу және оларды қалай қолданудың методикасын ұсыну.

**Зерттеу нысаны**. Мектеп деңгейіндегі математиканы оқыту үдерісі.

**Зерттеу пәні**. Мектеп оқушыларын математикалық есептерді шығаруға баулитын оқыту әдістемесі.

Дипломдық жұмыстың мақсаты, нысаны мен пәні, зерттеу аясындағы мынадай тапсырмаларды орындауға мүмкіндік береді:

* математиканы оқыту кезіндегі оқушылардың интеллектуалды дамуына ықпал ететін есептердің орны мен функцияларын, сондай-ақ есептерді шығару әдістерінің теориялық аспектілерін ашып көрсету;
* орта мектеп деңгейіндегі математикалық есептерді классификациялау және осы есептерді шығаруды үйретудің өзекті есептерін зерттеу;
* оқушыларға математикалық есептерді шешуді үйрету үшін стратегиялық типтегі есеп шығару әдістемесін жобалау және ұсыну.

**Зерттеудің жаңашылдығы.**

1. Оқушылардың креативті ойлау қабілеттерін жетілдіру және жаңа түсініктерді игеру процесінде математикалық есептердің алатын орнын, олардың классификациясын және "есеп шығару" түсінігінің мәнін тереңірек зерттеу.

2. Оқушылардың жан жақты ойлауын дамытуға бағытталған есептерді шығарудың математикалық стратегиялары зерттелініп, оларды қолдану жолдары, методикасы ұсынылады.

**Зерттеу гипотезасы.** Егер мектеп деңгейіндегі математикалық есептерді шешуді үйретуде жаңашыл метододогиялық есеп шешу стратегияларын қолданатын әдістемелерді дамытатын болсақ, оқушылардың математикалық есептерді шығарудағы логикалық тұжырымдау, заңдылықтарды анықтау, бірнеше көзқарасты қолдану, әр түрлі мүмкіндіктерді пайдалану, есеп деректерін ұйымдастырау, схемалық кескін мен визуалды бейнелеу және бір есепті әртүрлі әдіспен шешу дағдылары секілді маңызды математикалық дағдылары қазіргіден қарағанда жүйелі түрде дамиды.

# **1 МЕКТЕП ДЕҢГЕЙІНДЕГІ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЫҒАРУДЫ ҮЙРЕТУДІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ**

## **1.1 Математикалық есептерді шығарудың пәндік оқытудағы рөлі және қызметі**

Қазіргі білім беру жүйесінде математика сабағындағы есептердің рөлі үш негізгі бағытта көрінеді. Олар алдымен, оқушылардың түрлі есептерді шеше алу қабілетінің көрсеткіші ретінде, одан кейін, оқушыларды математика пәні бойынша есептерді шешуге үйрету арқылы оқытудың негізгі мақсатына қол жеткізу, ақырында, кейбір арнайы тақырыптарды, мысалы, әр түрлі теңдеулерді шешу әдістерін оқытуға баса назар аудару. Демек, математиканы оқытуда есеп шығару бір уақытта оқыту нәтижесінің, құралының және пәнінің өзі болып табылады. Оқушылардың есеп шығару кезіндегі ойлау процесі олардың математикалық талдау қабілеттерімен тығыз байланысты. Математикалық есептерді шығаруға бағыттайтын дұрыс ұйымдастырылған әдістеме оқушылардың білімін, дағдыларын және шеберліктерін жетілдіруге мүмкіндік береді.

Сонымен қатар, есеп математика сабағында оқушылардың ойлау қабілеттерін дамыту үшін маңызды құрал болып табылады. Бұл процесте есептер әртүрлі функциялар атқарады және мектептегі математика курсы мен жалпы теориялық түсініктерді меңгеруде тиімді құрал болып саналады. Есептер оқушылардың ойлау дағдыларын дамытуға және математикалық білімді практикалық тұрғыда қолдана білуге көмектеседі.

Айрықша үлес қосқан әдіскер-математиктердің (Г.Д.Боранбаев, Г.А.Беркімбаев, Г.П.Бекетов, А.М.Пирматов, З.А.Серікқұлов, А.А.Смаилов, Ю.М.Қарин, В.И.Калинин, В.В.Фролов, Р.С.Чистяков, П.М.Елемесов, Л.М.Федоров, А.Е.Асқаров, В.А.Григорьев, Г.В.Дмитриев, К.И.Нурмагамбетов және т.б.) зерттеулері есептерді шешу математикағы білім мен дағдыларды қалыптастырудың негізгі құралы болып табылатынын, сондай-ақ оқушылардың математикалық білімін дамытуға тиімді әдіс ретінде қолданылатынын көрсетті.

Қазіргі таңдағы орта мектептердегі оқу процесі, қазіргі заманның қажеттіліктеріне сәйкес жаңарған білім бағдарламасы аясында, білім алудың іс-әрекеттік әдісі шеңберінде тиімді ұйымдастырылуда. Бұл әдіс, педагогикалық және психологиялық тұрғыдағы зерттеулерде, жеке тұлғаның өсуі мен қалыптасуының басты элементі ретінде танылған. Мұнда есеп шығару үдерсін кешенді жүйе ретінде қарастыру маңызды. В.Г.Алексеевтің айтуынша, кешенді жүйені тану дегеніміз, адамның санасындағы әр түрлі ұғымдар, категориялар және теориялар арқылы оның негізгі қасиеттері мен мәнін ашу болып табылады. Жүйені түсіну үшін:

* оның болмысын, өзгеше сапалық белгілері мен біріктіретін қасиеттерін бағалау;
* құрамдық бөліктерін, сандық және сапалық өзгешеліктерін, бөліктер арасындағы координация мен субординацияны, жүйенің қозғалысы мен дамуының маңызды аспектілерін анықтау;
* құрылымдық бөліктерінің қалыптасуын және өзара байланыстарын тану;
* функционалдық есептерін, атап айтқанда, бөліктердің әрқайсысының функцияларын, дамуын, әрекеттенуін және жүйенің жалпы функционалдығына қосқан үлесін анықтау;
* жүйенің тұтастығын, оның дамуы мен жетілуін, сыртқы ортаға бейімделуін, өзара әсерін, жүйелікті сақтауға көмектесетін біріктіруші және ұйымдастырушы элементтер мен механизмдерін бағалау;
* берілген жүйенің тарихын, бастауларын, даму бағыттарын және болашағын, сондай-ақ жаңа кешенді жүйеге айналуын зерттеу маңызды.

"Есеп" терминінің мағынасын ашуда жүйелік тәсілді қолдану, оны объект, құрал және нәтиже ретінде қарастыру мүмкіндігін береді. Психологиялық әдебиетте "есеп" ұғымының бірнеше анықтамалары бар, оның ішінде ең кең таралғаны – оны ойлау процесіндегі когнитивтік нәтижеге жетуге арналған құрал ретінде қарау. Математика, психология және педагогика саласындағы ғалымдар арасында "есеп" терминіне қатысты пәннің ерекшелігіне байланысты түрлі көзқарастар қалыптасқан, олар есеп шешу процесінде адамның мүмкіндіктерінің іске асуы мен дамуын да қарастырады.

Г.И.Бековтың зерттеулері бойынша, есептерді педагогикалық ұғымнан асып, оларды кешенді жүйе ретінде қарау қажеттігі айтылған. Оның ойынша, есептік оқыту тәсілінің мәні – мұғалім мен оқушының есеп шешу барысындағы әрекеттерін жүйелі тұрғыдан бағалау және оларды жоспарлау. Г.И.Беков есептің өзін а) есептің бастапқы жағдайын; ә) есептің моделін (есеп шартына сәйкес келетін) құрайтын бірнеше негізгі бөліктерден тұратын жүйе ретінде сипаттайды. Бұл ұғымның кеңдігі соншалық, ол тек педагогика мен психология саласында емес, сонымен бірге басқа да ғылыми бағыттарда да қолданылады.

Л.В.Федорованың пайымдауынша, «есеп» ұғымы «мәселелік жағдай» ұғымымен тығыз байланысты. Ол «есептің пайда болуын субъектінің іс-әрекет процесінде кездесетін мәселелік жағдайды модельдеуі» ретінде, ал «есептің өзін – табиғи немесе жасанды тіл арқылы бейнеленетін мәселелік жағдайдың моделі» ретінде қарастырады. Л.Н.Григорьева «есепті» белгілі және белгісіз элементтер арасындағы қатынасты ашатын, қойылған міндетке жауап беру немесе есеп шартын өзгертуді талап ететін ойлау процесінің бір бөлігі ретінде анықтайды. А.Н.Михайлов «есеп» және «мәселелік жағдай» түсініктерін екі мүлдем бөлек ұғымдар ретінде саралайды.

Математиканы оқыту кезіндегі есептердің маңызы мен функциясы Д.Полаков, Г.Р.Борисов, А.Ф.Абдуллин, Ю.П.Корольков, К.А.Николаев, В.М.Краснов, Л.В.Федорова, Л.А.Исаева, Е.Н.Казаков, Р.А.Чернов, А.Б.Савельев және басқалардың еңбектерінде зерттелген. Американдық математик Д.Полак математика сабағында есептердің рөлін талдау кезінде, математиканы меңгеруде тек стандартты есептерді шығарудан басқа, ойлау қабілетін, шығармашылықты және интеллектуалдық дағдыларды дамытуды да қамтитын есептердің маңызын атап өтеді. Г.Р.Борисов бойынша, есептер математиканы оқыту процесінде мынадай маңызға ие:

1) оқушылар есеп шешу арқылы теориялық білімдерін нақты тәжірибеде қолдануды үйренеді;

2) ойлау қабілетін және кеңістіктік қиялдауды дамытуға көмектеседі;

3) ерік-жігерді және төзімділікті дамытады;

4) оқушылардың ойлау процесін белсендіреді және олардың шығармашылық қабілеттерін шыңдайды.

Сонымен қатар, Р.А.Чернов пен А.Б.Савельевтің «Орта мектепте математиканы оқыту әдістемесі» атты еңбектерінде математикалық есептердің білім берудегі, практикалық қолданыстағы, тәрбиелеу мен ойлау қабілетін дамытудағы маңызы тереңінен талданған.

*Математикалық есептердің білім берудегі маңыздылығы*

Математикалық есептерді орындау арқылы оқушылар жаңа ақпаратпен танысып, математикалық теорияларды қолданып, оның ішінде есеп шешуде пайдаланылатын жаңа әдістер мен теориялық бөлімдерге қанық болады. Нәтижесінде, оқушылар математикалық есептерді шешу арқылы өздерінің білім деңгейлерін арттырады. Белгілі бір түрдегі есептерді шешу тәсілдерін меңгергеннен кейін, оқушыларда осы тапсырмаларды орындау қабілеті дамиды, ал көптеген тәжірибе жинақтағаннан кейін оларда тиімді дағдылар қалыптасады, бұл математикалық білімдерінің жоғарылауына әкеледі.

*Математикалық есептердің практикадағы маңыздылығы*

Математикалық есептердің оқыту процесіндегі практикалық маңызы, оқушылардың болашақ мамандықтары үшін қажетті дағдыларды дамытуға бағытталған. Мұндай есептер физика, химия, биология, электроника және радиотехника сияқты салаларда кеңінен қолданылады. Осыған байланысты, оқушыларға математиканы оқыту барысында пәнаралық байланыстары бар, сондай-ақ техникалық және практикалық мазмұндағы тапсырмаларды ұсыну маңызды.

*Математикалық есептердің ойлауды дамыту үдерісіндегі маңыздылығы*

Оқушылар математикалық есептерді шешу кезінде бастапқы шарттар мен қорытындыларды, берілгендер мен ізделетіндерді, жалпы және жеке, салыстыру мен қарама-қайшылықтарды зерделейді. Бұл процесте оларда формалды-логикалық ойлау, ойды қысқа жеткізу, логикалық талдау және анық символдарды қолдану сияқты арнайы ойлау стилі дамиды.

*Математикалық есептердің тәрбиелік маңыздылығы*

Математикалық есептердің тәрбиелік маңызы оның мазмұны мен фабуласы арқылы көрініс табады. Оқу процесінде дұрыс ұйымдастырылған математикалық есептерді шешу жаттығулары оқушыларды шынайылыққа, әділдікке, қиындықтарға табандылықпен қарауға және өзгелердің еңбегіне құрметпен қарауға баулиды.

Математикалық есептердің білім берудегі рөлі туралы В.Н.Козлов, Е.А.Лукин, В.Г.Крапивин, И.В.Брагин, В.К.Глазков, Г.И.Дмитриев, А.И.Абилкасымов, К.Г.Ников және басқа ғалымдардың методологиялық жұмыстарында кеңінен қарастырылған. А.И.Абилкасымовтың «Математикалық білім берудің теориясы мен әдістемесі: дидактикалық негіздер» атты еңбегінде математикалық есептердің білім беру, тәрбие, дамыту және бақылау функциялары талқыланған. Әрбір математикалық есеп білім беру функциясын атқарып, оқушыларға білім беру, олардың шешу дағдыларын дамыту және жалпы математикалық білімдерін көтеру үшін маңызды. Есептердің тәрбиелік функциясы да маңызды болып табылады, олар қоғамның әртүрлі кезеңдеріндегі оқиғаларға негізделген тапсырмалар мен практикалық есептердің мазмұнын қамтиды. Қазіргі оқулықтардағы есептер оқушылардың адамгершілік қасиеттерін дамытуға, ғылыми көзқарасын кеңейтуге және патриотизмге тәрбиелеуге бағытталған. Есептердің мазмұны ғана емес, сонымен қатар олардың шешу әдістерін оқыту да оқушыларға тәрбиелік әсер етеді. Есептерді шешуді үйрету арқылы оқушыларда сөздік қорын, табандылық, шыдамдылық, кедергілерді жеңе білу және бастаған істі аяғына дейін жеткізу сияқты қасиеттер қалыптасады.

Есептер оқушылардың логикалық ойлауын, кеңістікті елестету қабілеттерін дамытуға үлкен көмек көрсетеді. Білімнің, біліктілік пен дағдының қалыптасуы жиі есептер арқылы бағаланады. Есептердің білімді жетілдірудеге функциялары бойынша оларды танымдық, оқытушылық және дамытушылық түрлерге жіктеуге болады.

***Танымдық функциясы*** бар есептер оқушыларға қажетті жаңа ақпаратты қамтып, мектеп курсының негізгі материалдарын толық игеруге бағытталған. Мұндай есептерді шешу барысында оқушылар танымдық тұрғыдан жаңа теориялық білімдермен танысады, бұған жаңа маңызды ұғымдар, есептерді шешудің жаңа әдістері жатады.

***Оқытушылық функциясы*** бар есептер теориялық ақпаратты енгізуге және оны қорытындылауға бағытталған. Мұндай есептер абстрактылы ұғымдарды қалыптастыруда маңызды рөл атқарып, әртүрлі терминдер арасындағы байланыстарды анықтауға мүмкіндік береді. Білім беру жүйесінде есептің әрбір функциясы маңызды болғанымен, соңғы кездері әдіскерлер есептің дамытушылық функциясына ерекше көңіл бөледі.

***Дамытушылық*** функциясы бар есептер – мазмұны негізгі курстан ауытқыған, бағдарлама тақырыптары күрделенген (ойлау қабілеттерін, сандық және геометриялық интуицияларын дамытуға, кеңістіктік елестетуге, логикалық ойлауға, білімділікті дамытуға бағытталған) есептер. Мұндай есептердің мазмұны негізгі математика курсынан алшақ болса да, оқушылар оны өздерінің қабілеттеріне сәйкес шеше білуі қажет. Сондай-ақ, оқушылар көбінесе есептерді шешу барысында ойланбай, үлгіге сүйеніп, дұрыс жауапты табуға ғана шоғырланатындығын ескерту маңызды.

А.Қ.Садықованың зерттеулері бойынша, математикалық есептерді шешу кезінде оқушылар алдымен есептің шартын талдаудан бастап, оның шешіміне қол жеткізу үшін белгілі бір жүйелі әдістерді қолданады. Мұнда маңыздысы – оқушылардың тек қана берілген мәліметтерді пайдаланып, механикалық түрде шешімге қол жеткізуі емес, сондай-ақ олардың тапсырманың мәнін түсініп, оны шешу үшін қажетті логикалық және аналитикалық ойлау қабілеттерін дамытуы керек. Егер бұл аспекттер ескерілмесе, оқушылардың ойлау қабілеті мен талдау дағдылары дамымайды.

М.Т.Даулетованың талдаулары бойынша, математикалық есептердің дидактикалық, танымдық және дамытушылық функциялары бар екені анықталды. Мысалы, дидактикалық функциялы есептерге:

1) Түсіндірілетін түсініктердің сипаттамалары мен олардың арасындағы қарапайым байланыстарды меңгерту;

2) Есеп шешу тәсілдерін және амалдарды орындаудың жүйелерін меңгерту;

3) Пәнді оқып үйрену кезінде қолданылатын ойлау процестерін дамыту мақсатындағы есептер жатады.

Танымдық функциялары бар есептерге:

1) Белгілі бір түсініктің әртүрлі қырларын ашатын;

2) Бір-бірімен байланысты аспектілер арасындағы байланысты ашатын;

3) Білім беру элементтерін қамтитын, бірақ олардың дидактикалық мақсатын сақтайтын;

4) Дидактикалық элементтері бар, бірақ танымдық функциясын күшейтетін;

5) Математикалық деректер мен әдістердің қиыстырылуын талап ететін;

6) Жаңа түрдегі есептерді шешу үшін дәстүрлі мәліметтерді пайдалануды талап ететін есептер жатады.

Дамытушылық функциялары бар есептерге:

1) Бар білімді басқа контексттерде қолдануды талап ететін;

2) Тереңірек білімге қол жеткізуді қамтамасыз ететін есептер кіреді.

А.Ж.Қуанышбаев пен Д.Р.Оразалинованың зерттеулерінде көрсетіл-гендей, математикалық есептердің білім беру, тәрбиелеу, дамыту және бақылау функцияларына негізделгенін ұстанамыз. Есептердің білім беру функциялары – бұл математикадан білімді, біліктілікті және дағдыны (бағдарламада көзделген, мазмұны бойынша кеңейтілген және тереңдетілген) әртүрлі оқу кезеңдерінде қалыптастыруға бағытталған қызметтерін айтамыз.

А.Н.Жанигиннің пікірлеріне сәйкес, білім беру функциялары үш басты санатқа бөлінеді: жалпы, арнайы және нақты. Оқу процесінде оқушылардың жалпы білім алуы олардың келесідей дағдыларын қалыптастыруға бағытталған:

1) түсініктердің анықтамасын ашу;

2) негізгі идеялар, заңдылықтар, тұжырымдамаларды зерттеу;

3) маңызды құзыреттер мен біліктерді меңгеру;

4) мәтіндегі және жазбалардағы идеяларды түсіндіру қабілеті;

5) түсініктер арасындағы көптеген байланыстарды құру;

6) ойлау әдістерінің негізгі түрлері, оларды жүзеге асыру жолдары;

7) оқу және анықтамалық материалдармен, кестелермен жұмыс істеу, негізгі заңдылықтар, пікірлер, олардың байланыстарын және иерархиясын құру қабілеті.

А.Н.Жанигиннің түсіндіруі бойынша, дамытушылық функциялары бар есептер оқушыларға:

1) ғылыми танымның әртүрлі әдістерін меңгеру (бақылау, салыстыру, тәжірибе, анализ және синтез, жалпылау және нақтылау) қажеттілігін;

2) индуктивті және дедуктивті ойлау қабілетін;

3) теориялық және тәжірибелік тұрғыдан дұрыс болжам жасау және оны тексеру қабілетін;

4) қарапайым модельдер жасау және оларды практикалық мақсаттарда қолдану қабілетін;

5) зерттелетін объектілерді сыныптау, білімді жүйелеу, себеп-салдар және құрылымдық байланыстарды анықтау қабілетін;

6) мақсатқа жету үшін тиімді құралдар мен әдістерді таңдау, нақты жағдайларды ескеру;

7) зерттелетін материалдың әлеуметтік әсерін, практикалық маңызын бағалау;

8) ғылыми ойлау қасиеттерін (сөйлеу мен жазудың түпнұсқалығы, кеңдігі, тереңдігі, сыншылдығы, анықтығы) дамыту;

9) зейінділік пен беріктікке, маңызды ақпаратты еске сақтау қабілетіне ие болу керек.

Дамытушылық есептердің мәнін талдай келе, А.С.Кузнецов пен Е.Л.Сидоров математика курсында қолданылатын дәстүрлі есептерден өзгешеленетіндігін атап өтті. Олардың пікірінше, бұл есептер оқушылардың білімінің деңгейін ескере отырып, күрделендірілген және оның барлығын жаттап алу міндетті емес. Есептерді шешуде оқушыларға теориялық білімді қолдану немесе белгілі шешім әдістерін пайдалану жеткіліксіз, бұл жерде олардың ақыл-ой қабілеттері мен ойлау шеберлігі маңызды.

«5-9 сыныптардағы математика сабағындағы дамытушылық тапсырмалар» оқулығының авторы Л.А.Миронова, дамытушылық есептерді оқушылардың ойлау қабілеттерін жетілдіру мақсатындағы есептер деп түсіндіреді. Оның айтуынша, осындай тапсырмалар орындау үшін оқушыларға кең және терең эвристикалық әдістерді игеру қажет. Математика сабақтарында бұл есептермен жүйелі жұмыс істеу арқылы оқушылардың білімін тереңдетуге және эвристикалық әдістерді игеруге көмектеседі. Миронованың оқулығында оқушылардың логикалық-лингвистикалық қабілеттерін дамытуға бағытталған эвристикалық әдіс және оларды нақты тапсырмаларда қолдану мысалдары көрсетілген.

5-7 сыныптарға арналған оқу-әдістемелік кешендерге талдау жасаған В.М.Иванова, бағдарлама мазмұнын меңгеру барысында барлық оқушылардың ойлауын жетілдіруді негізгі мақсат ретінде айқындайды. Ол ойлауды дамыту көрсеткіштерін ақыл-ой іс-әрекетінің талдау және синтез, салыстыру, аналогия, классификация және жалпылау сынды түрлерінің дамуымен байланыстырады. Иванованың пікірінше, дамытушылық есептер мәселелік тапсырмалардың функциясын атқарады. Есептерді шешу барысында оқушылар белгісіздікті ашуды міндетті түрде көздейді. Бұл жаңалықтың негізгі механизмі – оқушыларға белгісіз қасиеттер мен заңдылықтар арасындағы жаңа байланыстарды табу болып табылады. Мәселелік есептерді шешу кезінде оқушылар алдындағы материалдарды қайта қарап, белсенді түрде ойланып, ақырында өз бетінше жаңа есеп құрастырып, оны шешеді.

Көптеген мамандардың есептердің функцияларын зерттеуі арқылы математика сабағындағы есептердің рөлі мен маңызын түсінуге мүмкіндік туғызылды. Зерттеулерде авторлар жиі атап өткендей, есептер білім мен дағдыларды меңгеруге, ойлау стилін қалыптастыруға көмектеседі. Сонымен қатар, есептер оқушылардың білім алу деңгейлерін көрсететін бақылаушы функцияларына да назар аударылады. Математикадан есептердің бақылаушы функциялары деп біз оқушылардың математикалық білім мен дағдыларын тексеруге бағытталған функцияларын ұғынамыз. Білім мен дағдыларды бақылау кезінде қолданылатын, жоғарыда аталған функциялар алгебра және геометрия есептерінде қолданылады. Оқу процесінде есептер әртүрлі түрде қолданылады: білімді меңгеру құралы, іс-әрекетті тасымалдаушы, оқушылардың танымдық қабілеттерін ынталандырушы, оқыту әдісінің бір формасы, білімді бағалау құралы ретінде және т.б. ретінде пайдаланылады.

Қарастырылып отырған әрбір есептің белгілері жеке-дара қаралған кезде олардың тек бөлек бір аспектілері ашылады. Сондықтан есептің бүтіндік мәнін түсіну үшін оның жан-жақты элементтерін зерделеу маңызды болып табылады. Дегенмен, кей жағдайларда, мысалы, оқушылардың икемділігін арттыру үшін, есептің тек бірқатар аспектілері ғана пайдаланылады. Мысалға, кейбір арнайы есептер жаттығу ретінде қарастырылуы мүмкін, мұнда олардың мақсаты, мазмұны және оны орындау үшін қажетті іс-әрекеттердің сәйкестігі маңызды болады.

Жаттығу деп аталатын есептер тікелей алынған білім, білік және дағдыны қамтиды. Осыған сәйкес, мектеп курсындағы теоремаларды есептер қатарына қосуға болады, мұнда олардың тікелей өнімі – берілген жағдайдың өзгеруі болып табылады. Есептер оқу процесінде әдетте келесі функцияларды атқарады:

* математикалық түрдегі іс-әрекеттерге баулу;
* білім, білік және дағдыларды дамыту;
* оқушылардың ойлау қабілеттерін ұалыптастыру;
* тәрбиелеу (контент, әрекетті ұйымдастыру, тілдік қарым-қатынас арқылы);
* нақты құбылыстарды модельдеуге оқыту.

Жеке есептің білім беру процесіндегі рөліне байланысты ол бірнеше функцияларды атқара алады. Есептердің көпжақтылығы олардың келесі негізгі белгілерімен анықталады:

1) математиканы оқыту мазмұнына сәйкес іс-әрекеттерді тасымалдаушы;

2) білім, білік және дағдыларды меңгерту құралы;

3) оқушылардағы оқу-танымдық іс-әрекеттерді басқару мен қалыптастыру құралы, жеке жағдайларда дамытушы, білім мен білік меңгеруін бақылау әдісі;

4) оқыту әдісі ретінде қолданылады;

5) теорияны практикамен байланыстырушы құрал.

Есептердің оқытудағы мазмұны мен әдістемесі тұрғысынан, олар іс-әрекеттерді тасымалдаушы болып табылады, сондай-ақ білім, білік және дағдыларды меңгерудің құралы ретінде көрініс табады.

Есеп шешу әдістемелері, мақсаттары және қолданылатын құралдары арқасында оқу-танымдық әрекеттің бірегей түріне айналады. Есеп шешудің басты мақсаты – білім, білік және дағдыларды меңгеру; ал оның әдістемесі, оқушылар мен мұғалімдер арасындағы өзара әрекеттесу процесінде көрінеді, ол әдістеме есептерді жеке немесе топ болып шешуді қамтиды. Есеп шешу барысында оқушылардың алған білімі, біліктілігі және дағдыларын қалыптастыратын жаттығулар есептің тікелей өнімі ретінде қарастырылады.

Математикалық есептердің барлық дидактикалық функцияларын пайдалану арқылы математиканы оқытудың тиімділігін арттыруға болады деген ұстанымды ұстанамыз. Есептердің функцияларының мағынасын келесідей анықтауға болады:

* Ұғымдарды қалыптастыру және жандандыру функциясы есептер арқылы оқушыларды мәселені қоюға, ұғымдар мен әдістерді, алгоритмдерді енгізуге ынталандыруға мүмкіндік береді.
* Білім беру функциясы оқушыларға есептің мазмұнын және оны шешу барысындағы білімді меңгерудің әдістерін ұсынады. Есептер танымдық іс-әрекет, үлгі бойынша іс-әрекет ету және шығармашылық іс-әрекет сияқты үш түрлі тәжірибені тасымалдаушы функцияларын атқарады, бұл оқушыларға күрделі іс-әрекеттерді орындау қабілеттерін дамытуға мүмкіндік береді.
* Дамытушылық функциясы оқушылардың танымдық психикалық функцияларын (түйсіну, қабылдау, ойлау, елестету, зейін) дамытуға бағытталған; бұл оқушылардың оқу-математикалық әрекеттерінде және жеке тұлға ретінде дамуында көрініс табады.
* Тәрбиелік функциясы оқушыларды өзін-өзі реттеу, ерік-жігер, өнегелік, шынайылық, мәдениет және тиімді ойлау стилі сияқты қасиеттерді қалыптастыруға ықпал етеді; арнайы есептер арқылы эстетикалық тәрбие беріледі. Қолданбалы, өндірістік-техникалық, тарихи, өлкетану, экономикалық, экологиялық мазмұндағы есептер оқушылардың табиғатқа, туған жерге деген ынтасын арттырады, әлемге деген көзқарасын қалыптастырады және табиғи ресурстарды үнемді жұмсауға баулиды.
* Есептердің тарату функциясы белгілі бір оқыту әдістерін, мысалы, репродуктивті, эвристикалық және зерттеушілік әдістерді іске асыру кезінде оқыту үдерісінің тасымалдаушы рөлін атқарады.
* Болжам жасау функциясы, есептерді шешу кезінде ағымдағы жетістіктерді бақылап, болжауға негізделген шешімдер қабылдауға мүмкіндік береді. Есептерді шешу процесінде айқын белгіленген мақсатқа қол жеткізу үшін қажетті жағдайлар жасау арқылы басқарушылық функциясы іске асады, бұл оқыту мен тәрбие процестерінің тиімділігін арттырады және дидактикалық принциптерді, оқытудың бағытталған, жүйелі және ретті түрде жүргізілуін қамтамасыз етеді.
* Прагматикалық функциясы, қолданбалы және практикалық есептерді шешу арқылы күнделікті өмірдегі түрлі есептерді шешуге, сондай-ақ ҰБТ сияқты сынақтарды табысты тапсыруға және ЖОО-ға түсуге көмектеседі.
* Иллюстративтілік функциясы, нақты математикалық заңдылықтар мен құбылыстарды модельдеу арқылы оқушылардың білімін тереңдету мен бекітуге ықпал етеді.
* Таныстыру-ақпараттық функциясы, оқушыларды тарихи есептермен, математика тарихының элементтерімен таныстыруға, ұлттық құндылықтарды меңгеруге және ғаламторда ақпарат іздеуге бағытталған. Байланыс орнату функциясы, есептерді шешу барысында мұғалім мен оқушылар арасындағы, сондай-ақ оқушылар арасындағы өзара іс-әрекеттің түрлерін дамытады.
* Біріктіруші функциясы, білім беру процесінде жаңа білімді ұсыну, бекіту және жалпылау сабақтарында құрылымдаушы және жүйелеуші ретінде іске асады.
* Математикалық есептерді шешу функцияларының ішіндегі маңыздысы – пәнаралық байланысты дамыту, мысалы, есептеулер, кеңістіктегі объектілердің координаттарын анықтау, графиктерді салу және талдау жасау сияқты тапсырмалар арқылы.
* Бақылау функциясы, арнайы таңдалған есептер арқылы оқу амалдарын, білімді меңгеруді және оқу іс-әрекет тәсілдерін бақылауға мүмкіндік береді; ол өзара бақылау, пәндік және жеке рефлексия, өзін-өзі бақылауды дамытады.
* Бағалау функциясы, бақылау жұмыстары, ағымдағы емтихандар, сынақтар, ҰБТ арқылы оқушылардың білімі мен білігін тексерудің тиімді тәсілі болып табылады.

## **1.2 Мектеп деңгейіндегі математикалық есептердің түрлері**

Әртүрлі педагогикалық және психологиялық әдебиеттер математикалық есептерді жіктеу жөніндегі көптеген зерттеулерге арналған. Математикалық есептер, математиканың өзі сияқты, сондай-ақ оның оқыту процесінде де маңызды элемент болып табылады. Математикалық есептердің пайда болуы практикалық есептерден бастау алып, осы арқылы өркендей түседі. Математикалық теорияны есептерсіз қалыптастыру мүмкін емес. Осыған байланысты, есептер шешу математика сабағында маңызды құрал ретінде қолданылады. Есте сақталатын педагог-математик А.И.Сергеев бұрынғы кездерде «есеп арқылы оқыту» әдісін енгізген. Есептің анықтамасын жасаудың бірнеше әдістері бар:

1. Жекелеген жағдайларды мақсат ретінде қарау (П.Н.Алексеев).

2. Әртүрлі практикалық өзгерістерге қойылатын талаптарды, немесе нысанның белгілі және белгісіз бөліктері арасындағы қатынасты анықтауға мүмкіндік беретін шарттарды қарастыру арқылы теориялық сұраққа жауап беру.

3. Есепті белгілі бір жүйе ретінде қарастыру (Д.Е.Максимов, Н.А.Королев, Л.И.Васильев, А.Г.Егоров және т.б.).

В.М.Калининаның «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» еңбегінде келтірілгендей, есептің анықтамасы әртүрлі тәсілдермен берілгенімен, оның негізгі бөлшектерін бөліп көрсетуге болады:

* Шарт(қысқаша - Ша) – есептің (нысандар) берілгені мен нысандары арасындағы байланыс.
* Негізі(қысқаша - Н) – есептің шешіміне апаратын амалдар арқылы оның шартынан қорытындысына өтуге мүмкіндік беретін теориялық немесе практикалық шарттар.
* Шешім(қысқаша - Ш) – қорытындыда көрсетілген талаптарды орындау үшін пайдаланылатын амалдар мен әрекеттер жиынтығы.
* Нәтиже(қысқаша - Н) – белгісіз бөліктерді анықтау, олардың дұрыстығын тексеру, құрастыру, дәлелдеу.

Есептің құрылымын ШаНШН деп қысқартып жазуға болады. Есептерді оларды шешушінің ШаНШН компоненттерінің қайсысы белгісіз екендігіне қарай топтастыруға болады. Стандартты есептер – ШаНШН-ның барлық бөліктері белгілі болған кезде қолданылатын есептер, бұл есептер оқушыларға теориялық материалдарды игеру барысында ұсынылады. Мұндай есептер арқылы ұғымдарды түсіну және кері байланыс орнату мүмкіндігі беріледі, сондай-ақ оқушылардың жаңа материалды қалай меңгергенін бағалауға көмектеседі.

Әртүрлі компоненттерінің біреуі белгісіз болатын есептер құрылымдық тұрғыдан ШаНШx, ШaxНШ, ШаНxН, xНШН түрінде болуы мүмкін. Ал, үш компоненті белгісіз болатын мәселелі есептер Шаxуz, xНуz, xуШz, xуzН түрлері секілді болып келеді. Есептің құрылымы оны шешудің репродуктивті немесе алгоритмдік (дайын әдіс қолдану), продуктивті (белгілі әдістерді жаңа жағдайда қолдану), шығармашылық (эвристика қолдану) секілді қиындықтарын анықтайды.

Математикалық есептердің құрылымы мен мәселесіне қарай басқа да жіктеу түрлері бар. Оқу процесінде оқушылар тек бір есеппен емес, есептер жиынымен жұмыс істеуге мәжбүр. Есептер жиынын талдау олардың классификациясын қажет етеді. Математикалық есептердің келесі классификацияларын жасауға болады:

* Функциясына байланысты: танымдық, оқытушылық, дамытушылық есептер;
* Оқу әрекетінің компоненттеріне байланысты: әрекетті, ынталандырушы, бақылау-бағалаушы есептер;
* Мәселесінің ауқымына байланысты: стандартты, оқытушылық, ізденушілік, мәселелік есептер;
* Шарттары мен талаптары арасындағы қатынасына байланысты: анықталған, толық анықталмаған, анықтау қажеттілігі бар есептер;
* Шарттардағы объектілер санына байланысты: жай және күрделі;
* Объектілердің сипатына байланысты: практикалық, теориялық есептер.

Егер есептің объектісі нақты өмірден алынса, ол практикалық есеп деп аталады. Ал егер есептің объектілері таза математикалық ұғымдар мен түсініктер болса, онда ол теориялық есеп болып табылады.

* Теорияға байланысты: стандартты және стандартты емес есептер. Дайын ережелермен шешілетін есеп стандартты, ал ережелермен шешілмейтін, арнайы әдістер қажет ететін есептер стандартты емес.
* Математикалық мазмұнына байланысты: арифметикалық, алгебралық, геометриялық, тригонометриялық, комбинаторикалық және т.б.;
* Шешім кезіндегі ойлау деңгейіне байланысты: алгоритмдік, жартылай алгоритмдік, жартылай эвристикалық, эвристикалық деп бөлуге болады.

Түсіндірме тапсырмаларының көпшілігі жартылай алгоритмдік, шығармашылық–тәжірибелік есептер санатына жатады. Алгоритмдік және жартылай алгоритмдік, шығармашылық–тәжірибелік тұрғыдан қарастырылатын есептер, заңдылықтар мен нұсқауларға сүйене отырып шешіледі. Шешімдері заңдылықтар мен ережелер арқылы анықталатын есептер алгоритмдік және жартылай алгоритмдік болып табылады.

* шешімнің жолы бойынша (Н және Ш берілген) – тәжірибелік, есептік (есептік операциялардың компоненттері арасындағы байланысқа негізделген), алгебралық, графикалық (теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жиынтықтарын құру), геометриялық (геометриялық фигуралар және олардың сипаттамаларын пайдалану арқылы), комбинаторикалық;
* талаптардың мәні бойынша – есептеу, дәлелдеу, зерттеу, өзгерту, құру, сызу және т.б. есептер;
* тілдік өзгешеліктер бойынша – мәтіндік (мәселенің шарты жаратылыс тілінде берілген), оқиғалық (сюжеті берілген), абстрактілі (тақырыптық) болып табылады.

Осылайша, математикалық есептердің атқарымдық қызметіне, мәселенің көлеміне, білім берудің элементтеріне, шарттар мен талаптар арасындағы байланысқа, шартта келтірілген нысандардың санына және олардың өзара қатынасына, теориялық аспектілерге, білім мазмұнына, шешу әдістеріне және т.б. қарай жіктеуге болады (1-кесте). Есеп типі оның шарттары мен жағдайларына байланысты әртүрлі болады. Осы түрлердің әртүрлілігі оқытушыға білім беру мақсатына сәйкес таңдау жасауға мүмкіндік береді.

1-кесте.

|  |  |
| --- | --- |
| Есептерді классификациялау | |
| Классификация параметрі | Есеп түрлері |
| Есептің атқару функциясы | Танымдық, Дидактикалық және Дамытушылық |
| Оқу кызметі компонентісі | Іс-әрекеттік, Ынталандырушы және Бақылау-бағалау |
| Есеп деңгейі | Стандартты, Оқыту, Іздестіру және Мәселелі |
| Есеп шарты және талабы арасындағы қатынас | Анықталған, Толық анықталмаған және Анықтауды қажет ететін есептер |
| Есеп шартындағы обьекті саны | Жай және Құрама |
| Обьектілер сипаты | Практикалық және Математикалық |
| Есеп теориясы | Стандартты және Стандартты емес |
| Білім беру мазмұны | Арифметаикалық, Алгебралық, Геометриялық, Тригонометриялық және Комбинаториялық |
| Есептегі қойылған талап | Есептеу, Дәлелдеу және Зерттеу |
| Есептегі қолданылған тіл мәнері | Мәтінді, Сюжетті және Абстрактты |

Әдеттен тыс жағдайларда оқушылардың шығармашылық қасиеттері мен математикалық ойлауын дамыту, математикалық дағдыларын бағалау үшін әдеттен тыс есептердің(есептер) маңызы зор. Әдеттен тыс есептерді шешу икемділігі – оқушыларды арнайы математикалық сыныптарға іріктеудің негізгі белгісі болып саналады. Бұрын айтылғандай, көптеген жергілікті және халықаралық зерттеушілердің еңбектерінде білім беру бағдарламасы шеңберіндегі «міндетті» есептерден басқа, есептердің арнайы түрлерінің оқушылардың ойлау қабілеттерін жетілдірудегі ерекше рөлі белгіленген. Бұл есептердің әрқайсысы әдеттен тыс есептердің анықтамаларын ұсынады. Кейбіреулері осындай есептерді мәселелік есептер деп атаса, енді біреулері зерттеушілік немесе іздеушілік есептер ретінде атайды, ал басқаларының зерттеулерінде олар әдеттен тыс(стандартты емес) деп танылады.

Авторлар «стандартты емес» деген түсінікке әртүрлі талдаулар жасаған. Л.М.Федоров пен Е.Н.Тимофеевтың «Есептерді шешу жолдары» атты еңбегінде бұл тапсырмаларға келесідей тұжырымдама жасалған: «стандартты емес тапсырма – математика бойынша дәріс кезінде жалпы ережелер мен реттілік жоқ, нақты шешу жолы анықталмаған есептер». Ю.М.Константинов: «Стандартты емес мәселе – оны шешуді оқушылардың белгілі әрекеттер жиынтығы ретінде көрмейтін есептер» деп, бұл түсініктің салыстырмалы маңызына ерекше назар аударған. Г.В.Дмитриев, М.К.Павлов, Н.Х.Романов стандартты емес тапсырмалардың әрқилы екенін айтқан. Жекелей жағдайларда бұл тапсырмалар өзгеше болуы мүмкін, өйткені бастапқы кезеңде оларға қалай жол табудың күрделілігі бар. Кейбір есептер күрделеніп көрінеді, сыртқы түрі қарапайым квадрат теңдеу болса да, стандартты шешімдермен оны шешу мүмкін емес. Үшінші топтағы есептерді шешу үшін күрделі, нақты және анық логикалық ойлау қажет. Осындай ерекше «стандартты емес тапсырмалар» тек ақыл-ойдың шығармашылығын, математиканың түрлі салаларын еркін меңгеруді, күрделі логикалық мәдениетті және психологиялық дайындықты талап етеді. Бұлардың барлығы мектеп математика бағдарламасының шеңберінде қарастырылады. Г.Л.Борисов стандартты емес тапсырмаларды инновациялық негізде қарастырылған есептер деп атайды. Егер мәселені шешуші оның алгоритмін білсе, онда оны дәстүрлі түрде қарастырылған деп атайды. Инновациялық негізде емес есептерді дәстүрлі есептер деп атайды. Б.А.Комаров оқыту шеңберінен тыс «білім алушылардың математиканы жүйелі оқу барысында қарамайтын ерекше есептер жиынын» қарастырады. А.А.Сергеев есептердің түрлері туралы сөз қозғағанда, типтік емес есептердің арасында шешу алгоритмі жоқ немесе белгісіз болатын типтік емес есептерді қарастырады.

Бұл және басқа тұжырымдамаларды жалпылай келе, стандартты емес есептерді кең мағынада талдаймыз. «Стандартты емес мәселенің» тұжырымдамасын стандартты мәселе түсінігінің тұжырымдамасы арқылы анықтаймыз. Жалпы білім беру стандарттары мен оқу бағдарламалары оқушыларға белгілі бір тақырыпты оқыған кезде меңгеруі тиіс білім, дағды және қабілеттіліктерді анықтайды. Оқушылар белгілі бір тақырыпты зерделегенде есептердің белгілі бір типтерін шеше алуы керек, ал мұндай есептерді «стандартты есептер» деп атау қажет. Сондықтан, «стандартты мәселе» деп мектептің математика курсында қарастырылатын, оқушылардың шеше білуін талап ететін есептерді атаймыз.

«Стандартты есептерден» өзгеше есептерді «стандартты емес» есептер деп атаймыз. Алдыңғы айтылғандай, қызықты есептерді стандартты емес есептер ретінде қарастырамыз. Стандартты емес есептердің көпшілігі қызықты есептер санатына жатады. Я.И.Петров «қызықты есептер ми жұмысын тоқтатпайды, керісінше, ойлау процесіне ықпал етеді» деп көрсетеді. Стандартты емес есептердің толық жіктелуі күрделі. Олардың кейбіреулерін шешу әдісі бойынша жіктеуге болады. Мысалы, логикалық есептер, комбинаторлық есептер, екі әдіспен шешілетін есептер, графикалық есептер, Дирихле принципі бойынша шешілетін есептер, инвариант, бояу, ұтымды стратегиялар бойынша шешілетін есептер және т.б. Алайда көптеген есептер бірнеше санатқа жатқызуға болады. Стандартты емес есептер қатарына жоғарыда аталған есептерден басқа теңсіздіктерді дәлелдеуге берілген есептерді, стандартты емес әдістермен шешілетін теңдеулерді қосуға болады. Параметрлері бар теңдеулер мен теңсіздіктерді де стандартты емес есептер қатарына жатқызуға болады, өйткені олардың шешу әдістері мектепте қарастырылмайды. Геометриялық есептер арасында салуға берілген есептерді және нүктенің геометриялық орнын анықтауға берілген есептерді қосуға болады.

Математиканың негізгі курсында «тапсырма» (арифметикалық тапсырма) деген түсінік нақты элементтер арасындағы сандық қарым-қатынастарды сипаттайтын мәтін ретінде анықталады. Әдістемелік әдебиеттерде «мәтінді тапсырмаларды» анықтаудың әртүрлі әдістері болса да, математиканы оқыту әдістемесінде бұл терминнің дәл және дұрыс анықтамасы әлі күнге дейін жоқ. Мәтінді тапсырмалар белгілі бір жағдайды табиғи тілде сипаттайды, оның құрамдас бөліктерінің сандық сипаттамасын және олар арасындағы байланыстың түрін анықтауды талап етеді. Е.С. Березованың зерттеулерінде арифметикалық тапсырмалар ішінен «мәтінді тапсырмалар» бөлінеді, яғни белгілі бір ізденістің шешімін табу үшін қажетті әрекеттері көрсетілген тапсырмалар, әдетте оларды мысалдар деп аталады, бірақ олар жаттығулардан айырмашылығы, қандай әрекетті орындау керектігі көрсетілмеген. «Мәтінді тапсырма» түсінігіне ұқсас түсініктеме математиканы оқыту әдістемесінде С.Е. Левинов те береді. Қазіргі уақытта математикадан әдістемелік әдебиеттерде Е.С. Березованың ұсынған мағынасындағы «мәтінді тапсырмалар» термині жиі кездеседі. Дегенмен, кейбір әдіскерлер бұл санаттағы тапсырмаларды «арифметикалық тапсырмалар» деп атайды. Орта мектептегі математиканы оқыту әдістемесінде мәтінді тапсырмаларға келесі анықтама беріледі: «Мәтінді тапсырма деп сол тапсырмада кіріспе ақпаратта тек математикалық деректер ғана емес, сонымен қатар тапсырманың өзіндік оқиғасы, немесе ‘фабуласы’ бар тапсырмаларды атаймыз». Шын мәнінде, «математикалық тапсырмалар» термині кез келген жаттығуларға немесе міндеттерге қатысты, кез келген танымдық әрекетті жүзеге асыруды талап ететін жағдайларға қолданылады. Бұл «мәтін түрінде берілген сұрақтарға» да қатысты. Математика курсында сюжеттік тапсырмалар маңызды рөл атқарады. Осындай тапсырмаларды шешу кезінде математика курсындағы модельдеу оқыту жүзеге асырылады.

Мектептегі математика курсында модельдеуді нақты процестерді математика тілінде сипаттау ретінде баяндауға болады. Сюжеттік тапсырмалар деп – өмірлік оқиғалардың (құбылыстар, оқиғалар, процестер) сандық белгілерін немесе мәндерін анықтау мақсатындағы, олардың баяндалуы берілген тапсырмаларды айтамыз. Сюжеттік тапсырмаларды жоғарыда айтылған тапсырмалардың жіктелуі бойынша саралауға болады. Сонымен қатар, сюжеттік тапсырмаларды тематикасы бойынша (қозғалыс, сатып алу, жұмыс және т.б. берілген тапсырмалар) ажыратуға болады. Сюжеттік тапсырмалар арасында шығармашылыққа жататын бейнелі сипаттағы тапсырмалар жоғары деңгейлі мәселе тапсырмалары болып табылады. Олардың шешімі көрнекі образдарға айналады және тапсырмада баяндалған жағдайды толығымен түсінуді талап етеді. Мұнда тапсырманың берілгені мен жалпы шешу әдісін анықтау қиын. Р.С. Чернов пен А.А. Смирновтың «Орта мектепте математиканы оқыту әдістемесі» атты еңбегінде білім беру мақсатына байланысты есептердің бірнеше түрлері келтіріледі.

*Есептер арқылы математикалық түсініктердің игерілуі*

Түрлі есептер мен жаттығулар арқылы оқушылар математикалық түсініктерді игереді. Математикалық түсініктер анықтамалары мен сипаттамаларын білу арқылы толық ашылады. Тек анықтамасын білу емес, анықтамадағы әр сөздің маңызын түсіну және сол ұғымның сипаттамалары мен ерекшеліктерін білу қажет. Мысалы, квадрат теңдеу ұғымын басқа теңдеулерден айыратын жаттығулар арқылы оқушылардың білімі мен түсініктілігі арттырылады. Мысалы:

Төмендегі теңдеулердің қайсысы квадрат теңдеу болатынын анықтаңыз:

а) ; ә) ; б) ;

Бұл жаттығуларды орындау барысында дәптердегі анықтамаларды қолдана отырып, түсініктерді бекітуге болады.

*Математикалық белгілерді игеру бойынша есептер*

Математика тілін, оның ішінде математикалық белгілерді дұрыс қолдануды меңгеру математиканы үйретудің басты мақсаттарының бірі болып табылады. Математикалық белгілерді қолдану арқылы есептердің дұрыс шешімдерін табу мүмкін болады. Бастауыш және орта сыныптарда енгізілетін қарапайым математикалық белгілер: амал белгілері, теңдік пен теңсіздік белгілері, жақшалар, бұрыштар және олардың өлшемдері, параллельділік белгілері және басқалары. Математикалық белгілердің есеп шешудегі маңызын түсіндіру және оларды дұрыс қолдану үйрету керек. Мысалы, жақшаны ашқанда белгілердің қалай өзгеретінін, амалдардың орындалу ретін қалай анықтайтынын қарастыру қажет. Сондықтан белгілерді қолданғанда есептерге ерекше назар аудару қажет. Мысалы:

Келесі есептерде жақшаның қызметін анықтаңыз және қандай өрнектерде жақша амалдардың орындалу ретін өзгертпеніз. Амалдардың орындалу ретін талдаңыз және жақшаның рөлін анықтаңыз.

а); ә) .

Математикалық белгілерді игерудегі басты мәселе – есеп шешу кезінде оларды дұрыс қолдану.

*Дәлелдеу мақсатындағы есептер*

Есептер мен зерттеулер арқылы дәлелдеуге үйрету математиканы оқытудың негізгі мақсаттарының бірі болып табылады. Берілген сұрақтарға жауап іздеу және оның дұрыстығын дәлелдеу осындай есептердің шешімін құрайды. Есептерді шешу барысында объектілерді жіктеу қажет. Объектілерді дұрыс жіктемеу есептің маңызды ақпаратын жоғалтуы мүмкін. Дұрыс жіктеу арқылы осындай қателіктерді анықтауға және олардың алдын алуға арналған есептер бар. Есеп шешу процесінде зерттеу және дәлелдеу қажет, бұл есептердің дұрыс шешімдерін табуға мүмкіндік береді. Дәлелдеу бастапқыда сұрақ-жауап немесе қарапайым зерттеу түрінде болады, мұнда мақсат – сабақта қарастырылған түсініктерді нақтылау және олар арасындағы байланысты анықтау.

*Математикалық дағдыларды дамытуға арналған есептер*

Математика оқытудың маңызды мақсаттарының бірі – математикалық дағдыларды дамыту болып табылады. Есеп шешу барысында оқушылар жаңа әдістерді меңгеріп, алгоритмдер жасайды, өрнектерді жеңілдету үшін әртүрлі амалдар қолданады. Қарапайымнан күрделіге, белгіліден белгісізге өту принципін сақтай отырып, оқушылар бұрынғы игерген білімдерін пайдалана отырып, жаңа тақырыптарға байланысты есептерді толық түсіндіреді. Бұл арқылы оқушылардың математикалық дағдыларын жетілдіруге болады. Мысалы, келесі алгебралық өрнекті жеңілдету үшін алдымен орындалатын амалдарды анықтау маңызды:

Мәтіндік тапсырмаларды шешудегі дағдыларды жетілдіру кейбір қиыншылықтар тудыруы мүмкін. Бұл процесске есептің зерттеуі, оның үлгісін жасау, теңдеулер құрастыру секілді дағдылар кіреді. Дағдыларды жетілдіру үшін келесі әрекеттерді орындау қажет:

1) Есепті талдау және оның шарттары мен нәтижелерін ажырату;

2) Есептің жинақы үлгісін құрастыру;

3) Үлгіге негізделген математикалық модель (теңдеу) жасау және тағы басқалары.

Бұл жерде ескеретін маңызды нүкте – бір мезгілде бірнеше дағдыларды жетілдіру қиындық тудыруы мүмкін, сондықтан алдымен бір дағдыны жетік меңгергеннен кейін келесісіне ауысу дұрыс.

*Оқушылардың ой-өрісін кеңейтуге арналған тапсырмалар*

Математикалық тапсырмаларды шешу арқылы сыни ойлау қабілеттері, логикалық-формальды ойлау структуралары, ойдың жүйелілігі, таңбаларды дұрыс қолдану, есте сақтау, көрнекі қабілеттер дамиды. Есептер оқушылардың логикалық ойлауын, кеңістіктік елестету қабілеттерін, жеке дарындылықтарын дамытуға септігін тигізетін негізгі құрал болып табылады. Есептер қатаң дәлелдерге, белгілі заңдарға сүйеніп, жалпы қорытындылар жасайды, дәлелді аналогияларды пайдаланады, барлық жағдайларды ескереді. Математикалық ойлауды дамытуға арналған есептер есептің деректерін талдауды, мәліметтер мен өлшемдерді, өткен есептермен салыстыруды, берілген жағдайдағы ерекшеліктерді анықтауды, қарапайым модельдерді құрастыруды және ойша эксперимент жүргізуді, синтездеуді, есеп шешуге қажетті ақпаратты таңдауды және оны бір жүйеге келтіруді, зерттеуді қажет етеді. Математикалық есептерді шешу оқушылардың жеке шығармашылық дарындылықтарына тікелей байланысты, сондықтан есеп шешудің басты мақсаттарының бірі–оқушылардың ойлау процестерін белсендіру. Осыған байланысты ойлау қабілетін сергітетін есептер мен жаттығулар өте маңызды. Математикалық ойлауды дамыту үшін оқушыларды қызықтыратын, ынтасын көтеретін есептерді талдау пайдалы. Осындай есептерге зерттеу элементтерін қамтитын есептер, ойын түріндегі есептер, күрделі есептер және ертегілердегі есептер жатады. Мысалы, берілген есепті шешкенде жіберілген қателерді анықтау, бірнеше әдіспен есеп шешу, өз бетінше есеп құрастыру және тағы басқалары бар.

К.В.Тесаулов есептерді бірнеше санатқа жіктейді: қайталауға арналған есептер (бұл санаттағы есептер жады мен назарды дамытуға бағытталған); жаңа идеялар мен ойларды қозғайтын есептер; шығармашылық есептер. Соңғы екі санаттағы есептер оқушылардың ойлау қабілетін жетілдіреді. Бұдан басқа, тек зерттеуге арналған есептерді ғана емес, сонымен қатар зерттеу компоненттері бар есептерді ұсыну қажет. Геометриялық салу есептері (планиметрия және стереометрия), теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге арналған есептер (тригонометриялық, параметрлік көрсеткіштік және логарифмдік теңдеулер мен теңсіздіктер) зерттеу элементтерін қамтиды. Оқушылар амалдардың заңдарын білікті түрде қолдана алуы қажет, сондықтан алгебраның негізгі элементтерімен танысу кезінде (мысалы, рационал сандарды қолданғанда) амалдардың заңдары, соның ішінде, дистрибутивті заңды қолданатын есептерді шешу керек. Берілген түбірлер бойынша теңдеулер құрастыру, берілген шешімдер бойынша теңдеулер жүйесін жасау, берілген теңдеулер немесе олардың жүйелері бойынша есептер құрастыру есептерінің сюжеттері әртүрлі болғандықтан, олар математикалық әдістердің жалпылығын ашады.

Орта мектепте математикалық есептер мен жаттығуларды шешу үшін арналған уақыттың жартысы пайдаланылады. Алдында айтылған мәселелерді ескере отырып, мектептегі математика бағдарламасындағы есеп шешу оқушыларға тек математикалық түсініктерді таныстырып, математикалық символдарды пайдалануға, дәлелдеуге үйретуден асып түседі. Мұғалімдердің бұл бағытта жасаған таңдаулары математиканы есеп шешу арқылы оқытудың көптеген дидактикалық мақсаттарын қамтиды.

Қойылатын оқытушылық мақсаттар бойынша математикалық тапсырмалардың түрлері мынадай болып келеді:

1) Білім алудың келесі кезеңіне даярлықты қамтамасыз ету мақсатында, жаңартылған ұғымдар, әдістер және заңдылықтарды қамтитын тапсырмалар беріледі. Бұл мақсатта, балалардың бұрыннан бар ақпараттарын қайталауға бағытталған, оңай немесе ауызша орындалатын тапсырмалар қолданылады. Мысалы, рационалды көрсеткіштерді қолдану тақырыбын оқып-үйрену алдында, бұтін көрсеткіштерге байланысты тапсырмаларды шешу ұсынылады. Қосу операциясына қатысты көбейту заңын меңгеру алдында, осы заңның бұтін сандарға қолданылуымен байланысты есептер шешу тиімді болып табылады. Осы арқылы оқушылар аналогияны дұрыс қолдануды үйренеді.

2) Жаңадан алынған теориялық білімді нығайту мақсатында, жаңа ұғымдармен танысуға, аксиомалар мен заңдылықтарды дұрыс білуге және дәлелдеу әдістерін меңгеруге бағытталған тапсырмалар беріледі. Бұл тапсырмалар теориялық ақпаратпен танысудан кейін орындалады. Мысалы, сыбайлас және вертикальды бұрыштар жайындағы білімдерін нығайту үшін оқушыларға екі бұрыштың ұштары біріккен болса, олар сыбайлас немесе вертикаль бұрыштар бола ала ма деген сұрақтар қойылады. Виет заңдылығын нығайту үшін, берілген квадраттық теңдеудің бір тамыры – 7 болған кезде, екінші тамырды және p коэффициентін табу керек.

3) Жаңа материалдың қолданыстағы маңызын көрсету үшін, математиканың техника саласындағы, күнделікті өмірдегі қолданылуын және басқа пәндермен арақатынасын ашатын тапсырмалар ұсынылады. Бұл тапсырмалар арасында есептеу жұмысын жеңілдету үшін жүргізілетін өзгерістерді қамтитын тапсырмалар да бар.

4) Білік пен дағдыларды дамыту мақсатында, белгілі бір тапсырмаларды шешудің жаңа әдістерін, алгоритмдерін, тәсілдерін меңгеруге арналған алғашқы тапсырмалар мен жаттығулар ұсынылады. Бұл тапсырмалардың мазмұны оқушыларға жаңа алған білімдерін қолдану, жалпы әдістер, алгоритмдер, тәсілдерді нақты жағдайларда қолдану дағдыларын дамытуға бағытталған. Бастапқы тапсырмалар оңай болуы тиіс, алайда уақыт өте келе тапсырмаларды күрделендіру қажет. Алғашқы сабақтарда тапсырмалардың шешімдерін толықтай түсіндіріп, тақтада көрсету маңызды болып табылады. Бұл арқылы оқушылардың білік пен дағдылары санасында ұзақ уақыт сақталады.

Математикадан білік пен дағдыларды дамыту тек бір тапсырмамен шектелмейді, керісінше тапсырмалар мен жаттығулардың жүйелі түрде ұсынылуы мүмкін. Тапсырмаларды шешудің техникалық аспектілері оқушының ойлау қабілетіне кедергі келтірмеу үшін, математикалық әдістер мен есептеулерді дағдыға айналдыру ұсынылады. Оқушылар математикалық есептеулер, теңбе-тең түрлендірулер, теңдеулер мен теңсіздіктер, сондай-ақ геометриялық сызымдар сияқты дағдыларды қалыптастыруы тиіс. Бұл дағдылар тапсырмаларды шешудің әртүрлі әдістерін, тәсілдерін, алгоритмдерін қолдану арқылы дамиды. Сондықтан математикалық білік пен дағдыларды дамыту үшін ойластырылған тапсырмалар мен жаттығулардың реттелген жүйесін жасау, мұндай жүйені жасауда әрбір оқушының жеке қабілеттері мен ерекшеліктерін ескеру, сондай-ақ қарапайымнан күрделіге дейінгі принципті сақтау қажет.

Тапсырмалар мен жаттығулар жүйесін жасау кезінде олардың әртүрлілігін сақтау маңызды, себебі әрбір тапсырманы шешу арқылы оқушылардың білімдері дамуы тиіс. Сонымен қатар, оқушылардың білік пен дағдыларын дамыту үшін уақытты тиімді пайдалану қажет. Бұрыннан бар білік пен дағдыларды қолдана отырып, жаңа, тұрақты білік пен дағдыларды қалыптастыруға көмектеседі. Бұрыннан бар білік пен дағдыларды тапсырмаларды шешу кезінде қолдану, оқушыларға математикадан алған білімдерін әртүрлі жағдайларда қолдану дағдыларын дамытуға көмектеседі.

5) Бұрын өтілген материалды қайталау мақсатында, математиканың әр тарауының бір-бірімен тығыз байланысын пайдалана отырып, оқушылар көптеген тапсырмаларды шешу кезінде бұрын өтілген материалдардан алған білім, білік, дағдыларын қолданады. Белгілі бір тапсырманы шешу алдындағы мақсаттан тәуелсіз, тапсырманы шешу барысында бұрын өтілген материалды қайталап отыру қажеттілігі бар. Белгілі бір тақырыпты қорытындылау сабақтарында шығарылатын тапсырмалардың дидактикалық мақсаты – өткен тақырып бойынша алынған білімді қайталау, жүйелеу және нақтылау, сондай-ақ білік пен дағдыларды нығайту болып табылады. Тоқсанның соңында шығарылатын тапсырмалар осындай мақсаттарға жауап береді.

6) Математикалық тапсырмалар мен жаттығуларды шешу арқылы оқушылардың жаңа материалды меңгеруін тексеру мақсатында, әрбір тапсырманың өзіндік маңызы бар – ағымдағы бақылау немесе өзін-өзі тексеру. Тақтада шешілетін тапсырмалардың бір қызметі – оқушылардың алған білімдерінен түсінбеген ұғымдарын анықтау және білік пен дағдының қалыптасу дәрежесін бағалау.

Тексеру және бақылау жұмыстарында шешілетін тапсырмалардың негізгі функциясы–мұғалімнің берілген бөлім бойынша материалды қаншалықты дұрыс бергенін анықтау және оқушылардың оны қаншалықты меңгергендігін бағалау.

Осылайша, математикалық тапсырмаларды жіктеу кезінде ескеру қажетті бірқатар маңызды жағдайлар бар:

* математикалық тапсырмалар көп функционалды, яғни бір тапсырма бір мезгілде бірнеше функция атқаруға қабілетті, өйткені тапсырманы шешу барысында әртүрлі өзгерістер болуы мүмкін;
* барлық функциялар арасынан әрқашанда негізгісін таңдауға болады;
* кез келген типология немесе жіктеу шартты түрде жүзеге асырылады;
* кез келген математикалық тапсырма әртүрлі жіктеу схемаларының белгілеріне ие болуы мүмкін.

## **1.3 Мектептегі математикалық есептерді шығаруды үйретудің өзекті мәселелері**

Математика сабағында есеп шешу қызметі үлкен рөл атқарады, бұл процестің негізгі мақсаты – тек теориялық негіздерді қамту мен есептер жүйесін шешу ғана емес, оқушыларға есептер арқылы терең білім беру. Оқыту процесінде оқушылардың алған теорияларын практика жүзінде қолдана білу маңызды. Есеп шешу – оқытудың негізгі мақсаты мен әдісі болып табылады. Осы үдерісте есеп шешу оқушылардың ойлау қабілеттерін дамытуға көмектеседі, ұғымдар мен теорияларды түсінуге ықпал етеді, мамандық таңдауға жол ашады және жалпы біліктілікті жетілдіреді.

А.Е. Абдуллаевтың «Математикалық білім берудің теориясы мен әдістемесі» еңбегінде оқыту тәжірибесінде есеп шешу үшін қолданылатын екі негізгі тәсіл аталған:

* есептің шарттарын жүзеге асыру стратегиясы;
* белгіленген жоспарды орындау процесі ретінде.

Есеп шешу процесінде есептің күрделілігі мен қиындығына байланысты, оқушы мен есеп арасындағы байланыс арқылы жүзеге асатын объективті және субъективті факторларды қамтиды.

*Есептің күрделілігі –* бұл оның шарттарының санына, мазмұнына, тұжырымына және мәтіннің құрылымына байланысты, объективті бағалау.

*Есептің қиындығы* – бұл оқушының жеке тәжірибесіне, оның пәндік біліміне, ойлау қабілетіне байланысты субъективті бағалау. Есеп шешу – бұл күрделі ойлау процесі. Дұрыс орындау үшін оның элементтері мен қажетті әдістерін алдын ала анықтау қажет. Есеп шешу математикалық заңдылықтарды (анықтамалар, аксиомалар, теоремалар, заңдар, формулалар) есеп шартына немесе оның салдарына сәйкес қолданып, есептің талабына жауап беру болып табылады.

Есеп шешу процесінде оқытушылар оқушыларға тапсырмалар бергенде есептің негізгі мақсатын және оның жеке тұлғаны дамыту мен оқытудағы рөлін анықтауы қажет. Есеп шешу көптеген функцияларды атқарып, оқушылардың біліміне, қызмет құрылымына және психологиясына әсер етеді. Есеп шешу функцияларын талдағанда, оның оқушыларға әкелетін өзгерістеріне баса назар аудару керек. Есеп шешу процесінің соңында оқушылардың нені үйренгенін, есептің ерекшеліктерін және есте сақтауға тұрарлық нәрселерді түсіну үшін талдау жасау маңызды.

Есеп шешу барысындағы негізгі міндеттермен қатар, бұл үдеріс төмендегі мәселелердің шешіміне ықпал етеді:

* Қолданылып жатқан математикалық ережелер мен нормалардың тәжірибеде қолданылуын түсіндіру;
* Оқушылар арасында арнайы математикалық қабілеттер мен дағдыларды жетілдіру және өсіру;
* Оқушылардың көпсалалы және зерттеушілік қасиеттері мен қабілеттерін дамыту мен күшейту;
* Оқушыларда есептер туралы жалпы түсінікті өрістету және жақсарту. Шығармашылық ойлауға арналған зерттеулерде (Дж.Браунер, К.Данкер, К.Ефримов, А.Зинченко, П.Нилсон) есеп шешудің жүйелері мен әдістері қарастырылған.

Есептердің мазмұны, олардың шарттары мен талаптары (берілген және ізделетін мәліметтер), және есеп шешуде қолданылатын алгоритмдік және эвристикалық негізге сүйенетін ғылыми әдістер, стратегиялар мен құралдар (1-сурет) есеп шешу жүйесінің бір бөлігі болып табылады.



1-сурет. Есеп пен есеп шығару жүйесінің құрылымдық бірліктері

«Есеп» деген ұғым, ғылымның кез келген саласында қажетті және маңызды бөлшек ретінде қаралады, ал «есеп шешу» деген ұғымды оқыту үрдісінің бір бөлігі ретінде қарастырғанда, бұл оны педагогикалық санатқа аударады. Педагогикалық маңызында есеп, бір мезгілде оқу объектісі және оқушылардың танымдық жұмысын басқару құралы ретінде қызмет етеді.

«Есеп» деген ұғымның мәнін түсіндіру, есеп шешуге оқытуға арналған теориялық негіздерді жасау үшін жеткілікті емес. Қазіргі заманғы «есеп шешу» ұғымын зерделеу қажет, ол – әрекет әдісін таңдау процесін білдіреді.

Есеп шешуге арналған оқыту теориясы мен оның практикалық игерілуі арасындағы, мұғалім мен оқушы арасындағы дисгармониялар бар, және бұл дисгармонияны жоюдың бір тәсілі – оқушылардың «есеп шешу» ұғымын дұрыс меңгеруін қамтамасыз ету болып табылады. Философиялық ғылымдарда «шешу» және «есеп шешу» ұғымдарының анықтамалары көп. «Шешу – бұл мақсатқа жету және іс-әрекет әдісін таңдау процесі мен оның қорытындысы». Психологиялық әдебиеттерде «шешім қабылдау» және «шешу» ұғымдары бірдей мағынада қарастырылады және «әрекеттің мақсаты мен әдісін таңдау процесіне байланысты еркін әрекеттің фазасы ретінде» түсіндіріледі.

«Есеп шешу» ұғымы – күрделі және динамикалық құрылымы бар термин. Оның түсіндірмесі процестің мақсатымен, өзгертілетін жағдайдың мазмұнымен, бар шешім әдістері мен стратегияларымен, есептің мазмұны және оны шешу құралдарының үйлесімділігімен, шешілетін есептің нақты түрі мен сипатымен сипатталады. Есеп шешуді ерікті әрекет ретінде зерттеу К.В.Тесаулов, Р.С. Чернов пен А.А. Смирновтың еңбектерімен тығыз байланысты.

А.Л. Радмиров. тұжырымдағандай, ойлау қызметінің мәні есептерді талдауда жатыр, онда ол «есептің шешілуі оның мақсатын айқындайтынын» айтады. Ол өз ойын келесідей жалғастырады: «Мысалды шешу барысында адамның жеке бастамасымен болатын қиындықтарды еңсеруі қажет». Яғни, психология саласындағы есеп шешу үдерісі деп белгіленген тапсырманың шарттары мен оның орындалу талаптары арасындағы қайшылықтарды жоюды айтамыз.

«Есеп шешу» атауы ойлау және оқу психологиясы салаларын қамтиды. Есепті шешу кезінде адамның ойлау әрекетінің басты заңдылықтары көрінеді, білімді игеру мен пайдалану үдерістері жалғасады. Бұл кезеңде ойлау әр түрлі әдістермен орындалатын күрделі және кең ауқымды қызмет болып табылады. Оның негізгі компоненттері - объектіні зерттеу және оны біртұтас құрылымға құрастыру. Зерттеу – объектіні оның бөлшектеріне бөлу және оның басты белгілерін, сипаттамаларын, бөліктерін анықтау. Құрастыру – зерттеу барысында анықталған объектінің бөліктерін біртұтас бейнеге біріктіру. Зерттеу мен құрастыру әрқашан бірлесіп, өзара тығыз байланыста болады, ал есеп шешу кезінде толық аналитикалық-синтетикалық функцияны атқарады.

Іс-әрекет, философиялық категория ретінде, адамның әлемді тану процесін бейнелейді. «Әрекет – бұл өзгеріс пен жаңғырту элементтері бар, адамның әлеммен өзара әрекеттесуінің бір түрі». В.Н. Левский бойынша, «әрекет - бұл сыртқы ортадан және адам организмінің ішкі күрделі және алуан түрлі сипаттамаларынан басқарылатын динамикалық функционалдық жүйе».

Есеп шешу теориясында есеп шешудің екі негізгі түрлері бар. Бірінші түрі – бұл жалпыға ортақ есеп шешу теориясына сүйенген және одан ары қарай дамытылған. Екінші түрі – нақты есептердің жеке түрлерін шешудің әдістері мен тәсілдерін жетілдіруге баса назар аударылады.

Есеп шешуді сипаттайтын екі түрлі құрылым бар: сыртқы және ішкі. Сыртқы құрылым есепті логикалық жоспарлар, алгоритмдер және ойлау ережелері арқылы сипатталады. Ішкі құрылым – бұл ойлау операцияларын қолдану арқылы құрылатын процесс. Әр түрлі салаларда (мысалы, психология, жалпы және арнайы дидактика) есеп шешу процесінде осы екі түрлі құрылымды қолдану қажет. Есеп шешу теориясында ойлау операциялары мен логикалық әрекеттерді қамтитын құрылымдар белгіленген. Жалпы және арнайы дидактикада есеп шешу процесін сипаттау үшін осы екі түрлі құрылымды қолдану қажет.

"Есеп шешу" түсінігін *процесс* ретінде қарастыру қажет, сондай-ақ осындай қарастырудағы соңғы нәтижелерін ескеру маңызды. Бұл үдерісті Н.И. Каримов ұсынған тәсілмен қарастырамыз. "Үдеріс немесе Процесс" дегеніміз (латынша processus – алға басу, даму) – әрбір кезеңнің заңдылықтарына сәйкес, тізбекті және үздіксіз алмасуы болып табылады. Мысал ретінде, есеп шешудің өзіндік процесі, сондай-ақ ойлау процесін алуға болады.

Осындай бағытта есеп шешудің құрылымы жоспарлаудан, оны даярлаудан және іске асырудан тұрады. Процесті орындау кезіндегі негізгі компоненттер мыналар болып табылады(әрекет деп іс-әрекетті немесе амалды белгілейміз):

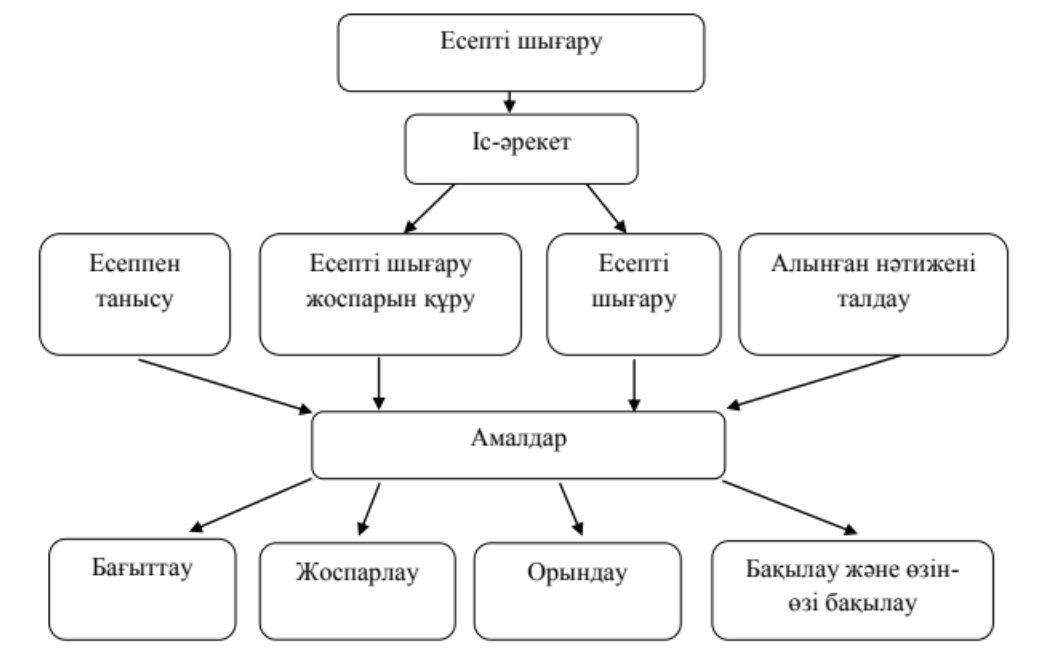
* Әрекет жүргізу әдістерінің бірін таңдау;
* Әрекетті орындаудағы мақсаттар мен құралдар арасындағы өзара байланысты түсіну;
* Әрекетті модельдеп шығару;
* Әрекеттің нәтижесіне баға беру;
* Жоспарланған әрекеттің нәтижесін талқылау;
* Шешім қабылдау;
* Шешімді орындау;
* Атқарылған әрекет пен оның нәтижесін талқылау.

Сонда, есеп шешу – бұл оқушының есеп түсінігімен танысудан бастап, оның нәтижесін талқылауға дейінгі жүйелі қызметін қамтитын процесс. Есеп шешу – бұл берілген есеп объектісін трансформациялау процесі. Бұл трансформация әртүрлі әдістер, тәсілдер және құралдар арқылы жүзеге асырылады. Есеп шешудің трансформация процесін түсіну қажеттілігі бар. Ол алгоритмдік және эвристикалық шарттармен анықталатын ойлау қызметі арқылы айқындалады. Сөйтіп, есеп шешу – бұл адамның есеп шарттары мен талаптары арасындағы қарама-қарсылықтарды шешуге бағытталған ойлау қызметінің күрделі үдерісі.

Оқыту процесінде оқушылардың белсенді қызметінің негізгі компоненттерін дамытуға ерекше көңіл бөлу қажет. Бұл үшін іс-әрекеттің жүйелі-құрылымдық зерттеуіне негізделген жоспарлау әдісін қолдану қажет, бұл тұрғыда А.Н. Левентьевтің, П.Я. Галиппериннің, Н.Ф. Тарызинаның зерттеулері пайдалы болуы мүмкін. Олардың көзқарасы бойынша, әрекеттің құрылымы әртүрлі қадамдардан тұрады. Мысалы, П.Я. Галипперин әр әрекеттің басшылық, орындаушы және бақылаушы компоненттерін атап өтеді. Сондай-ақ, Л.М. Фридманов әрекеттің маңызды бөліктерін анықтайды: жағдайды талдау, шешім қабылдаудың жоспарын қалыптастыру, шешімді іске асыру және алынған нәтижеге талдау. Л.М. Фридмановтың көзқарасын басшылыққа ала отырып, есеп шешудің төрт кезеңін анықтауға болады: есеппен танысу, шешімнің жоспарын жасау, есепті шешу, алынған нәтижені талдау.

Есептің мазмұнында берілген және ізделінген мәліметтер анықталады, мұнда есептің шарты мен талаптары, сондай-ақ олар арасындағы байланыстар және осы байланыстарды анықтау процесіндегі ойлау қызметі көрсетіледі. Берілген деректер ретінде шарт пен талап арасындағы қатынасты синтетикалық талдау көрсетеді. Осы қатынастарды талдау синтез арқылы жүргізіледі. Физиологиялық тұрғыдан, мұндай байланыстар уақытша шартты қатынастар ретінде белгілі бір динамикалық стереотиптер арқылы анықталады. Бұл уақытша шартты қатынастардың тұрақты жүйесі есеп шешу дағдыларын қалыптастырудың негізі болып табылады.

Есеп шешудің психологиялық теориясын талдау кезінде, әрбір іс-әрекеттің негізгі қадамдары анықталады: бағыттау, жоспарлау, орындау, бақылау. Төртінші қадамды өзін-өзі бақылаумен толықтыру қажет, бұл жеке тұлғаны оқыту әдісінің негізі болып табылады. Есеп шешудегі іс-әрекеттердің мазмұны сұлбалық түрде 2-суретте көрсетілген.



2-сурет. Есеп шешудегі іс-әрекеттердің мазмұны

Түрлі символдарды пайдалану арқылы есеп объекттері арасындағы қарым-қатынастарды схемалық түрде көрсету есептеу процедурасының маңызды бөлігі болып табылады. Мұндай процесте, формалды тілдік және көрнекілік-логикалық ойлау элементтерінің үйлесімі маңызды. Осы процедуралар кезінде символдардың, сандар мен графиктердің белгілі бір қызметтеріне сәйкес қолданылуы жүзеге асырылады.

Есептеу үдерісінің мазмұнын және оның орындалуын терең ашу үшін семантикалық элементтердің рөлі зор. А.И.Гельпериннің тәсілі бойынша іс-әрекеттерді бағыттау үшін білім мен ақпараттың маңыздылығы атап өтіледі, оның ішінде ол үш кезеңді бөліп көрсетеді:

* бірнеше сынақтар мен қателерден кейін іс-әрекеттердің анықталуы;
* жаңа материалды дұрыс меңгеру бойынша бағыттамалар;
* есепті дұрыс шешу әдістерін ұйымдастыру жоспары.

Есеп шешу процесінде адам мақсаты мен әдісін таңдайды, бұрын белгісіз болған жаңа мәселелерге тап болады және күрделі шешімдер қабылдауға мәжбүр болады. Л.К.Ларачовтің айтуынша, шешім қабылдау – бұл бірнеше мүмкін нұсқалардан таңдау жасау процесі.

Есептеу барысында объектілерді олардың белгілерімен және басқа объектілермен сипаттау маңызды болып табылады. Л.Ф. Щедровтің пікірінше, есептеу үдерісін түсіну үшін объектілердің ауыстыру механизмін түсіну қажет. Ол есептеу процесіндегі әрекеттерді мынадай түрде бөледі:

1) танымдық әрекеттердің болуы, мысалы, есептеу, өлшеу;

2) күрделі салыстыру әрекеттері, мысалы, әртүрлі орындарда орналасқан нысандарды салыстыру;

3) таным процесін жүзеге асыру үшін күрделі белгілер жүйесін құру;

4) объектілерді символдар арқылы ауыстыру.

О.Р. Сакей есеп шешудің өнімді және репродуктивті сипаттамасына мән береді. Есептеу – бұл бөлек жағдайлар мен элементтердің күрделі жүйесі. Г.А.Боголенский мен П.Е.Менчинский есептеудің маңызды сәттерін келесідей көрсетеді:

1) есепті түсіну сұрақты қабылдаумен тең;

2) есеп шартының мазмұнын талдау қажет.

Дидактикалық жүйе көпдеңгейлі әдіснамалық, дидактикалық және әдістемелік принциптерге негізделген жағдайда тиімді болып табылады.

Принцип деп теорияның негізгі ұстанымын, басты ойын, қызметтік қағидаларын айтамыз. Есеп шешудің дидактикалық жүйесін қалыптастыруға негіз болатын принциптерге тұтастық, көпфункционалдылық, көпдеңгейлілік және жиынтықталғандық жатады. Осы жүйелік принциптер есеп шешу дидактикалық жүйесінің құрылуына қалай әсер ететінін қарастырып көрейік.

Тұтастық, күрделі объектілердің жалпы сипаттамасын, оның мазмұнын және құрылымын қамтиды. Осы орайда, объект ретінде математикалық есептер жүйесінің ішкі құрылымы қарастырылады. Бұл жүйенің өзгеше сипаты, оның бөлек-бөлек есептерден тұратынынан емес, олардың өзара әсерлесуінен келіп шығады. Әрбір есеп білім беру процесінде өзіндік маңызды қызмет атқарады. Тұтастық, құрылымдылық, өзара байланыс, шарттылық, тәуелділік, иерархия және интеграциялық аспектілерді анықтайды.

Құрылымдылық, жүйе элементтері арасындағы белгілі бір өзара байланыс пен қатынасты көрсетеді. Жүйеге әр түрлі типтегі және түрлеріндегі есептер кіреді, бұлар жоғарыда айтылған классификацияға сәйкес келеді. Дидактикалық жүйеге кіретін есептердің өзара байланысы, тәуелділігі және шарттасуы ғылыми негіздерді оқыту процесінде маңызды болып табылады, әлеуметтік-экономикалық талаптарға бейімделген. Мысалы, скаляр мен векторлық шамаларды алып қарасақ, олар математика және физика пәндерінде оқушыларға таныс болып келеді. Осы шамалардың математика және физика сабақтарындағы қасиеттері мен қолданылуының әртүрлілігін ескеру маңызды.

Жүйенің иерархиялылығын екі тұрғыдан қарау керек: алдымен, әрбір есепті жүйе ретінде қарауға болады; екіншіден, жүйедегі есептердің тізбектілігі олардың ретіне қарай анықталады. Есептің шарты мен талаптары тұтастықта, бірлікте болуы керек. Есептің жауабын алу барысында адамның ойлау процесі шарт пен талап арасындағы қарама-қайшылықты шешуге бағытталады. Жүйедегі есептер білім мен дағдыларды қалыптастыруда дидактикалық маңыздылықты, құндылықты және шарттылықты ескере отырып тізбектеледі.

Интегративтілік, дидактикалық жүйенің тұтастығын, оның дамуын, жетілуін және сыртқы ортаға бейімделуін қамтамасыз етеді. Есептер жүйесін құрудың негізінде оның көпдеңгейлілігін, яғни жоғарыда айтылған классификацияға сәйкес келетін есептердің әртүрлілігін ескеру қажет. Әр түрлі типтегі және түрлеріндегі есептерді шешу үшін алгоритмдік және эвристикалық алғышарттарды, сондай-ақ шешу әдістерін құру маңызды, бұл жүйенің көпдеңгейлілігін қамтамасыз етеді. Есеп шешу әдістерінің жиынтығы оқушыларға берілген курстың белгілі бір бөлімі бойынша әртүрлі типтегі есептерді шешуге арналған.

Дидактикалық принциптердің негізін қалау, олардың педагогикалық ғылымдағы орны мен даму тарихын, нақты дидактикалық номенклатураны анықтау арқылы жүзеге асады. "Дидактикалық принциптер - оқытудың негізгі талаптары, оларды сақтау оқыту есептерінің тиімді шешімдеріне әкеледі". Оқыту принциптері қоғамның әлеуметтік-экономикалық дамуымен және білім беру саласындағы мәселелермен тығыз байланысты. Оқыту әдістемелік принциптерінің табыстылығы дидактикалық және әдістемелік қағидалармен байланысты болғанда және оқыту әдістерімен анықталғанда ғана мүмкін болады. Сонымен, әдістемелік принциптер – күрделі және көп айнымалы процесс.

Біздің пікіріміз бойынша, есептер жүйесін қалыптастыру кезінде мынадай дидактикалық принциптерді қолдану ұсынылады: білім беруді дамыту, ғылымдылық, теориялық және тәжірибелік аспектілердің үйлесімділігі, қолжетімділік, жүйелілік пен тізбектілік, саналы түрде оқыту, мақсатты бағытталу, проблемаға негізделген оқыту, оқыту мен дамытудың үздіксіздігі. Оқу есептері жүйесін қалыптастырудың дидактикалық принциптері туралы кейбір зерттеулерде нақтылау жасалады. Есептер жүйесін дайындау барысында оның оқыту, дамыту және бақылау жағдайларын ескеру маңызды. Есептер жүйесі, білім берудің танымдық дидактикалық құралы ретінде, ойлау қабілеттерін дамыту және реттелген оқыту үдерістерін ұйымдастыруда маңызды орын алады. Осыған байланысты, дидактикалық жүйенің мазмұны мен құрылымы аталған бағыттарды қамтитын болуы керек. Есептер жүйесінің оқыту аспектісін жүзеге асыру үшін, оқыту процесінің элементтеріне және оның нәтижелеріне назар аудару қажет. Атап айтқанда, бұл бөліну шартты, өйткені кез келген үдеріс оның нәтижесіне тығыз байланысты, және мақсатсыз процесс мүмкін емес. Мақсат, есептер, әдістер, оқу пәнінің мазмұны және құрылымы оқыту үдерісінің негізгі компоненттері болып табылады. Әрбір бөлімнің өзіндік мазмұны, құрылымы, құрамы бар, көршілес жүйелермен және сыртқы ортамен өзара әрекеттеседі, жүйе элементтері арасында иерархиялық байланыс пен тәуелділік бар.

Есептер жүйесінің аталған аспектілерін тереңірек және ғылыми тұрғыдан талдау үшін, қазіргі әлеуметтік-экономикалық жағдайға сүйенетін оқыту мазмұнын қарастырамыз(3-суретте аталған оқыту мазмұны бейнеленген). 3-суреттен көрініп тұрғандай, оқыту мазмұнының құрамында ақпараттық-дамытушылық және жеке тұлғаға бағытталған оқыту элементтері бар, бұл оқытудың жеке басқа бағытталған мақсаттары мен міндеттерін қамтамасыз етеді. Есеп шешу, оқыту мазмұнының және онымен байланысты оқыту процесінің маңызды бөлігі болып табылады.

Есеп шешуді жеке тұлғаға бағытталған оқыту үшін, ақпараттық-мазмұнды және амалдық құраушыларды қарастыру керек. Бұл құраушыларды өзара дидактикалық байланыс пен қарым-қатынаста болатындай етіп қарау қажет, сондай-ақ дидактикалық жүйені құру үшін қажетті әдістемелік принциптерді белгілеу маңызды. Дидактика және оқыту әдістемесі бойынша жүргізілген негізгі зерттеулер есептер жүйесін құрудың және оның жұмыс істеуінің маңызды әдістемелік принциптерін анықтауға мүмкіндік берді:

1) Есеп мазмұнындағы ақпараттың ғылыми негізділігі;

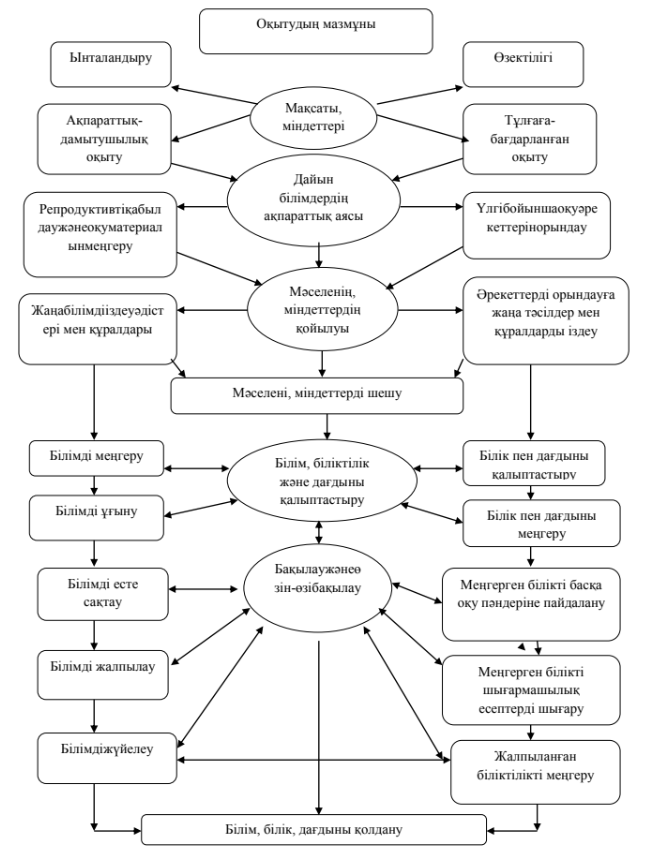
2) Есеп шешуді үйретудің дамытушылық сипаты;

3) Есеп шешуді қалыптастыру мен дамытудың жүйелі және ретті бағытталуы;

4) Есептің мазмұнындағы кәсіби бағытталуы;

5) Есептің мазмұнындағы проблемалық бейімделуі;

6) Есеп шешуді үйретудің ойланымдылығы және мақсатқа бағытталғандығы.



3-сурет. Қазіргі әлеуметтік-экономикалық жағдайға сүйенетін оқыту мазмұны

Кейбір зерттеу нәтижелері бойынша, есеп шешу процесінің табыстылығы дидактикалық ережелерді басшылыққа ала отырып, келесі дидактикалық критерийлерді сақтау арқылы мүмкін болады:

* "есеп" және "есеп шешу" анықтамаларының басты мазмұны мен кеңістігіне қанық болу;
* дәрістік есептердің айқын сипаттамалары мен санаттарын дәйектеу;
* оқыту кезеңінде есептерді мақсатқа лайықты пайдалану арқылы дағдыларды қалыптастыру;
* әртүрлі және әрқилы есептерді шешуде жүйелілік пен тәртіптілікті ұстану;
* әртүрлі есептерді шешудегі ерекше әдістер мен ықпал ету тәсілдерін қолдану;
* есеп шешу барысының мазмұны мен құрылымына тереңдеп түсіну;
* есеп шешуде алгоритмдік және ойын-сауықтық әдістерді өрістету;
* табиғи-математикалық және гуманитарлық бағыттағы пәндерді оқыту кезінде есептерді шешудің көзқарастарының ұқсастығы;
* есеп шешу кезінде қалыптасқан дағдыларды техникалық, инженерлік, мамандықтық және гуманитарлық салаларға бейімдеу.

Есепке қосылатын материалдар келесі критерийлерге жауап беруі керек:

* ғылыми негізінің болуы;
* оқытылып жатқан материалмен тығыз байланысы;
* тәжірибелік маңыздылығы;
* түсінуге оңайлығы;
* қазіргі оқытылып жатқан бөлімдерге үлес қосуы.

Мектептің математика бағдарламасы бірнеше бөлімшелерден тұрады, мұнда әр бөлім бойынша есептер жинағын шешуге ұсыныс жасалады. Мысалы, математикадан есептерді шешудің жүрісі мыналарды қамтамасыз етеді:

* есептің мән-мағынасымен танысу;
* түсініксіз атауларды ашықтау және қажетті ұғымдарды еске алу;
* есептің бастапқы мазмұнын талдау арқылы оның математикалық маңызын ұғыну;
* есептің талаптарын қысқаша баяндау;
* өлшем бірліктерін айқындау;
* математикалық байланыстарды ажыратып, қажетті теңдеулерді даярлау, графикалар мен сызбаларды жасау;
* керекті шамаларды немесе жалпылама формулалар арқылы мәндерді анықтау;
* шығарылған нәтижелердің шынайылығы мен сараптамасының дұрыстығын тексеру.

Әдістемелік зерттеулерді талдау барысында мынадай қорытындыға келеміз: есеп шешудің жалпы стратегиясы – белгілі бір реттілікпен атқарылатын анықталған әрекеттер топтамасы. Осындай тәсілсіз тиімді нәтиже алу мүмкін емес, және есептің мазмұнында берілгендер мен ізденетін шамалар арасында қарама-қайшылықтар пайда болуы ықтимал. Есеп шешудің жалпы әдістері негізгі кезеңдерден тұрады, олар өз кезегінде әрбір есептің типіне және санатына байланысты өзгеше құрылым мен мазмұнды қамтиды.

Бастауыш мектеп оқушыларының жасқа тән ерекшеліктері мен олардың білімін, дағдыларын ескере отырып, есеп шешу кезіндегі ойлау қабілеттерінің дамымағандығы байқалады. Мұндай қабілеттерлің негізгі компоненттерін мынадай түрде анықтауға болады:

1) есеп мәтінін оқып, түсіну;

2) есептің мәтініндегі берілгендер мен ізденістерді ажырату (берілгендер мен ізделінетін шамалар);

3) оның берілгендері мен ізденістерін қысқаша жазып алу (есеп мәтінін кодтау);

4) физикалық құбылыс не процестің маңыздылығын анықтау;

5) сурет немесе сызба үлгісін жасау;

6) негізгі заңдылықтар мен теңдеулерді жазып алу;

7) шешімін алдын ала қарастыру;

8) ізделінетін шаманың дұрыстығын тексеру;

9) есептің шарттарына сәйкес шығарылған жауапқа сараптама жүргізу.

Осылайша, белгілі бір іс-қимылдар арқылы кеңейтілген әрекеттердің түсінігін меңгеру, іс-әрекеттер мен амалдардың қысқаша жасалуына әкеп соғады. Мектептің математика бағдарламасы ұғымдар мен анықтамалар, математикалық ақпараттар мен теоремалар, дәлелдеу әдістері мен есеп шешу аспектілерін қамтитын теориялық материалдармен және осы материалдарға сәйкес есептерден тұрады. Математиканы тиімді оқыту оқушыларға берілетін есептердің санына, олардың ретіне және көлеміне байланысты.

Сондықтан, мұғалім математикалық есептер шығаруды оқытуда алдымен есептерді таңдау, оларды реттеу, оқушылардың орындайтын ақыл-ой қызметтеріне талдау жасау және басқа да іс-шараларды қарастырады. Бұл, мұғалімнің дидактикалық мақсаттарына сәйкес келетін есептерді жіктеу қажеттілігін туғызады. Осындай жағдайда, оқушылардың есеп шешу жұмысын ұйымдастыруға ықпал ететін әдістер мен тәсілдер маңызды рөл атқарады. Есеп шешудің психологиялық аспектілерін талдаған (Н.Пейе, Д.А.Фридмен, Л.Конягин, Д.А.Эсауловский) зерттеушілердің жұмысына сүйене отырып, есеп шешу процесіндегі іс-әрекет кезеңдерін талдап, салыстырып, оларды қайта бөлуге болады. Сондықтан, есеп шешу процесінің іс-әрекет үлгісін 4-суретте көрсетілгендей ұсынуға болады.

Есеп шешу процесінің алғашқы танысу сатысында есептің шарттары мен талаптарын зерттеп, талдау жасау арқылы оның мақсаттары мен талаптарын анықтау, яғни, есептің шарттарының толықтығына мән беру, есеп шешудің басты аймағын анықтау керек.



4-сурет. Есеп шешу процесінің іс-әрекет үлгісі

Екінші ассоциация деңгейінде есеп шарттары мен талаптарын бұрынғы тақырыптармен байланыстыру, ара есептерді талқылау, ұқсастықтарды қолдану, танымал әдістерді қайта еске түсіру сынды іс-әрекеттер жүзеге асырылады. Бұл іс-әрекеттер адамның ойлау қызметінің дамуына әсер етеді: жинақтау, ұйымдастыру, талдау және жасақтау сияқты.

Үшінші жүйелеу деңгейінде есептің шешу жоспары қалыптастырылады және орындалады. Бұл деңгейдің маңызын Д. Миллерс, О. Гелентер, Л. Прабрименг былай бағалайды: «Жоспарлау өзі бас миының ойлау қабілеті, эвристикалық тәсілдердің бір түрі болып табылады». Жоспар жүйелі не эвристикалық болуы мүмкін.

Есеп шешу процесінің маңызды кезеңі – тексеру деңгейі. Бұл кезеңде есептің шешу жолын іздеу, шешімдерді өңдеу, жаңа есептер құру, маңызды жерлерді есте сақтау, салыстыру және жалпылау, нақтылау іс-әрекеттері жүзеге асырылады.

Есептің соңғы қорытындылау деңгейінде арнайы жағдайларға назар аудару және оларды белгілеу, жинақтау іс-әрекеттері жүргізіледі. Талдау деңгейін жеке кезең ретінде қарастыру келесі іс-әрекеттерге негізделген:

1) Есептің шешімі тексеруде қате болуы мүмкін. Ондай жағдайда есепті қайтадан қарау қажет және іс-әрекеттің бұрынғы төрт кезеңін қайталау керек. Сондықтан, талдау деңгейін тексеруден кейін қарастыру маңызды.

2) Есеп дұрыс шешілгенімен, кейде оны жалпылау немесе нақтылау қажет. Шешімнің қысқаша жолын табу үшін, есепті жалпылау немесе нақтылау кезінде есеп шешу процесінің бірінші деңгейіне қайта оралуымыз мүмкін, себебі жаңа мақсаттар мен талаптар пайда болады. Егер бұл іс-әрекеттерден кейін есептің шешімі табылса, онда алынған нәтижелердің арақатынасын анықтау және есепті аяқтау талдау деңгейіне жатады. Адам өз жұмысының нәтижесін жинақтап, толық бағалауы керек. «Қорытынды» деп аталатын бесінші деңгейдің маңыздылығы осында.

П.К.Саранский оқушылардың білім алу сапасын арттыру бойынша келесі ұсыныстарды береді:

1) есеп шешудің бірнеше әдістерін іздеу және оларды кейде қайтара пайдалану керек;

2) есеп шешуді интуитивті болжамдармен бастау қажет;

3) есептің шарттарын талдау және түсіну, оның шарттары мен талаптарындағы жеке элементтерді ажырату керек;

4) есеп шешу кезінде оқушының ойлау процесі мен есеп мазмұнын трансформациялау арасындағы байланыс орнату қажет (схемалар, сызбалар, модельдер).

Оқушыларға білім беру теориялық білімдерді бейтаныс жағдайда қолдануды, есеп шешу барысындағы қиындықтарды жеңуді қамтитын күрделі процесс. Ақпараттық-рецептивті және репродуктивті оқыту әдістері дайын білімді меңгеруді және білік пен дағдыны үлгі бойынша қалыптастыруды қамтамасыз етеді, бірақ оқушылардың шығармашылық қабілеттерін дамытуға және тәрбиелеуге мүмкіндік бермейді. Оқушылардың шығармашылық қызметін қалыптастыру мен дамытуда мәселелі, эвристикалық, зерттеушілік оқыту әдістері пайдаланылады.

Мәселелік оқыту әдісі, оқушылардың білім алу барысындағы кедергілерді жеңу арқылы, олардың әр қадамын айқын және мақсатты түрде бағыттайды, бұл арқылы есеп шешудің тәсілдері мен ойлау процесін бекітеді. Дегенмен, мәселелік оқыту әдісі жеткілікті деңгейде шығармашылықты дамыта алмайтыны анық, сондықтан оқыту процесіне есеп шешудегі «жеке элементтерді» енгізу маңызды. Бұл элементтерді пайдалану арқылы шығармашылық қабілеттерді эвристикалық әдіс негізінде дамыту іске асырылады, яғни мұғалім оқушыларға жалпы мәселені емес, оның бір бөлігін шешуді тапсырады. Бұл әдіс әртүрлі түрде болуы мүмкін: мұғалім нақты ақпаратты ұсынып, оқушылардан қорытынды жасауды талап етеді, немесе оларға болжау жасау, есептің альтернативті шешімдерін іздеу, болжамды тексеру стратегиясын құру сияқты міндеттерді береді. Бұлайша, эвристикалық оқыту әдісі оқушылардың жеке қабілеттерін сақтай отырып, оларды оқуға ынталандыруға негізделген. Эвристикалық әдіс, оқушыларда шығармашылықтың тек бөлшектерін ғана дамытып, кешенді шығармашылық тапсырмаларды орындауға мүмкіндік бермейді. Оқушылардың шығармашылық қабілеттерін дамыту зерттеушілік әдіс арқылы іске асырылады, бұл әдіс оқушыларға жүйелі түрде зерттеу элементтері бар тапсырмаларды орындауды ұсынады, оларға күрделілік деңгейі бойынша реттелген мәтіндер мен мәселелі (стандарттан тыс) есептердің жүйесін орындауды қамтиды.

Сонымен қатар, эвристикалық, зерттеушілік және репродуктивтік әдістерді мәселелік оқыту стратегиясымен үйлестіру арқылы, оқушылардың шығармашылық ойлау қабілеттерін дамытуға қолайлы жағдай жасалады.

Осы аталған мәселелерді назарға ала отырып, қазіргі мектептерде білім беру процесі көбінесе «меңгеру=түсіну+есте сақтау» қағидасы бойынша жүргізіледі. Дегенмен, оның астарында «меңгеру=қабылдау+білімді практикалық жағдайда қолдану» формуласы болуы тиіс, бұл қабылдау, түсіну, қолдану, жалпылау және жүйелеу процестерін толық қамтиды.

Алгоритмдік тәсілдің маңызы – нақты мақсатқа қол жеткізу немесе берілген тапсырманы шешу жолында орындаушыға нақты және түсінікті амалдарды көрсететін нұсқаулық ретінде қарастырылады. Мектепте математикалық білім беруде оқушылардың алгоритмдік икемділігін дамытуға баса назар аудару керек, мысалы:

1. Оқушыларға алгоритм түсінігін және оның сипаттамаларын сезімтал түрде меңгерту. Олар алгоритмді орындаушыға арналған нұсқау екенін, оның қайталанатын амалдар тізбегінен тұратынын және оның көмегімен әртүрлі тапсырмаларды шешу мүмкіндігін терең түсінулері тиіс, сондай-ақ алгоритмді орындау кезінде оның белгіленген реттілігін және нақтылығын сақтау қажет.

2. Алгоритмді жазудың әртүрлі әдістерімен танысу, мысалы, оның жазбаша нұсқасын және блок-схемалар арқылы көрсетуін білу.

3. Есептеу схемаларын құруда, кестелерді толтыруда және алгоритмді формулалық түрде жазуда математиканы зерттеу.

4. Алгоритмді жазудың бір түрінен екіншісіне ауысу.

5. Бір тапсырманы шешудің бірнеше әдістері болғанда, олардың ішінен ең үнемдісін таңдау қабілетін дамыту.

6. Белгілі бір немесе тапсырманы шешу барысында қалыптасқан алгоритмді ұқсас тапсырмаларды шешуге пайдалану.

Алгоритмдік схемаларды пайдалану оқушылардың есептеу шеберлігін қалыптастыруға жағдай жасайды. Мысалы, а және b екі сандарының қосындысын табу үшін келесі алгоритмдік сызбаны қолдануға болады(5-сурет алгоритмдік сызба бейнеленген).

Алгоритмдік сызба арқылы жұмыс:

1) Оқушыға сызбаны оқып, екі санды қосу үшін қажетті ережелерді анықтау тапсырылады: «Екі бүтін санды қосу үшін...»;

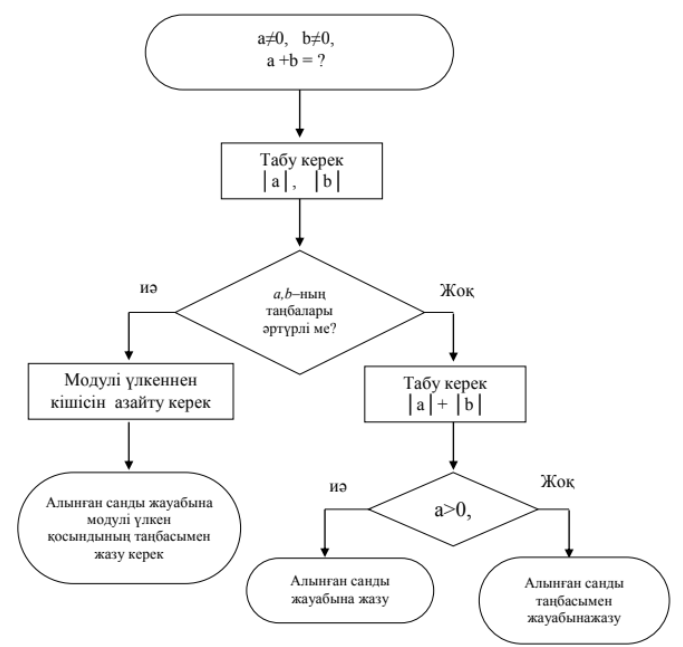
2) Егер оқушы қосу ережесін айтуда қиындық көрсетсе, оған қатесін түзетуге көмектесетін блокқа назар аударылады;

3) Оқушыға есептеу жұмысын алгоритм сызбасы бойынша орындау тапсырылады: Мысалы, 2 + 3; –2 + 3; 2 + (–3); –2 + (–3);

4) Оқушыға өздері таңдаған сандарды алып, сызбаны пайдалана отырып қосуды орындау ұсынылады;

5) Оқушыға басқа сандарды алгоритм сызбасынсыз есептеу тапсырылады (ойлау процесін ауызша жеткізе отырып).

Есеп шешудің әртүрлі әдістерін қолдану педагогикалық тұрғыдан маңызды болып табылады және математикалық білім беруді жетілдіруге кең мүмкіндіктер ашады. Біріншіден, әртүрлі әдістермен шешу жолдарын іздестіру білім алудағы саналылық пен белсенділік қағидаттарын іске асырудың маңызды жолы болып табылады. Екіншіден, әртүрлі әдістермен шешу барысында оқушылар көптеген теориялық материалдарды, тәсілдер мен әдістерді талдап, ойлау шеберлігін дамытады. Үшіншіден, бір есептің шешімін әртүрлі әдістермен шығару барысында шығармашылық ойлау үстемдік етеді, бұл тек ойлау қабілеттерінің дамуына ғана емес, сонымен қатар оқушылардың көзқарасының кеңеюіне ықпал етеді. Сондай-ақ, есептерді әртүрлі әдістермен шығару эстетикалық тәрбиенің бір бөлігі болып табылады. Оқушылар өз беттерімен есептердің ең қарапайым және сұлу шешімдерін таба отырып, математиканың әдемілігін және оның бөлімдері арасындағы байланыстарды көре алады.



5-сурет. Алгоритмдік сызбаның мысалы

Есеп шешудің әртүрлі әдістерін қолдану сабақ өткізу процесімен тығыз байланысты. Бағдарламаның кез келген бөлімін қорытындылау кезінде бірнеше әдіспен шығарылатын және көптеген теориялық материалдарды қамтитын есептерді пайдалану маңызды. Осы барысында оқушылардың кездесетін қиыншылықтары есепке алынып, олардың пайда болу себептері анықталып, жойылады. Есеп шешу бағытындағы бағытталу, оқушыларды есепті шешудің жалпы сызбасымен таныстыруға мүмкіндік береді.

Тәжірибе көрсеткендей, әрбір есеп шешу үдерісінде ішкі элементар есептерді шешуден тұрады. Сондықтан, аралық есептер тізбегін құру және оларды шешу, негізгі тапсырманы табысты шешуге жол ашады. Алгоритмдік жоспарлау арқылы жұмыс жасау, оқушылардың біліктілігін арттыруға көмектеседі.

## **1.4 Математикалық есептерді шығарудағы маңызды стратегиялар**

ХХ ғасырдың 70-ші жылдарының басынан бастап есептерді шеше білу, логиканы дәлелдеуде қолдану және сыни ойлауды дамыту Америка Құрама Штаттарындағы математика оқу бағдарламасының негізгі элементтеріне айналды, содан кейін бүкіл әлемге таралды. 1967 жылы Ұлттық математика мұғалімдерінің қауымдастығы: "математиканы оқудың басты мақсаты – есептерді шешуге үйрету" деп жариялады. Сайып келгенде, белгілі бір әрекеттерді орындау әдістерін егер оларды қандай жағдайларда қолдану керектігін түсінбесе, білудің мағынасы жоқ. Есептерді шешу дағдыларын дамыту тенденциясы қарқын алуда және математиканы оқыту бағдарламасына көбірек әсер етуде. Бұл процесс жалғасқан сайын ол күнделікті өмірдегі мәселелерді шешуге бейімделе бастайды. Күн сайын адамдар күнделікті киім таңдау сияқты қарапайымнан күрделіге дейін шешімін табуды талап ететін әртүрлі тапсырмаларға тап болады.

Есептерді шешу жолдарын қарастырмас бұрын, есептің не екенін түсіну керек. Есеп – оған қол жеткізу әдісі алдын-ала анықталмаған кезде шешім қабылдауды қажет ететін жағдай. Мына ойды – "шешімге жету әдісі алдын-ала анықталмаған" әрдайым есте ұстаған жөн. Мектепте оқып жүрген кезде ұсынылған есептер реті көбінесе "шаблон" трінде болды. Яғни, " жас есептері "бір жолмен шешілді," қозғалыс есептері "басқа жолмен шешілді, сонымен қатар" араластыруға арналған есептер"," сұйықтық көлемін өлшеуге арналған есептер " және т.б. болды, олардың әрқайсысының өзіндік шешу жолы болды. Шындығында, белгілі бір әдісті игергеннен кейін, тиісті есептер енді жаңа шешімді табуды қажет етпеді. Есептің түрін анықтап, тек қана тиісті стандартты процесті қолдану қажет болды.

Есептерді шешудің көптеген заманауи тәсілдері Джордж Пирсонның 1947 жылғы әйгілі "есептерді қалай шешуге болады" еңбегінде әзірлеген эвристикалық әдіске негізделген, ол бүгінгі күнге дейін сұранысқа ие. Сол еңбекте Пирсон есептерді шешудің төрт сатылы схемасын ұсынды:

1. Тапсырма мәселесін түсіну.

2. Шешімді жоспарлау.

3. Жоспарды жүзеге асыру.

4. Алынған жауап бойынша рефлексия.

Есептерді шешудің заманауи әдістерінің көпшілігі осы төрт сатылы эвристикалық модельге негізделген. Типтік жоспар мыналарды қамтиды:

1) тапсырманың шарттарын зерттеу;

2) оңтайлы стратегияны анықтау;

3) стратегияны іске асыру;

4) алынған нәтижені бағалау немесе оны түсіндіру.

Бұл реттіліктің орталық идеясы – оңтайлы стратегияны анықтау, яғни шешім әдісін таңдау. Біздің зерттеуіміз осы маңызды кезеңді егжей-тегжейлі талдауға тереңірек енеді.

Осылайша, ең жақсы стратегияны таңдау мәселені шешу процесінде шешуші болады. Соңғы жылдары көптеген зерттеушілер шешудің әртүрлі стратегияларын сипаттады. Олардың көпшілігі ұқсас принциптерге негізделген. Бұл ғылыми жұмыста ең маңызды деп санайтын алты стратегия қарастырылған. Тапсырманы талдай отырып, алдымен шешудің ең ықтимал немесе жалпы қабылданған әдісін болжауға тырысқан жөн болады. Әдетте бұл әдіс дұрыс нәтижеге әкеледі.

Осы дипломдық жұмыс шеңберінде есептерді шешу үшін қолданылатын әртүрлі математикалық стратегияларды егжей-тегжейлі зерделеуге және талдауға әрекет жасалады. Бұл стратегиялар әртүрлі тәсілдер мен әдістерді қамтиды, олардың әрқайсысының өзіндік ерекше сипаттамалары бар және әртүрлі жағдайларда қолданылады. Зерттеуге келесі стратегиялар енгізілген:

1. Логикалық тұжырымдау стратегиясы.

Бұл стратегия логикалық тұжырымдарды қолдануға негізделген және есептерді шешу процесінде іргелі болып табылады. Бұл әрдайым қосымша стратегияларды қажет етпейді, өйткені кейде шешім табу үшін бір логикалық тұжырымдау жеткілікті.

1. Заңдылықтарды анықтау стратегиясы.

Бұл стратегия математикалық есептерді жеңілдету және шешу үшін қолдануға болатын қайталанатын заңдылықтарды немесе үлгілерді анықтаудан тұрады. Бұл адамдарға есептегі әр түрлі нысандар арасында байланыс орнатуға және оқиғаларды болжауға көмектесетін күнделікті өмірде де қолданылатын стратегия.

1. Басқаша көзқарасты қарастыру стратегиясы.

Бұл стратегия есепті шешуді басқа қырынан қарауды қамтиды, әсіресе тікелей шешім мүмкін емес болып көрінген кезде. Бұл стратегия әдеттегі әдістер сәтсіз болған кезде шешудің балама жолдарын табуға көмектеседі.

1. Схемалық кескін немесе визуалды бейнелеу стратегиясы.

Бұл стратегия әсіресе геометриялық есептер үшін тиімді, бірақ басқа тапсырмалар түрлері үшін де пайдалы болуы мүмкін, өйткені визуалды бейнелеу көбінесе есепті түсіну мен шешуді жеңілдетеді.

1. Барлық мүмкіндіктерді есепке алу стратегиясы.

Осы стратегияны қолдану арқылы есеп шарттарына сәйкес келетін элементтерді іздейтін толық реттелген тізімдер жасалады. Бұл кез-келген ықтимал шешімді жіберіп алмауға мүмкіндік береді.

1. Деректерді ұйымдастыру стратегиясы.

Деректерді ұйымдастыру стратегиясы заңдылықтарды анықтауды жеңілдетеді және барлық мүмкін шешімдерді ескереді. Күнделікті өмірде адамдар көбінесе ақпаратты тиімді қабылдау және пайдалану үшін интуитивті түрде ұйымдастырады.

Осы стратегиялардың әрқайсысы шешуді қажет ететін есепетерге тап болған кез-келген адамның арсеналында маңызды құрал болып табылады. Әр түрлі стратегиялар әр түрлі жағдайларға бейімделуге және әр жағдайда ең қолайлы шешімді табуға мүмкіндік береді.

## **1-бөлім бойынша қорытынды**

Бірінші бөлімде математикалық есептерді шешуді оқытуға арналған теориялық аспектілерді анықтау үшін әртүрлі салалардағы зерттеулер мен әдебиеттерді зерделеу жүргізілді.

1. Математика сабағында оқушыларға білім беруде есептердің қызметі, олардың оқу-тәрбие процесіндегі ролі және ойлау қабілетін жетілдірудегі маңызы баса назар аударылды. Есептер математика курсының түсініктерін терең меңгеруге, ойлауды жетілдіруге және тәжірибелік қолданымды үйренуге көмектеседі. Математикалық есептердің әдістемелік мақсаттары мен білім беру, дамыту және бақылау функцияларының мәні талданып, олардың ерекшеліктері ашылды.

2. Әдебиеттерді зерттеу арқылы математикалық есептердің түрлі функциялары, көлемі, оқу процесіндегі орны, шарттары, тапсырмалары, обьектілер арасындағы қатынастары, теорияға қатыстылығы және шешім табу әдістері түсіндірілді. Осы категорияларға сәйкес есептердің жіктелуі айқындалды.

3. Есеп шешу процесі оқушылардың ойлау және шығармашылық қабілеттерін дамытуда маңызды рөл атқарады. Есеп шешудің теориясы мен тәжірибесі талданып, оның маңызы, құрылымдық элементтері, іс-әрекеттердің мазмұны және әдістемелік әдістері анықталды. Оқушылардың есептерді шығару кезеңдері салыстырылып, түсіну, ассоциациялау, жүйелеу, тексеру және қорытындылау сатылары қарастырылды. Сонымен қатар, есептерді түрлі әдістермен шешуге арналған ұсыныстар жасалды.

4. Математикалық есептерді шешудегі маңызды 6 стратегия анықталды. Оларға логикалық тұжырымдау стратегиясы, заңдылықтарды анықтау стратегиясы, басқаша көзқарасты қарастыру стратегиясы, схемалық кескін немесе визуалды бейнелеу стратегиясы, барлық мүмкіндіктерді есепке алу стратегиясы және деректерді ұйымдастыру стратегиясы жатқызылды.

# **2 МАТЕМАТИКА САБАҚТАРЫНДА ЕСЕП ШЫҒАРУДЫҢ МАҢЫЗДЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТРАТЕГИЯЛАРЫН ҚОЛДАНУДЫ ҮЙРЕТУ**

Дипломдық жұмыстың екінші бөлімінде мектеп оқушыларына есептерді шешу үшін математикалық стратегияларды қолдануды үйретудің негізгі аспектілеріне тоқталынады. Бұл стратегияларды түсіну және қолдану оқушылардың математикалық сауаттылығын қалыптастыруда маңызды рөл атқарады, бұл тек математиканы ғана емес, сонымен қатар көптеген басқа білім салаларын сәтті игеруге негіз болады. Есептерді шешудің тиімді стратегиялары логикалық ойлауды, аналитикалық қабілеттерді және шешімдерді табудағы шығармашылық көзқарасты дамытуға ықпал етеді.

Бұл бөлімде логикалық тұжырымдау, заңдылықтарды анықтау, есептерді басқа көзқарастармен қайта қарау және деректерді ұйымдастыру және визуализациялау әдістері сияқты әртүрлі стратегиялары қарастырылады. Бұл стратегияларды мектептегі математика курсына қалай біріктіруге болатынына және олардың оқу процесіне қалай әсер ететініне ерекше назар аударылады.

Есептерді шешу стратегияларын оқыту оқушылардың математикалық ұғымдарды түсінуіне қалай әсер ететінін және әртүрлі күрделіліктегі есептерді шешуде өзіне деген сенімділікті дамытуға ықпал ететіні зерттелінеді. Бұл стратегияларды қолдануды үйрену оқушыларға тек математикада ғана емес, сонымен қатар аналитикалық ойлау мен мәселелерді шешуді қажет ететін басқа пәндерде де көмектесетіні көрсетіледі.

Сонымен қатар, белгілі бір стратегияны таңдау және қолдану оқушының тапсырмаға деген көзқарасын қалай өзгертетінін және материалды тереңірек түсінуге әкелетіні талқыланады. Мектептегі оқыту тәжірибесіндегі нақты мысалдарды талдау арқылы ең тиімді стратегиялары анықталынады және олардың әртүрлі жастағы және дайындық деңгейіндегі оқушыларға қалай бейімделетіні қарастырылады.

Осы бөлімнің маңызды бөлігі математикалық стратегияларды оқытудың практикалық әдістерін, соның ішінде ойындарды, логикалық есептерді, топтық жобалар мен технологияларды қолдануға талқылау болады. Сондай-ақ есептерді шешу стратегияларын оқыту процесінде мұғалімдер мен оқушылар арасындағы өзара әрекеттесу мүмкіндіктерін, сондай-ақ осы саладағы оқушылардың үлгерімін бағалау жолдары қарастырылады.

# 

**2.1 Логикалық тұжырымдау стратегиясы**

Логикалық тұжырымдау стратегия зерттеу үшін үлкен тарауды бөлу артық болмайды. Ал, логикалық тұжырымдауды қарастырмай, кез-келген математикалық стратегияларды қолдану қиын, өйткені ол есептерді шешуге негіз болады. Логикалық тұжырымдау және есептерді шешу процесі көптеген адамдар үшін өзара байланысты ұғымдар болып табылады, бұл логиканы терең талдау үшін бөлек тақырып ретінде бөлу қажеттілігі туралы сұрақ туғызады. Күнделікті өмірде біз үнемі логикалық тұжырымдаулармен бетпе-бет келеміз, мысалы, оларға талқылау, кәсіби тапсырмалар немесе тіпті болашақ кездесулерді жоспарлау секілді логиканы қажет ететін әрекеттерді айта аламыз. Біздің логикалық дәлелдеріміз әр түрлі диалогтарда болжамды әсер етеді деп ойламыз, жұмысты оңтайландыру үшін логикалық тізбектерді қолданамыз, ал заң саласында логика қорғалушының мүдделерін білдіру құралы ретінде қызмет етеді. Кездесуді жоспарлау кезінде, мысалы бүгін сенбі деп ойлап, осыған сүйене отырып, біз автоматты түрде кездесу дүйсенбіде болуы керек деген қорытындыға келеміз.

Математика саласында логика көптеген есептерді шешудің негізгі элементі болып табылады, кейде қосымша математикалық стратегияларсыз қолдана беріледі. Мысалы, қосындысы 841-ге тең бар жай сандар жұбын табу есебін алайық. Сәйкес жұпты табу үшін 841-ден аз әрбір жай санды іздеудің орнына, логикалық қорытындылар арқылы процесті жеңілдетуге болады. Жиынтық сома тақ екенін ескере отырып, жай санның бірі жұп, ал екіншісі тақ болуы керек. Жалғыз жұп жай сан 2 болғандықтан, екінші сан 839 болуы керек, бұл өз кезегінде жай сан. Бұл тәсіл логикалық тұжырымдау стратегиясының барлық нұсқаларды толық таңдаусыз есептердің шешімін табуға қалай мүмкіндік беретінін көрсетеді.

Логика тұжырымдау басты рөл атқаратын басқа есепті талқылап көрейік.

Қарама-қарсы және тура бағытта бірдей оқылатын сандар палиндромдар деп аталады. Мысалы, 474 және 1661 сәйкесінше үш және төрт таңбалы палиндромдар болып табылады. Алпамыс барлық үш таңбалы палиндромдардың коллекциясын жинап, оларды қағазға жазып, көлемді қорапқа салды. Осындай жұмысты Айнұр төрт таңбалы палиндромдармен жасады, оларды сол қорапқа қосты. Содан кейін мұғалім барлық қағаздарды араластырып, Болатқа кездейсоқ біреуін таңдауды ұсынды. Болаттың төрт таңбалы палиндромды таңдау ықтималдылығы қандай?

Есептің шешімі ықтималдылықты анықтау үшін барлық үш және төрт таңбалы палиндромдарды санауды қамтиды. Бұл әдіс дәл болғанымен, белгілі бір уақытты қажет етеді. Бірақ логикалық ойлаудың арқасында оны жеңілдетуге болады. 474 үш таңбалы палиндромды алайық. Оны төрт таңбалы санға айналдыру үшін 4774 орталық санды екі рет жазу жеткілікті. Осы қағиданы қолдана отырып, кез-келген үш таңбалы палиндромды төрт таңбалы палиндромға айналдырып, олардың санын бірдей етіп, төрт таңбалы палиндромды таңдау ықтималдығы 50% құрайтынын анықтауға болады.

Есептерді шешуде логикалық тұжырымдау стратегиясы тиімділігін көрсететін тағы бір мысалды қарастырайық.

Гүлдер дүкенінің сөресінде сыйлықтарды безендіруге арналған үш қорап лента бар. Серік сол қораптарды түстермен ерекшелеп қойды, мысалы "Қызыл", "Ақ", және " басқа түрлі-түсті" түстегі қораптап, алайда ол мұны қате жасады. Қораптардың ішіне қарау мүмкіндігі болмаған жағдайда, ол олардың біреуінен лентаны таңдау арқылы оларды дұрыс түспен белгілеуге тырысады. Ол қораптардың түстерін дұрыстау үшін қандай қорапты таңдауы керек?

Ал енді келесідей ойланып көрейік. "Ақ" қорап туралы деректер "қызыл" қорапқа қатысты болуы мүмкін екені бірден белгілі болады. Бұл белгілі бір реттілікті орнатады. Сондықтан, егер Серік "басқа түрлі-түсті" қораптан лентаны алса және ол қызыл болып шықса, бұл қорапта қызыл ленталар бар екенін білдіреді, өйткені олар басқа түрлі-түсті қорапта бола алмайды. Бұл қорапты "қызыл" деп өзгерту керек. "Ақ" белгісі бар қорапты тек ақ ленталармен толтыру мүмкін емес, сондықтан ол "басқа түрлі-түсті"белгісін алады. Ал қате түрде "қызыл" деп белгіленген қорапты "ақ"деп белгілеу керек.

Осылайша, ұсынылған есептерді шешу үшін тек логикалық тұжырымдау мен ойлау қажет. Бұл есептерді шешудің басқа стратегияларында логикалық тұжырымдау қажет емес дегенді білдірмейді, дегенмен мұнда бұл нақты жағдайлар негізінен логикалық тұжырымдау арқылы шешілетіні баса айтылған.

Енді осы стратегияны кеңінен түсіндіру үшін, келесідей есептерді қарастырып көрелік. Осы есептерді шешуде алдымен стандарты шешу әдісін және логикалық тұжырымдау стратегиясын пайдаланылатын үлгілі-тиімді шешу жолын қарастырамыз.

**1-есеп:**

Сыныптағы оқушылар алдында Шолпан бүтін сандарды өсу ретімен кезекті түрде(1, 2, 3, 4 және т. б.,) айтты, ал Мақсат болса бүтін сандарды басқаша тәртіппен айтып шықты, егер оның таңдаған бүтін санының бастапқы саны x саны болды және осы сандарды кері кему бағытында айтты, мысалы x-тен x-1-ге, содан кейін x — 2, x — 3, x — 4 және т.б. Шолпан 62-ге жеткен сәтте Мақсат 84 санын жариялайды. Мақсат кері санағын қай x бүтін санымен бастағанын анықтау керек.

*Стандартты шешу жолы*

Мұндай тапсырманы шешуге арналған әдеттегі шешу әдісі керекті санды анықтау үшін бір уақытта екі бағытта(өсу және кемуҚ санау процесін визуализациялауды қамтиды. Бірақ мұнда кері санақ үшін бастапқы x нүктесінің белгісіздігі бар кедергі бар, бұл көбінесе шешімді табу барысында қателесу арқылы нәтижеге жету жолына әкеледі. Бұл әдіс уақыт пен күш-жігердің айтарлықтай шығындарын талап етеді.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Логикалық тұжырымдауға негізделген стратегия есеп шешімін айтарлықтай жеңілдетеді. Шолпан 62 деп айтқан мезетте, Мақсат кері санау процесінде соншама, яғни 62 санды айтқаны анық. Егер Мақсат айтқан 62-ші санды x — 61 деп белгілесек және сол кезде ол 74 санын айтқанын ескерсек, x — 61 = 84 теңдеуін өрнектеуге болады. Оны шеше отырып, біз x 145 екенін анықтау аламыз.

**2-есеп:**

Жүк қорабында 1000 кг жидек бар, олардың құрамындағы су жалпы салмағының 99% алады. Уақыт өте келе судың үлесі 98%-ға дейін төмендейді. Осы өзгерістен кейін жидектердің жалпы салмағы қандай болады?

*Стандартты шешу жолы*

Көпшілік адамдар судың 1% төмендеуімен жидектердің жалпы салмағы 99% - ға дейін төмендейді деп болжайды, яғни жидектің салмағы 990 кг-ға өзгереді. Алайда бұл дұрыс емес шешім.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Дұрыс жауапты анықтау үшін біз логикалық тұжырымдауды қолданамыз. Бастапқыда, егер жидектер массасының 99% суға тиісті болса, бұл судың салмағы 990 кг, ал құрғақ заттың салмағы өзгеріске дейінде және кейінде небәрі 10 кг, бұл өзгеріске дейін құрғақ заттың салмағы жалпы салмақтың 1% құрайтының байқауға болады. Судың үлесі 98%-ға төмендегенде, құрғақ заттың пайызы екі есе артып, 2% - ға жетеді. Құрғақ заттың тұрақты мөлшері (10 кг) жидектердің жалпы салмағындағы үлесін екі есе арттыруы үшін жалпы салмақ екі есе азаюы керек. Сонымен, құрғақ заттың бастапқы 1% - ы 2% - ға айналғанда, бұл 500 кг жидектердің жалпы салмағында 10 кг құрғақ зат бар қорытындысына әкеледі, сондықтан өзгерістен соң жидектерде 490 кг су және 10 кг құрғақ зат қалады, яғни жидектің жалпы салмағы 500 кг болады.

**3-есеп:**

Мектептегі сыныптық экспериментте Майра алтықырлы ойын тасын көп рет лақтырады. Эксперименттің мақсаты–лақтыру барысында ойын тасы көрсеткен сандардың 3-і бірдей болғанда экспериментті тоқтату. Эксперимент нәтижесінде түскен сандардың қосындысы 47 болды, бұл нәтижені тасты 12 рет лақтырғанда алды. Эксперимент нәтижесінде 3 рет қайталанған ойын тасы санын анықтаңыз.

*Стандартты шешу жолы*

Ешқандай есептеусіз жай ғана ойын тасын лақтырып, сол 3 рет қайталанатын эксперименті іске асыруды шешім ретінде ұсынуға болады, бірақ 12 лақтыру арқылы 47 ұпайға дәл жету қиын мәселе болып табылады, бұл аталған әдісті тиімсіз етеді.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Логикалық түрде тұжырымдама жасап көрелік. Эксперимент кезінде 11 лақтыруда бірде-бір сан үш рет түспеді, әйтпесе эксперимент ертерек аяқталатын еді. Бұдан басқа, эксперимент нәтижесінде бес түрлі сан екі рет, ал алтыншы сан бір рет түскенін тұжырымдауға болады. Егер 12-ші лақтыруда К-саны түссе, онда ойын тасының көрсеткен сандарының қосындысы К-саны түспес бұрын 2\*(1+2+3+4+5+6)=42 екенін есептеуге болады. Сонда К-саны К=47-42=5, 5-ке тең болады. Нәтижесінде 5 саны эксперимент нәтижесінде 3 рет түскен екенін анықтаймыз.

## **2.2 Заңдылықтарды анықтау стратегиясы**

Математиканың кереметтілігі қарастырылып отырған есептерде оның заңдылықты анықтау атты ерекше қабілеті арқылы көрінеді. Математика саласындағы көрнекті ғалым Валтер Снойер математиканың мәнін заңдылықтарды іздеуден көруге болатындығын атап өтті. Математиканы қолдану көбінесе қайталанатын оқиғаларды болжау мүмкіндігімен байланысты.

Есептерді шешу процесінде заңдылықтардың болуы шешуші рөл атқарады. Бірқатар нақты жағдайларды талдау негізінде заңдылықтарды тауып, анықталған заңдылықтарды жалпы жағдайлардың шешімдері үшін экстраполяциялауға болады.

Тізбектегі 3, 4, 7, 14, 25, 46, 85, \_\_, \_\_ соңғы екі санды анықтау мәселесін қарастыралық. Сандар арасындағы заңдылықты анықтау үшін тізбекті мұқият зерттеу қажет. 3, 4-тен кейін 5 күтілетініне қарамастан, екінші саннан кейінгі әрбір келесі сан алдыңғы үшеуінің қосындысының нәтижесі болып табылады (Фибоначчи тізбегіне ұқсас), яғни 0+ 3+4 = 7, 3 + 4 + 7 = 14, 4 + 7 + 14 = 25 және т. б. Осы жолды жалғастыра отырып, соңғы екі санды келесідей анықтаймыз:

25 + 46 + 85 = 156 және 46 + 85 + 156 = 287.

Тіпті кіші жастағы оқушылар да заңдылықтарды белсенді қолданады. Мектептегі алғашқы күнінен бастап олар бір, екі, бес және т.б. санау үшін заңдылықтарды қолдана отырып санауды үйренеді. Екінші сынып оқушысынан 3, 6, 9, 12 қатарындағы келесі санды туралы сұраңыз, оқушы "осы тізбектегі әр санды алу үшін әр санды қанша қосу керек?" деп өзіне сұрақ қояды. Бұл заңдылықтарды анықтау стратегиясының тікелей қолданылуын көрсетеді.

Заңдылықтар біздің күнделікті өмірімізде кеңінен қолданылады. Бұл заңдылықтардың кейбіреулері мнемотехникаға негізделген. "Мнемотехника" сөзі грек тілінен шыққан mnemonikos, есте сақтау көмекшісі дегенді білдіреді. Көп адамдар кемпірқосақтың түстерінің ретін есте сақтаудың мнемоникалық әдісі "Каждый Охотник Желает Знать Где Сидит Фазан" деген есте сақтайтын сөз тіркесі арқылы орысша түстерден(красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый) қазақша аударғанда қызылдан күлгінге дейінгі түстердің ретін есте сақтауды жеңілдетеді. Заңдылықтар киім ауыстыратын бөлмедегі құлыптың, телефон нөмірінің немесе көліктің тіркеу нөмірінің тіркесімін есте сақтау үшін қолданылады. Белгілі бір нөмірі бар үйді табуға тырысқанда, біз қарапайым және мағыналы заңдылықты сақтай отырып, үй нөмірлері көшенің жұп және тақ жақтарына орналасады деп күтеміз. Сол сияқты полиция бірқатар қылмыстарды тергеу және modus operandi деп аталатын қылмыскерлердің жалпы іс-қимыл тактикасы-заңдылықтарын анықтау арқылы жұмыс істейді. Дәрігерлер пациенттердің белгілерін бақылай отырып, олардың медициналық тәжірибесінің негізін құрайтын заңдылықтарды қолдана отырып, аурудың танымал айрықша белгілеріне сүйенеді.

Заңдылықтардың қайталануын анықтау стратегиясы практикалық мысалдарда, әсіресе оның шешілетін есепке қолданылуы бірден байқалмаған кезде тиімді екенін көрінеді. Мысалы, сізге өрнегінің мәнін анықтау міндеті тұр деп елестетіп көрейік. Интуитивті түрде көптеген адамдар калькулятор көмегімен 13 санының 23-і дәрежесін есептеуге ұмтылады, олар тіпті калькулятор осындай сандарды өңдей алса да, нәтиженің үлкен мөлшеріне байланысты қиындықтарға тап болатын көбіне ескермейді. Сонымен қатар, шешімді табуға ықпал етуі мүмкін калькулятордың өзіне осы дәрежені есептеудің өзі бірқатар бірқатар қиындықтар тудырады. Калькулятордың орнына, бұл өрнекті қолмен жазып есептеп көруге болады, әрине бүл жағдайда осы өрнектің табу барысында қандай да бір заңдылықты табуға тырысамыз. Ол үшін 13 санының 1-ден бастап дәрежелерін жазып көрелік:

13 саны дәрежелерінің соңғы цифрасы 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1 секілді заңдылықпен аяқталатынын байқауға болад. Демек, өрнегінің соңғы цифрасы өрнегінің соңғы цифрасы 7 болады.

Бұл есептегі жағдай заңдылыққа байланысты қызықты сәтті көрсетеді. Осы есептен қандай сандардың дәржелерін есептегенде, олардың мәндерінде қандай да бір циклдік заңдылық байқалады? деген сұрақ туындайды. Кейбір сандар бірден болжамды нәтиже береді. Мысалы, кез-келген дәрежеде 5 саны әрқашан 5 цифрасымен аяқталады, яғни 5-тің дәрежелері – 5, 25, 125, 625, .... Бұл заңдылықты тану арқылы әртүрлі есептерді шешудің қызықты перспективаларын ашады.

Енді, заңдылықтарды анықтау стратегиясын қолдану тиімді болатын есептерге назар аударайық, егер тіпті есепті бір қарағанда заңдылық бірден байқалмаса да.

**1-есеп:**

дәрежелік өрнегінің соңғы бірлік цифрасы қандай болуы мүмкін?

*Стандартты шешу жолы*

Кейбір адамдар бұл санды есептеу үшін ақырғы дәрежеге жеткенше санды біртіндеп кезекпен сол дәрежеге көбейту колмен көбейту керек деп қателеседі. Бұл әдіс нәтижеге жетуді қамтамасыз етпейді!

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Берілген өрнектегі дәрежелерді ескере отырып, дәрежеге көтерілу кезінде санның соңғы цифрының өзгеру заңдылығын іздейік. 2 санының дәрежесін 1-ден бастап өсу ретімен көтерген кезде нәтиженің соңғы цифрасы 2, 4, 8, 6 ретімен циклдік түрде өзгереді, яғни:

Осылайша, егер 2-санының дәрежесі қалдықсыз 4-ке бөлінсе, нәтиженің бірліктер санатында соңғы цифра әрқашан 6 болады, ал біздің жағдайда дәреже көтерілген сайын сол дәреже 4 санына қалдықсыз бөлінеді, яғни:

**2-есеп:**

Үш түзу сызық көмегімен шеңберді жеті сегментке бөлуге болады. Шеңберді жеті түзу сызықпен бөлгенде алуға болатын сегменттердің максималды саны қандай?

*Стандартты шешу жолы*

Әдетте бұл есепті шешу үшін шеңбер үстіген жеті түзу сызық сызылады, осылайша бір нүктеде үш сызық қиылыспайды. Бұл процедураны дұрыс орындау қажетті нәтижеге әкеледі, дегенмен сегменттердің максималды санын есептеу қиын болуы мүмкін.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Шеңберді бөлетін түзу сызықтар санының артуымен қандай да бір заңдылық пайда бола ма, жоқ па деген ойды зерттеу қызықты шешу жолына алып келу мүмкін. Бір түзу сызық шеңберді екі бөлікке, екі түзу сызық төрт бөлікке бөледі. Сызықтар санының одан әрі артуы бөліктер санындағы айырмашылық әрбір жаңа сызықпен бірлікке артатынын көрсетеді, осы заңдылықты 2-кестеден көруге болады.

2-кесте.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Түзу сызықтар саны | Сегменттар саны | Сегменттер санындағы айырмашылық |
| 1 | 2 |  |
|  |  | 2 |
| 2 | 4 |  |
|  |  | 3 |
| 3 | 7 |  |
|  |  | 4 |
| 4 | 11 |  |
|  |  | 5 |
| 5 | 16 |  |
|  |  | 6 |
| 6 | 22 |  |
|  |  | 7 |
| 7 | 29 |  |

Бес сызық 16 бөлік береді деп есептесек, анықталған заңдылыққа сүйене отырып, жеті сызық шеңберді 29 бөлікке бөледі деп болжауға болады.

**2-есеп:**

Қайрат қағазды екі бөлікке бөліп, бүктеп-бірінің үстіне бірін қойып, қайтадан екі бөлікке бөліп тастайды. Осы процесті 20 рет қайталай отырып, бір парақтың қалыңдығы 0,0253 мм деп алып, пайда болатын қағаздар бумасының жалпы қалыңдығы қанша болады?

*Стандартты шешу жолы*

Кестені құру және әр бөлуден кейінгі нәтижелерді есептеу арқылы 20 бөлуден кейінгі қағаз буманың қалыңдығын анықтауға болады.

3-кесте.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Бумадағы қағаздар саны | Бөлу саны | Бөлуден кейінгі бумадағы қағаздар саны | Бума қалыңдығы |
| 1 | 1 | 2 | 0,0506 |
| 2 | 2 | 4 | 0,1012 |
| 4 | 3 | 8 | 0,4048 |
| 8 | 4 | 16 | 0,8096 |

Және әрі қарай кестені толтыру арқылы, 20 бөлуден кейінгі бума қалыңдығын анықтай аламыз, дегенмен бұл ұзақ уақыт алуы мүмкін.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Заңдылықтарды анықтау стратегиясын қолданып көрелік. Бірінші бөлуден кейін екі қағаз бөлінді аламыз, екінші бөлуден кейін-төрт, үшіншіден кейін — сегіз және т. б., яғни 2-нің n дәрежелі заңдылығын байқаймыз. 20 бөлуден кейін буманың қалыңдығы 0,0254 мм х = 26,645 мм -ге тең болады немесе шамамен 26,6 м құрайды.

## **2.3 Басқаша көзқарасты қарастыру стратегиясы**

Математикалық есептерді талдаудың әр түрлі әдістері арасында есеп шешу барысындағы қиын сәттерді, мысалы сол есепті шығару барысында есеп мүлдем шешілмейтін секізді болған кезде, жеңуге мүмкіндік беретін стратегия бар. Бұл стратегия есепті шығару жолын басқаша көзқарасты қарастыру үдерісін қамтиды. Иллюстрация ретінде біз есеп нәтижесіне жету жолын қайта қараудың қарапайым және радикалдылығымен ерекшеленетін стратегияны ұсынып көрелік. Бұл жағдайда стандартты әдіс дұрыс нәтижеге әкеледі, бірақ көбінесе ол көлемді және арифметикалық қателерге алып келуі әбден мүмкін.

Енді осы стратегияны түсіну үшін келесідей есепті қарастырып көрелік:

Білім беру мекемесінде 25 сынып жұмыс істейді, олардың әрқайсысы мектеп баскетбол біріншілігіне қатысу үшін өзінің командасын ұсынды. Жарыс ережелері ойында жеңілгеннен кейін команданы сайыстан алып тастауға нұсқау береді. Оқу орнының иелігінде тек бір спорт залы бар, ал сайыс басшылығына чемпионды анықтау үшін қанша ойын өткізу керектігін білуі керек.

Жалпы шешім нақты сайыс иммитациялаулы қамтиды, мұнда 12 командамен қарсы ойнау үшін 12 команда кездейсоқ таңдалады, ал бір команда бірінші сайыс раундындда қатыспау құқығын алады. Келесі кездесу ойындары келесі сценарий бойынша өтеді:

* 12 команда басқа 12 командамен бәсекелескен соң, 12 жеңімпазды анықтайды.
* Содан кейін 6 жеңімпаз басқа 6 жеңімпазға қарсы ойнап, 6 жеңімпазды анықтайды.
* Әрі қарай 3 жеңімпаз басқа 3 жеңімпазбен ойнап, 3 жеңімпазды анықтайды.
* 3 жеңімпаз және ойындардан босатылған 1 команда 4 команда құрайды.
* Төртінші кезеңде 2 команда басқалармен ойнап, 2 финалистті анықтайды.
* Соңғы, бесінші раундта жеңімпаз атағы үшін екі команда арасында ойын өтеді.

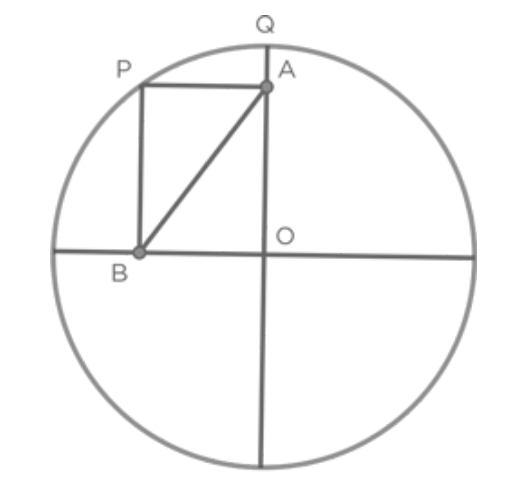
Нәтижесінде ойындарды санау арқылы 12 + 6 + 3 + 2 + 1 = 24 ойын болатын анықтай аламыз. Бұл шешім әдісі қисынды және дұрыс болып көрінеді.

Алайда, есепті шешуді басқа қөзқараспен қарау арқылы және жеңгендердің орнына жеңілгендердің санына назар аудару арқылы шешімді едәуір жеңілдетуге болады. Бір жеңімпазды анықтау үшін қанша ұтылған команда болуы керек деген сұрақ туындайды. Ол үшін 24 жеңіліс қажет екені анық. Бұл жеңіліс санына жету үшін 24 матч өткізу керек. Осылайша шешім табылды. Осындай стратегия есептердің әртүрлі сценарийлерде қолданылатын қызықты әдіс болып табылады.

Осылай секілді есепті шешу процесін басқаша көзқараспен қарау арқылы басқа шешім жолдарын ұсынуға болады. Ал соңында осылай анықталған шешім жолдарын олардың қайсысы әрі қысқа әрі нұсқасын таңдай отыра есеп шешімін бере аламыз.

**1-есеп:**

O шеңберінің шеңберінде P нүктесі белгіленген (6-сурет). P нүктесінен екі ортогональды диаметрге PA және PB перпендикулярлары жүргізілген. AB=12 деп алсақ, π арқылы өрнелген шеңбердің ауданы қандай болады?



6-сурет.

*Стандартты шешу жолы*

Әдетте адамдар PAB және OAB үшбұрыштары тікбұрышты екенін ескере отырып, Пифагор теоремасын қолдану арқылы шешім табуға тырысады. Алайда, бұл жол нәтижесіз болып шығады, өйткені Пифагор теоремасын қолдану үшін ақпарат жеткіліксіз.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Есепті бірнеше әдіспен шешуге өтуге болады. Олардың бірі экстремумды талдауды қамтиды. Шеңбердегі P нүктесі Q нүктесімен біріктіріледі делік, содан кейін AB сегменті шеңбердің радиусы болып табылатын QO сегментіне тең болады. Демек, шеңбердің ауданы болады.

Сондай-ақ, тапсырманы басқаша қарастыруға болады. PAOB төртбұрышын тіктөртбұрыш ретінде анықтауға болады. AB сызығы PO сияқты PAOB тіктөртбұрышының диагоналы болып табылады. Тіктөртбұрыштың диагональдарының теңдігін ескере отырып, ал PO шеңбердің радиусы екенін байқай аламыз. Сонда қайтадан шеңбердің ауданы болады.

**2-есеп:**

Он сарай зергерінің әрқайсысы патшаның кеңесшісіне 10 алтын тиыннан тұратын дорба берді. Сау тиынның салмағы 100 грамм, бірақ бір дорбада сау емес тиындар бар және олардың әрқайсысының салмағы сау тиыннан 10 граммга төмен. Патша кеңесшісі сол он сарай зергерлерінің арасынан алаяқты тапқысы келеді және сол алаяқты табу үшін дорбаларды тек бір рет өлшеуі керек. Тек бір рет өлшеу арқылы патша кеңесшісі алаяқты қалай анықтайды?

*Стандартты шешу жолы*

Әдетте өлшеу үшін рет-ретімен бір дорба таңдалып өлшенеді, осындай әдіс 10 өлшеудің тек біреуінде ғана нәтиже көрсетеді. Логикаға негізделген тұжырымдар арқылы егер барлық дорбада сау тиындар болса, онда барлық дорбалардың жалпы салмағы 100 грамм х 10 х 10 = 10 000 грам = 10 кг құрайтынын көре аламыз. Сау емес монеталардың әрқайсысы жеңілірек екенін ескере отырып, жалпы салмақ жоғалту 1000 граммды құрайды, бірақ бұл тәсіл белгілі бір дорбаның қайсысы сау емес тиындардан қүралатынын тез табуға мүмкіндік бермейді.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Алаяқтық дорбаны анықтау үшін оны дәл анықтауға мүмкіндік беретін әдіс қолдануға болады. Біз дорбаларды №1-ден №10-ға дейін нөмірлейміз және олардың нөмірлеріне сәйкес келетін тиындар мөдшерін аламыз: біріншісінің біреу, екіншісінің екеу және т.б. оныншыдан он дегендей. Нәтижесінде 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55, барлығы 55 монета аламыз. Егер барлық монеталар сау болса, олардың салмағы 5500 грамм болар еді. Содан соң осы 55 тиынды өлшеген соң, 50 грамм жетіспеушілігінің болуы бесінші дорбада 5 жеңіл тиын, жетінші дорбадан 70 грамм жетіспеушілігін, яғни 7 сау емес тиын бар екені және т.б. жетіспеушіліктерді анықтауға болады. Осылайша, патша кеңесшісі сау емес тиындары бар дорбаны және оған жауапты зергерді дәл анықтай алады.

## **2.4 Схемалық кескін немесе визуалды бейнелеу стратегиясы**

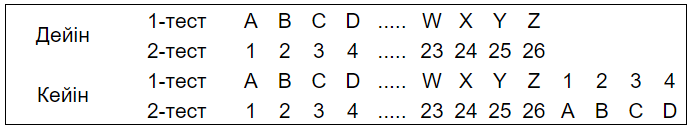
Белгілі бір геометриялық пішіндерге немесе кескіндерге қатысты есептерді шешу барысы графикалық белгілерді немесе көрнекі демонстрацияларды жасау арқылы шешімнің негізгі аспектісіне айналатыны анық. Бұл тәсіл тек жай ғана қажет бола қоймай, сонымен қатар есепті шешуді айтарлықтай жеңілдетеді. Бұрын геометриямен айналысқан ғалымдар көрнекі түрде көрсетусіз немесе графикалық схемалар арқылы идея есептеулерін көрсетусіз өз идеяларын жеткізе алатынын елестету қиын. Сонымен қатар, бастапқыда сызбалары жоқ , бірақ шешу барысында сызба арқылы жеңіл шешілетін көптеген есептер бар. Көптеген адамдар үшін ақпаратты визуалды қабылдау мәтіндік сипаттамадан гөрі әр түрлі процестерді түсінудің кілті болып табылады. Есептің мәнісңне енуде бұл стратегияның тиімділігі күмән тудырмайды.

Мысалы, үйге баратын жолды түсіндіргенде, сол жолдарды картаға схемалық түрде түсіру өте пайдалы болады. Иллюстрация бүкіл жолды көзбен оңай табуға мүмкіндік береді. Журналистика мен БАҚ-та деректердегі қарама-қайшылықтарды көрнекі түрде салыстыру немесе анықтау үшін диаграммалар мен басқа да графикалық құралдар үнемі қолданылады. Сатып алынған заттарды, мысалы конструкторды өздігінен жинау кезінде өндірушінің нұсқаулары көбінесе иллюстрациялық түсіндірмелермен бірге жүреді. Спорттық ойындарды, атап айтқанда футбол мен баскетболды талдауда жаттықтырушылар тактиканы көрсету үшін эскиздік кескіндерді жиі қолданады. Бұл мысалдар графикалық әдісті қолданудың күнделікті маңыздылығын көрсетеді, тіпті оны қолдану айқын болмаса да. Сайып келгенде, осы стратегияға қатысты жүз рет естігеннен гөрі бір рет көрген жақсы деген сөз бар.

Бір қарағанда визуализация қажет емес математикалық есепті қарастырып көрелік.

Оқытушы екі түрлі сыныпқа арналған соңғы алгебра емтиханына екі сынақ нұсқасын дайындады. Әр тестте 26 ерекше сұрақ бар. Ол алғашқы төрт сұрақты бірінші нұсқадан екінші нұсқаның соңына, ал алғашқы төрт сұрақты екінші нұсқадан бірінші нұсқаның соңына ауыстырады, нәтижесінде тесттердің әрқайсысында 30 сұрақ болады. Екі тестке де қанша сұрақ ортақ болады?

Өзгерістерді графикалық түрде көрсетуге болады(7-сурет).



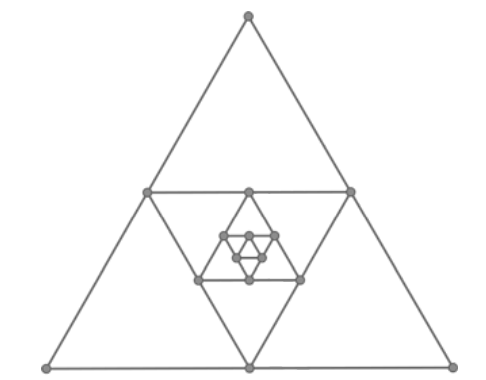
7-сурет.

Графиктен көрсетілгендей екі тестте де сегіз бірдей сұрақ бар екенін көрсетеді, соның ішінде 1, 2, 3, 4 және A, B, C, D сұрақтары визуалды схемалық көріністі жасамай-ақ шешуге болатынына қарамастан, осы графиктің болуы есеп шешіміг түсінуді жеңілдетеді және жауапты оңай табуға ықпал етеді.

Көрнекі схемаларды қолдану шешімді анық көруге мүмкіндік беретін тағы бір есептіп қарастырып көрелік.

Әрқайсысы 40 см тең қабырғалы үшбұрышты қарастыралық. Қабырғаларының ортасындағы нүктелерді байланыстыра отырып, ұқсас қасиеттері бар жаңа үшбұрыш аламыз. Осы процедураны жалғастыра отырып, біз осындай бес фигураны сызамыз. Бесінші үшбұрыштың периметрін анықтау керек.

Геометриялық есептер үшін, тіпті сөзбен оңай сипатталатындары үшін де сызба жасау өте құнды және көбінесе талқыланатын есеп шартын визуализациялау үшін қажет(8-сурет).



8-сурет.

Геометрия ережелеріне сәйкес, біздің жағдайда үшбұрыштың екі қабырғасының ортасын байланыстыратын сызық үшінші қабырғаның ұзындығының жартысы және оған параллель. Бұл әрбір жаңа үшбұрыштың қабырғасының ұзындығы алдыңғы үшбұрыштың қабырғасынан екі есе аз екенін білдіреді. Демек, әрбір келесі үшбұрыштың периметрі алдыңғы үшбұрышпен салыстырғанда екі есе азаяды. Түсінікті болу үшін осы процесті көрсететін кесте ұсынуға болады(3-кесте).

3-кесте.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Үшбұрыштар | Қабырға ұзындығы, см | Периметр, см |
| 1-үшбұрыш | 40 | 120 |
| 2-үшбұрыш | 20 | 60 |
| 3-үшбұрыш | 10 | 30 |
| 4-үшбұрыш | 5 | 15 |
| 5-үшбұрыш | 2,5 | 7,5 |

Бесінші үшбұрыштың периметрі 7,5 см, нәтижесінде сызба есепті түсінуді мен шешуді жеңілдетті. Сызбасыз шешімге жету мүмкіндігіне қарамастан, есеп сызбасы жауап іздеу процесін жеңілдетеді.

Шарттар бойынша талап етілмейтін жағдайларда графикалық әдістің маңыздылығын атап өту үшін келесі тапсырманы қарастырыңыз.

Схемалық кескін және визуализациялау стратегиясы қиындық тудыруы мүмкін есепті шешуді едәуір жеңілдетеді. Схемалық кескін және визуализациялау стратегиясын қолдану, тіпті есептің шарты бойынша талап етілмесе де, көбінесе шешімді оңай табуға ықпал етеді және кейбір жағдайларда жауапты тікелей көрсетеді.

**1-есеп:**

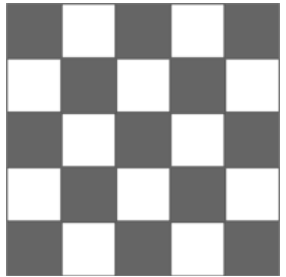
Физика мұғалімінің аудиториясында әр жолда бес отырғыштан тұратын тең қабырғалы тік төртбұрыш түрінде орналастырылған 25 парта бар. Мұғалім оқушыларды келесі ережеге сәйкес жаңа орындарға ауыстыруға талпынады – сол жақта немесе оның оң жағында немесе оның алдында немесе артында орналасқан отырғышға оқушы ауысу керек. Мұндай ауысуды жүзеге асыру мүмкін бе?

*Стандартты шешу жолы*

Әдетте адамдар мұндай есепті шешу үшін отырғышды бейнелейтін 25 қағаз қолданылады және оқушылардың репликациясын мұғалім көрсеткен ережеге сәйкес ауыстыруға тырысады. Алайда, бұл әдіс барлық ауысымдарды бақылаудың және дұрыс шешімді анықтаудың қиындығына байланысты тиімсіз болып шығады.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Осы есепті шешудегі балама схемасын немесе отырғыштарды орналастырудың көрнекі көрінісін жасап көрелік. 25 отырғыш бар аудиторияны 9-суретте көрсетілгендей шахмат тақтасының торлары ретінде орналастырайық.



9-сурет.

Аталға ережені сақтау үшін оқушылар боялған тордан боялмаған торға немесе керісінше ауысуы керек. Алайда, боялған тор саны 13, ал боялмаған тор саны 12 болғандықтан, мұғалімінің ережесіне сәйкес орын ауысуларды жүзеге асыру нәтиже бермейді.

**2-есеп:**

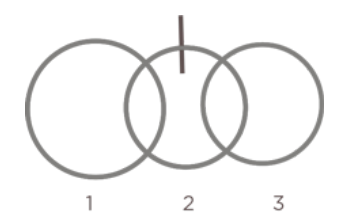
Бір шынжырды кесу және дәнекерлеу 1000 теңгені төлеуді талап етеді. Саматтың жеті шынжыры бар, ол сол шынжырлардан тізбекті шынжыр құрғысы келеді. Бұл үшін ол кем дегенде қанша ақша жұмсау керек?

*Стандартты шешу жолы*

Жалпы қабылданған әдіс — алты шынжырды кесіп, оларды дәнекерлеу, Бұл 6000 теңгені құрайды. Дегенмен, шығындарды одан да азайтудың жолы бар.

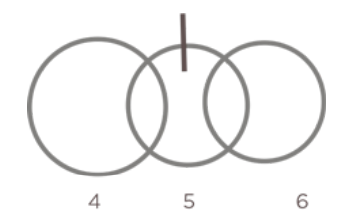
*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Схемалық кескін және визуализация стратегиясын қолданып көрелік. 10-суретте көрсетілгендей 2-нөмірлі шынжырды кесіп, суретте көрсетілгендей 1, 2 және 3 шынжырларын дәнекерлеп көрелік.



10-сурет.

Енді 5 нөмірлі шынжырды кесіп, келесі 11-суретте көрсетілгендей 4, 5 және 6 шынжырларын дәнекерлеп көрелік.



11-сурет.

Содан кейін 7-нөмірлі шынжырды кесіп алынған екі 1-2-3 және 4-5-6 тізбекті шынжырларын 12-суретте көрсетілгендей дәнекерлеуге болады. Осыдан бастапқыда керек болған 7 шынжырлы тізбекті тек үш шынжырды кесіп дәнекерлеу арқылы жұмсайтын шығынның жалпы құнын 3000 теңгеге азайтуға болатынын байқауға болады.

## **2.5 Барлық мүмкіндіктерді есепке алу стратегиясы**

Деректерді құрылымдау көбіне шешімдерді табу процесін едәуір жеңілдетеді. Атап айтқанда, есеп белгілі бір заңдылықтарды анықтауды қажет етсе, ақпаратты кестеге немесе тізімге ұйымдастыру есепті сәтті шешудің кілті болуы мүмкін. Бұл тұрғыда деректердің толық тізімдері ерекше мәнге ие, яғни , мысалы есептегі қандай да бір шамманың барлық мүмкін нұсқаларын ескеру әдістемелік түрде тиімді шара. Осындай тізімдерде жиі ізделген жауап жасырылуы мүмкін. Толық тізімді құру барлық нұсқаларды терең талдауды қамтамасыз етеді.

Жұмыс істемейтін шамның мысалын қарастырып көрелік. Оның ақаулығының барлық себептерінің тізімін жасауға болады. Осы тізімге өртенген шам, сынған сым, істен шыққан розетка, сақтандырғыштың істен шығуы немесе ажыратқыштың істен шығуы секілді себептер жатуы мүмкін. Осы себептердің әрқайсысын кезекпен түрде тексеріп, нәтижесінде ақаулықтың басты себебін анықтауға болады. Осыған ұқсас, математикалық есепті қарастырып көрелік.

Екі таңбалы бүтін санның квадраты қарастырылады және сол бітін санның екі цифрасы арасына қандай да бір цифр енгізілсе, қандай да бір санның үш таңбалы квадратын алуға болады. Осылай жасау арқылы кандай үш таңбалы квадрат сандар ала аламыз?

Есеп шешімін бастау үшін екі таңбалы сандардың квадраттарының толық тізімін жасайық, яғги олар 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Содан кейін сандардың үш таңбалы квадраттарының тізімін жазайық, яғни, олар 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961.

Осы тізімнен бастапқы екі таңбалы квадраттық санның екі цифрының арасына бір цифрды енгізу шартына сәйкес келетін сандарды таңдалық. Мұндай сандар 196 (16 санының цифрларының арасына 9 енгізілген), 225 (25 санының цифрларының арасына 2 енгізілген) және 841 (81 санының цифрларының арасына 4 енгізілген) болып табылады. Толық тізімдер барлық мүмкін нұсқаларды нақты көрсетеді және іздеу аймағын шектейді.

Осы стратегияның тиімділігін көрсететін тағы бір мысал келтірейік.

Саябақтағы орындықта екі адам демалады деп елестетіп көрейік, олардың бірі – әйел. Екінші адамның да әйел болу ықтималдылығы қандай?

Есеиті шешу үшін алдымен барлық комбинациялардың тізімін жасап көрелік (Е-ер, Ә-әйел), яғни олар Е - Е, Е - Ә, Ә - Е, Ә - Ә.

Есептің шарттарын ескере отырып, бірінші нұсқа (Е - Е) алынып тасталады, өйткені кем дегенде бір әйелдің болуы белгілі. Үш мүмкіндікті қарастыру қалады, ал олардың ішінде тек біреуінде екі адам да әйел бар. Сондықтан бұл оқиғаның ықтималдығы 50(әйел) де 50(ер) болады.

Есептердің шешудің осындай стратегиясының артықшылықтарын жақсы түсіну үшін келесі мысалға назар аударайық.

Таңертең жергілікті кинотеатрдың екі залында түрлі фильмдер көрсетіледі. Екі залдағы таңғы сеанстар 13:00-ге дейін аяқталуы керек, ал одан кейін шығармашылық фильмдері көрсетіле бастайды. А залында бірінші анимациялық 9:00-де басталып, 9:28-де жалғасады, содан кейін әр 28 минут сайын көрсетіледі. Б залында бірінші көрсетілім сағат 9:00-де басталады, бірақ келесі көрсетілімдер әр 35 минут сайын орын алады. Талғат екі залдағы сеанстарға баруға үлгергісі келеді. Таңғы уақытта бір уақытта екі сеанс қашан басталады?

Әр залда сеанстардың басталу уақытының толық тізімін кесте түрінде ұйымдастырып көрелік(4-кесте).

4-кесте.

|  |  |
| --- | --- |
| А залы | Б залы |
| 9:00 | 9:00 |
| 9:28 | 9:35 |
| 9:56 | 10:10 |
| 10:24 | 10:45 |
| 10:52 | **11:20** |
| **11:20** | 11:55 |
| 11:48 | 12:30 |
| 12:16 |  |
| 12:44 |  |

Кез келген басқа сеанс сағат 13.00-ден кейін басталатын еді. Мүмкін деген барлық нұсқаларды қарастырдық. Олардың арасында жауап болуы керек. Бұл тізімде тек бір уақыт –11:20 - та екі залдағы сеанстар бірдей басталады.

Есептердің шешудің бұл тәсілі өзінің тиімділігін көше түседі, дегенмен барлық мүмкіндіктерді есепке алудың толықтығына көз жеткізу керек. Деректерді егжей-тегжейлі ұйымдастыру ғана шешімнің дұрыстығына толық сенімділікке қол жеткізуге мүмкіндік береді. Кез-келген басқа әдістерді қолдану сияқты, белгілі бір жағдайға осы стратегияның сәйкес келетінін саналы түрде таңдау маңызды. Барлық мүмкіндіктерді ескеру стратегиясы шешімді табу процесін едәуір жеңілдете алады.

**1-есеп:**

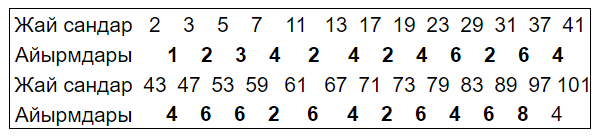
Математика пәнінің мұғалімі оның қазіргі жасы жай сан екенін атап өтеді. Ол өзінің болашақтағы жасы, соңғы рет оның жасы жай сан болған кезден бастап осы уақытқа дейінгі уақыттық аралыққа тең жылдар аралығынан кейін қайтадан жай санға айналатынын анықтады. Мұғалімнің жасы қазір қандай?

*Стандартты шешу жолы*

Мұғалімнің жасын анықтауға тырысу әдетте сынақ пен қателік арқылы жүзеге асырылады және басқа альтернативті шешім жолы бірден ойға келмейді.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Бұл жағдайда барлық мүмкіндіктерді ескеру стратегиясын қолдана аламыз. Ол үшін келесі тізімді(12-сурет) зерттеп көрелік:

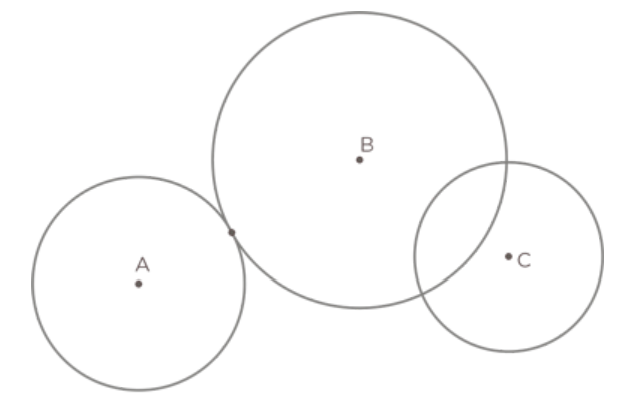


12-сурет.

1-ден 100-ге дейінгі жай сандардың ішінде (мұғалімнің жасы үшін 20-дан 80-ге дейінгі диапазонды қарастыру шындыққа сәйкес келеді) тек екі жағдайда қатарынан үш жай сан арасындағы сандық интервал бірдей болды. Бірінші нұсқа – 3, 5, 7-мұғалімнің жасына байланысты нақты шындыққа сәйкес келмейді. Екінші нұсқа – 47, 53 және 59 – мүмкін жас диапазонына сәйкес келеді. Демек, мұғалім 53 жаста.

**2-есеп:**

12-суретте көрсетілген екі шеңбердің жалпы жанамаларының саны қанша болуы мүмкін?



12-сурет.

*Стандартты шешу жолы*

Жанамаларды қолмен сызуға тырысуға болады, бірақ бұл визуализацияның алдамшылығына байланысты олардың тізімінің толықтығына кепілдік бермейді.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Бұл есепте мүмкін болатын әр жұп шеңберді жүйелі түрде талдаудан бастауға болады. Олар:

А және В шеңберлері үшін: 2 сыртқы + 1 ішкі жанама;

А және С шеңберлері үшін: 2 сыртқы + 2 ішкі жанама;

В және С шеңберлері үшін: 2 сыртқы жанама.

Жалпы алғанда, жанамалардың жалпы саны тоғызға жетеді. Бұл тәсіл барлық нұсқаларды ескере отыра, мәселені шешуді жеңілдетеді.

## **2.6 Деректерді ұйымдастыру стратегиясы**

Деректерді ұйымдастыру интуитивті түрде түсінікті есептерді тиімді шешудің негізгі элементі болып табылады. Есеп жағдайында ұсынылған деректерді жүйелеуге дағдыланудың маңызы зор. Күнделікті өмірде сол процесті үнемі және бейсаналық түрде орындаймыз. Мысалы, қыста салық декларациясын тапсыру уақыты келгенде, қажетті құжаттарды белгілі бір жүйе бойынша сұрыптаймыз және күрделі салық нысандарын сәтті толтыру шот-фактуралардың, банктік үзінді көшірмелердің, қойма нысандарының және басқа құжаттардың қалай реттелгеніне тікелей байланысты.

Дүкенге барар алдында көпшілігіміз егжей-тегжейлі сатып алу тізімін жасаймыз. Бұл тізім тауарлардың санаттары, олардың сауда алаңында орналасуы немесе қажеттілік дәрежесі бойынша реттелуі мүмкін. Сондай-ақ, саяхатты жоспарлау кезінде әдетте барғымыз келетін орындардың тізімін дайындаймыз және бұл тізім қағазға жазылуы да, есте сақталуы да мүмкін.

Ірі ұйымдар жүргізетін сауалнама нәтижелеріндегі айырмашылықтар көбінесе бірдей деректерді өңдеудің әртүрлі әдістерімен түсіндіріледі.

Қарастырылатын есеп деректердің кең ауқымын қамтитын жағдайларда, адамдар бұл деректерді ұсыну тәсіліне байланысты жиі тығырыққа тіреледі. Деректерді қисынды және түсінікті түрде құрылымдау мүмкіндігі есепті шешуді айтарлықтай жеңілдетеді. Мысал үшін осы әдіс қолданылатын есепті алайық.

Археологтар тобы қазба жұмыстарымен айналысады және 15 күн бойы күн сайын қыш ыдыстардың әртүрлі сынықтарын тапты, олардың күн сайынғы саны келесідей болды – 3, 45, 12, 47, 8, 18, 13, 27, 98, 11, 23, 67, 51, 14, 6.

Табылған сынықтар санының медианалық мәні қандай болады?

Табылған сынықтар тізімін ұйымдастырусыз есепті шешу қиын болып көрінеді. Деректерді өсу бойынша реттеп ұйымдастырып көрелік, яғни сол сандар өсу реті бойынша – 6, 8, 11, 12, 13, 13, 14, 18, 23, 27, 45, 47, 51, 67, 98.

Енді медиананы анықтау қарапайым есепке балиды. Бұл реттелген қатардың ортасында орналасқан сан, бұл жағдайда 18 – медиана.

Деректерді ұйымдастырудың маңыздылығын көрсететін басқа есепті қарастырайық.

Данияр пен Марат кинофан-клубқа қосылуды ойлап жүр. Оларға екі нұсқа ұсынылды. "Freedom Movie" клубы бастапқы жарна есебінде 9000 теңге төлеуді және әр фильм үшін 2790 теңгені төлеуді сұрайды. Екінші нұсқа – "New Look" – бастапқы жарнаны алмайды, бірақ бір фильмді қарауды бағасы 3650 теңгені құрайды. Данияр "Freedom Movie" клубын, ал Марат "New Look" клубын таңдайды. Мараттың шығындары Даниярдан асып кетуі үшін олардың әрқайсысы қанша фильмге баруы керек? Нәтижесінде Марат қанша артық төлейді?

Есепті шешу үшін есеп берілгенінде бар деректерді үш жолға жазып кесте құрып көрелік(5-кесте).

5-кесте.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Фильмдер саны | "Freedom Movie" клубы | "New Look" клубы |
| 0 | 9000 | 0 |
| 1 | 11790 | 3650 |
| 2 | 14580 | 7300 |
| 3 | 17370 | 10950 |
| 4 | 20160 | 14600 |
| 5 | 22950 | 18250 |
| 6 | 25740 | 21900 |
| 7 | 28530 | 25550 |
| 8 | 31320 | 29200 |
| 9 | 34110 | 32850 |
| 10 | 36900 | 36500 |
| 11 | **39690** | **40150** |
| 12 | 42480 | 43800 |

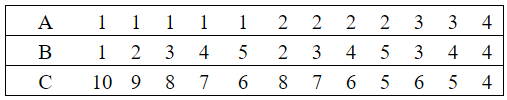
11 фильиді сатып алғаннан кейін Марат Даниярға қарағанда көп ақша жұмсайтынын анықтайды. Оның құны Данияр үшін 39690 теңгені, ал Марат үшін 40150 теңгені құрайды, яғни ол 460 теңгеге артық төлейді. Екі сұрақтың жауаптары кестедегі ұйымдастырылған деректерді талдағаннан кейін айқын болды.

Сондай-ақ, геометриялық сипаттағы есепті қарастырып көрелік, ал оның шешімі деректерді мұқият ұйымдастыруды қажет етеді.

Периметрі 12 болатын үшбұрыш берілген. Оның бүйір жақтарының ұзындығы қандай?

Үшбұрыштың бүйір жақтарының A, B және C әріптерімен белгілеу арқылы ақпаратты ұйымдастыралық, A = 1 деген болжамнан бастап қалған үшбұрыш бүйір жақтарының барлық мүмкін нұсқаларын сұрыптап көрелі, содан кейін A = 2, 3.... үшін де солай жалғастырып 6-кестені толтырамыз.

6-кесте.



Бұл тізімде барлық комбинациялар барлығы нәтижесінде 12 береді. Алайда, үшбұрышта кез-келген екі жақтың ұзындығының қосындысы әрқашан үшінші жақтың ұзындығынан асып түсетінін есте ұстаған жөн, ал бұл үшбұрыштың жалпы болуының шарты. Нәтижесінде осы критерий көптеген комбинацияларды жоққа шығарады. Сонда те үш нұсқа қалады, олар 2-5-5, 4-4-4 және 3-4-5. Деректерді логикалық түрде ұйымдастыру шешімді табуды едәуір жеңілдетті.

Астыда деректерді логикалық ұйымдастыру стратегиясы арқылы оңтайлы шешілетін есептер берілелі. Шешудің басқа әдістеріне қарамастан, бұл есептерді шығару барысында қарастырылып отырылған стратегияның артықшылықтарын көрсетеді.

**1-есеп:**

Ринат пен Саят екі баскетбол командасы арасындағы еркін лақтыру жарысының финалистері. Жеңіс алдымен қатарынан екі сәтті лақтыруды жүзеге асыратын немесе жалпы есеппен үш допты сәтті лақтыратын адамға беріледі. Сәтті лақтырулардың қанша комбинациясы жеңіске алып келеді?

*Стандартты шешу жолы*

Әдетте шешім жеңіске жетелейтін барлық нұсқаларды талдаудан басталады. Алайда, мұндай тізімнің толықтығына көз жеткізу қиын, ал бұл есеп шешімін ерекше қиындатады.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Әрбір ойыншы үшін жеңіске жетудің екі толық тізімін жасау арқылы деректерді ұйымдастыру стратегиясын қолданып көрелі. Осы тізімде бастапқы жағдайда Ринат бірінші бастап лақтырады және кейінгі жағдайда Саят бірінші болып лақтырады.

РР СС

РСС СРР

РСРР СРСС

РСРСР СРСРС

РСРСС СРСРР

Нәтижесінде жарыстың аяқталуына әкелетін 10 мүмкін комбинацияны аламыз. Мұндай егжей-тегжейлі ұйымдастырылған тізім жеңіске жетудің барлық жолдарын дәйекті түрде көрсетеді.

**2-есеп:**

Цифрларының көбейтіндісі 252 болатын қанша оң үш таңбалы тақ сандар бар?

*Стандартты шешу жолы*

Көбінесе шешім көбейтіндісі 252 болатын сандардың комбинацияларын іздеуден басталады, мүмкін комбинацияларға мысалы 1, 1, 252; 1, 2, 126; 1, 3, 84; 1, 4, 63 – комбинациялары және одан әрі сандарды өзгерту арқылы басқа комбинациялар сұрыпталынады. Қажетті тақ сандарды құрайтын кем дегенде бір үштік комбинация табылғанша осылай жалғастырыла беріледі. Мұндай тізімнің толықтығы туралы сұрақ туындауы мүмкін және барлық комбинациялар ескерілгеніне сенімді емес болйымыз мүмкін. Осындай тікелей әдіс сенімді толық нәтижеге кепілдік бермейді.

*Үлгілі-тиімді шешу жолы*

Деректерді ұйымдастыру арқылы 252 санын жай көбейткіштерге бөліп көрелік, яғни осы көбейткіштер 2×2×3×3×7. Сандардың бірі 7 екенін ескере отырып, көбейту кезінде қалған екеуі 36, яғни 4 және 9 немесе 6 және 6 беруі керек, өйткені басқа комбинациялар екі разрядты сандарды қамтиды. Осы сандарды 7-мен байланыстыра отырып, бес сәйкес үш таңбалы сандарды анықтаймыз, яғни олар 749, 479, 947, 497 және 667, олардың әрқайсысы әрі тақ әрә үш таңбалы және олардың көбейтіндісі 252. Осы бес сан есеп жауабы болады.

## **2.7 Бір есепті әр түрлі математикалық стратегиялармен шығару үлгісі**

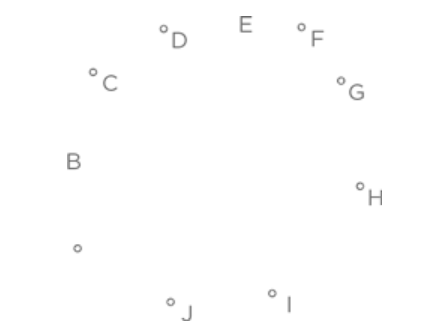
Жоғарыда математикалық есептерді шығарудың 6 стратегиясы қарастырылды. Олардың тиімділігі әр түрлі есептерді шығару барысында айқындалды. Осы стратегиялар қолдану арқылы оқушыларды бұған дейін кездескен математикалық ойлау қиыншылықтарын оңай өткеру көп септігін тигізеді. Дегенмен осы стратегияларды жекелей қарастырдық. Енді 1 есеп мысалында қарастырылған стратегиялар сол есепті шешуде қандай шешім жолдарын ұсынатынын зерделеп көрелік.

**Есеп:**

Бөлмеде бір-бірімен қол алысып, сәлемдесетін он адам бар. Қол алысудың жалпы максималды саны қандай?

*Схемалық кескін немесе визуалды бейнелеу стратегиясы*

Схема құру арқылы визуалды бейнелеу стратегиясын қолданып көрелік. Онда он нүктені бейнелеп, сол нүктелердің кез-келген үштігі түзу сызық бойында салынбайды деп алып аламыз. Бұл нүктелердің әрқайсысы қатысушыларды білдіреді. А нүктесін бастапқы нүкте ретінде, яғни бірінші адам ретінде белгілеп аламыз(13-сурет).



13-сурет.

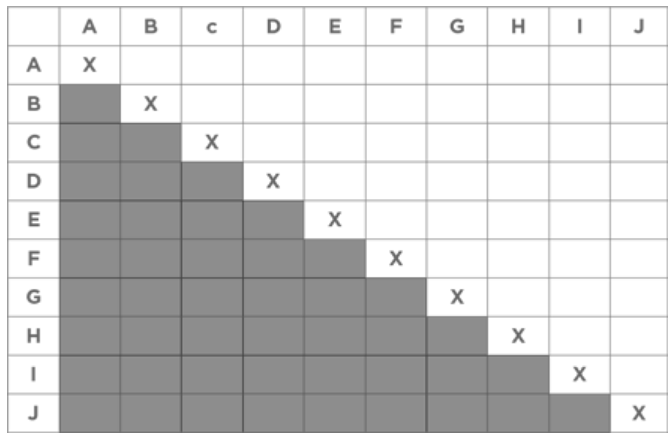
А нүктесін қалған тоғыз нүктемен байланыстыра отырып, алғашқы тоғыз қол алысуды бекітеміз.

Содан кейін, В нүктесінен сызықтар жүргізе отырып, сегіз жаңа қол алысуды тіркеймі(8, себебі бұған дейін В нүктесі А нүктесімен мен қол алысты), С нүктесінен жеті сызықты жұргіземіз, өйткені А және В-мен қол алысу бұнын алдында өзінде бекітілген, D-ден алты жаңа сызық және т. б., ал соңында I нүктесінен J нүктесіне дейін бір ғана қол алысу қалады. Нәтижесінде осы сызық сандарын жазу арқылы 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45, 45 қол алысуды аламыз. Есептің осылай шығару жолын формуласымен сипаттауға болады, мұнда n-натурал сандар және n ≥ 2.

*Барлық мүмкіндіктерді есепке алу стратегиясы*

Есепті барлық мүмкіндіктерді есепке алу стратегиясы арқылы шешуге болады. Олардың өзара қол алысуын көрсететін A, B, C,..., H, I, J деп белгіленген он қатысушысы бар 6-кестені қолданамыз. 10 рет X белгісімен белгіленген кестенің диагоналі қатысушылардың өз-өзімен қол алыса алмайтындығын көрсетеді. Кестенің боялған ұяшықтары жұптасқан қол алысуды көрсетеді. Демек, қол алысудың қорытынды санын алу үшін барлық ұяшықтардың санын (100) қосып, диагональ ұяшықтарын(10) алып тастап, екіге бөлу керек. Сонда (100-10)/2 = 45 мәнін аламыз.

6-кесте.



*Басқаша көзқарасты қарастыру стратегиясы*

Басқаша көзқарасты қарастыру стратегиясын қолдану арқылы есепті шешуге кірісіп көрелік. Егер бөлмеде он адам бар деп ойласақ, олардың әрқайсысы қалған тоғызмен қол алысып, сәлемдеседі, қол алысудың жалпы саны 10-ды 9-ға көбейтіндісі, яғни 90-ға жетеді деп ойлауға болады. Бірақ дұрыс санау үшін қол алысуларды қайтадан болдырмау үшін(мысалы, А мен В арасындағы қол алысу В және А қол алысуымен бірдей болғандықтан) 90-ды екіге бөлу керек, 90-ны 2-ге бөлсек 45-ке тең болады.

*Заңдылықтарды анықтау стратегиясы*

Заңдылықтарды анықтау стратегиясына сүйене отырып, есепті талдау көрелік. Төмендегі 7-кестеде адамдардың саны артқан кездегі бөлмедегі қол алысу саны туралы мәліметтер келтірілген.

7-кесте.

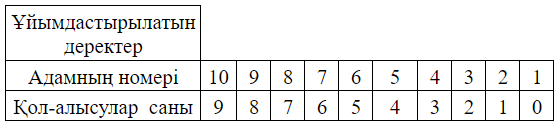
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Бөлмедегі адамдар саны | Адам саны артқандағы қол алысулар саны | Қол алысулардың жалпы саны |
| 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 |
| 3 | 2 | 3 |
| 4 | 3 | 6 |
| 5 | 4 | 10 |
| 6 | 5 | 15 |
| 7 | 6 | 21 |
| 8 | 7 | 28 |
| 9 | 8 | 36 |
| 10 | 9 | 45 |

Қол алысудың жалпы санын көрсететін үшінші баған үшбұрышты сандар деп аталатын тізбекті көрсетеді, мұнда сол сандар арасындағы айырмашылық әр қадам сайын 1-ге артады. Сонымен, адам саны онға жеткенге дейін кестені толтыру барысында, келесідей заңдылық байқалады – әр жолдағы қол алысудың жалпы саны берілген жолдағы бөлмедегі адамдар санын бөлмедегі адам саны артқандағы қол алысулар санына көбейтіп, екіге бөлудің нәтижесі болып табылады.

*Деректерді ұйымдастыру стратегиясы*

Енді деректерді ұйымдастыру стратегиясына негізделген шешімді зерделеп көрелік. Төмендегі 8-кестеде бөлмедегі әрбір адам номері және олардың қол алысуларының саны секілді деректер көрсетілген, сондай-ақ кез-келген екі адам бір-бірімен тек бір қана қол алмасады деп аламыз. Демек, оныншы қатысушы тоғыз адаммен, тоғызыншы сегіз адаммен және дәл осылай әрі қарай қол алысулар орын алады. Нәтижесінде біз тағы да қол алысудың жалпы сомасы 45 екеніне көз жеткіземіз.

8-кесте.



## **2-бөлім бойынша қорытынды**

Дипломдық жұмыстың екінші бөлімінде математикалық есептерді шешудегі стратегияларды қолданудың маңызды аспектілері қарастырылды және осы стратегияларды қарастыру барысында келесідей қорытындыларға келдік:

1. Екінші бөліміде математика сабақтарында математикалық есептерді шешудегі алты негізгі стратегияларды қолданудың маңыздылығы көрсетілді.

2. Күрделі математикалық мәселелерді сәтті шешу үшін логикалық тұжырымдау, заңдылықтарды анықтау, әртүрлі көзқарастарды қарастыру, визуалды бейнелеу, барлық мүмкіндіктерді ескеру және деректерді ұйымдастыру сынды стратегиялары ұсынылып олардың тиімділігін көрсететін есептер мен мысалдар қарастырылды. Олар оқушылардың осы стратегияларды қалай қолдана алатына едеуәір әдістемелік көмек ретінде ұсынылды.

3. Осы стратегияларды қолдану арқылы оқушылардың ойлау дағдылары, шығармашылығы және сыни ойлау қабілеттері дамитыны баяндалды.

5. Бұл бөлім математикалық білімді жетілдірудің және оқушылардың жалпы ойлау қабілеттерін кеңейтудің маңыздылығын айқындады.

# **Қорытынды**

Дипломдық жұмыс аясында мектеп математика курсында есептерді шешуде математикалық стратегиялары мен оларды қолдану жолдарына теориялық шолу және талдау жүргізілді. Зерттеудің негізгі мақсаты оқу сапасын арттыру және оқушылардың оқу дағдыларын дамыту үшін әртүрлі математикалық стратегияларды қолдану қажеттілігі мен тиімділігін негіздеу болды. Осы мақсатқа жету қолданыстағы математикалық есептерді шешудің тәсілдер мен әдістерді зерттеуге және жүйелеуге, олардың теориялық негіздемесіне және сол математикалқық стратегиялардың оқыту практикасына арналған ұсыныстарды тұжырымдауға бағытталған бірқатар тапсырмаларды қарастыру көзделді.

Жұмыс барысында математикалық есептерді шешудің әртүрлі стратегиялары, олардың жіктелуі, сондай-ақ білім беру процесінде қолдану мүмкіндіктері мен шарттары талданды. Бұл стратегияларды қолданудың педагогикалық және психологиялық-дидактикалық аспектілеріне ерекше назар аударылды, бұл олардың оқушылардың математикалық біліктіліктерін қалыптастыру үшін маңыздылығын негіздеуге мүмкіндік берді.

Жұмыс негізінен тек теориялық сипатта болды және оның барысында математиканы оқыту мәселелеріне арналған ғылыми-әдістемелік әдебиеттерге талдау жасалды. Теориялық деректерді зерттеу және синтездеу негізінде білім беру процесінде математикалық стратегияларды тиімді пайдаланудың негізгі принциптері мен шарттары анықталды.

Зерттеу нәтижесінде есептерді шешудің әртүрлі стратегияларын оқу процесіне біріктіру оқушылардың математиканы оқуға деген қызығушылығын арттыруға, олардың аналитикалық ойлауын, логикасын, проблемалық есептерді өз бетінше шешу қабілетін дамытуға ықпал ететіні анықталды. Сонымен қатар, математикалық есептерді шешудің әртүрлі тәсілдерін қолдану оқу процесін байытады, оны икемді етеді және оқушылардың жеке ерекшеліктеріне бейімделеді.

Математикалық стратегиялар көмегімен есеп шығаруды талдау негізінде математика мұғалімдеріне білім беру практикасында әртүрлі стратегияларды енгізу және қолдану бойынша бірқатар ұсыныстар жасалды. Бұл ұсыныстар оқушылардың математикалық есептерді шешудің тұрақты дағдыларын қалыптастыруға бағытталған оқу бағдарламаларын, әдістемелік құралдарды және дамытушылық тапсырмаларды әзірлеуге негіз бола алады.

Қорытындылай келе, бұл зерттеу математиканы оқытудың әдістері мен стратегияларын одан әрі зерттеудің жаңа перспективаларын ашатынын атап өткен жөн. Болашақ зерттеу жұмыстарының мазмұны сан алуан әрі түрлі деңгейлі есептерді шешу стратегияларын қолдануға негізделген нақты оқу модульдері мен бағдарламаларын әзірлеуді, сондай-ақ әртүрлі білім беру контексттеріндегі осы стратегиялардың тиімділігін талдауды қамтуы мүмкін. Сондай-ақ, оқушылардың жеке ерекшеліктерінің математиканы оқыту процесінде белгілі бір стратегияларды таңдауға және қолдануға әсерін зерттеу маңызды бағыт болып табылады.

# **Пайдаланылған әдебиеттер тізімі**

1. Қазақстан Республикасы Орта білім берудің (бастауыш, негізгі орта, жалпы орта білім беру) мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты //ҚР Үкіметінің 2012 жылғы 23 тамыздағы No1080 Қаулысымен бекітілген. – Астана, 2012. – 25б.
2. Әбілқасымова А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық-әдістемелік негіздері. – Алматы: Мектеп, 2014. – 224б.
3. Абылкасымова А.Е. Развитие познавательной самостоятельности студентов в системе методической подготовки в университете. - Алматы: Білім, 1994. – 190с.
4. Кагазбаева А.К. Совершенствование профессионально-методической подготовки учителя математики в системе высшего педагогического образования:дис. ...док. пед.наук. - Алматы: АГУ, 1999. – 324с.
5. Искакова Л.Т. Методическая система дифференцированных задач как условие контроля и учета результатов обучения математике в средней школе:автореф. ... док. пед. наук. – Алматы: КазНПУ, 2005. - 42 с.
6. Гороховцева, Л.А. Процесс решения текстовой задачи при изучении математики в средней школе . [Текст] / Л.А. Гороховцева // Теория и практика высш. проф. обр.– 2003.– № 9.– С. 14-21.
7. Кабацкая Л. Н. Система работы учителя математики по формированию навыков решения текстовых задач// Проблемы и перспективы развития образования: материалы IV Междунар. науч. конф. - Пермь: Меркурий, 2013. - 87-90 с.
8. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе [Текст]: Учеб.пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ин-тов / Г.И. Саранцев.– М.: Просвещение, 2002.– 224 с.: ил.
9. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. – М. 2003.
10. Белошистая А.В. Обучение математике в начальной школе. Методическое пособие. – М.: «Academia», 2006
11. Терентьева Л. П. Формирование универсальных учебных действий у младших школьников при решении математических задач // Психолого-педагогическое сопровождение детей группы риска: проблемы, опыт, перспективы : сборник научных статей. - Чебоксары, 2016. - С. 58-63.
12. Смолеусова Т.В. Этапы, методы и способы решения задачи// Начальная школа №12. 2003. с.62-67
13. Царева С.Е. Обучение решению задач // Начальная школа №1. 1998
14. Ямалтдинова Д.Г. Организация самостоятельной творческой деятельности младших школьников на уроках // Начальная школа Плюс До и После №10. 2007. с.70-71
15. Калмыкова, З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И. Калмыкова. — М.: Педагогика, 1981. — 200 с.
16. Мендыгалиева А.К. Методические приемы при обучении решению задач в начальной школе// Начальная школа плюс до и после. — 2013. — №10. — С. 43-47.
17. Виноградова Л. В. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие / Л. В. Виноградова. – Ростов н/Д.: Феникс, 2005. – 252 с. Егупова М. В. Использование практических задач в обучении геометрии // Математика в школе. 2011. № 10 с. 39–44.
18. Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы: Сборник / Ред. кол.: Е. И. Лященко и др. Л.: ЛГПИ, 1985. -141 с.
19. Возлинская М. В. Задачник. Нестандартная математика в школе. - М. : Лайда, 1993. - 96 с
20. Королев, Ф. Ф. Системный подход и возможности его применения в педагогических исследованиях / Ф. Ф. Королев // Советская педагогика. 1970. -№9. - С. 103-115.
21. Лазарев, В. С. Системное развитие школы / В. С. Лазарев. -М.: Педагогическое общество России, 2002. 304 с.
22. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с: ил.
23. Махмутов, М. И. Проблемное обучение: Основные виды теории / М. И. Махмутов. М.: Педагогика, 1975. - 368 с.
24. ЗакА. З. Задачи для развития логического мышления // Начальная школа. - 1989. - № 6. - С. 32-33.
25. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Я. Луканкин, В. Я. Саннинский, 2-е изд., пе-рераб. и доп. М.: Просвещение, 1980. - 368 с.
26. Мишин, В. И. Учитесь обучать решению геометрических задач /В. И. Мишин. -М.: МИПК, 1993.-56 с.
27. Спивак В.С. Математический кружок. 6-7 классы. М.: Посев, 2003, - 128 с.
28. Тажиев М., Тойбазаров Д.Б. Формирование творческой активности учащихся в процессе решения прикладных задач по математике // Образование, наука и инновации. – Ташкент, 2019. –№3. – C.11-14.
29. Темербекова А.А. Методика преподавания математики: учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений – Горно-Алтайск. РИО ГАГУ.2013. – 365 с.
30. Сеитова С.М, Тойбазаров Д.Б. Формирование логического мышления учащихся через решение прикладных задач // Международный журнал «Наука и жизнь Казахстана». – Нур-Султан. –2019. – №1 (74) – С. 317-319.