Cap. 1: Seymour Papert introduce il problema della matematica

Prologo

Mi permetto di offrire una traduzione del capitolo *Mathophobia: The Fear for Learning*, da *Mindstorms* di Seymour Papert[14]. L'intento è quello di chiarire bene che la motivazione fondamentale della genesi di Logo è la questione, annosa e tutt'ora irrisolta, dell'insegnamento della matematica. È stata un'operazione per certi versi penosa, non tanto per i miei evidenti limiti in un lavoro di traduzione, quanto per l'intenso senso di frustrazione montato percorrendo lentamente e con attenzione questo scritto. Le sensazioni sono che non molto sia cambiato, dagli anni '80 ad ora, almeno in media[15]; che la motivazione iniziale, centrata su una seria e difficile rivisitazione del modo di introdurre i giovani alla matematica, sia finita diluita oggi nel calderone del "coding", nella forma di una sorta di paese dei balocchi, superficialmente entusiasmante per taluni, oggetto di derisione per altri; che il messaggio di Papert, per certi versi estremo e provocatorio, senz'altro da decodificare rispetto ad un'epoca diversa, venga frainteso; che il tutto sia vanificato in sostanza dal fallimento di Logo, rimasto confinato in una minoranza di circoli sperimentali, senza avere rivoluzionato nulla, contrariamente a quelle che sembravano le legittime aspettative di Papert; che invocare la magia della matematica per introdurre i giovani in un dominio comunemente considerato "freddo", sia un sogno che alla fin fine può concepire solo un matematico, magari un po' idealista, e quindi che solo un'arida via può svelare quella magia, e solo ai pochi in grado di

14 S. Papert, *Mindstorms – Children, Computers and Powerful Ideas*, Basic Books, 1993 (I edizione 1980).

15 Affermazione che nasconde un mondo di perplessità. Cosa è cambiato? Forse proprio ciò che una "media" non esprime. La scuola cui si riferiva Papert è probabilmente più affine a quella che ha frequentato il sottoscritto (I elementare nel 1960). Allora probabilmente il panorama era più uniforme. "La lo picchi se non capisce perché gliè zuccone!" raccomandò la mamma di un mio compagno di classe alla maestra. I genitori erano alleati di quel sistema scolastico, in una visione formativa che poteva essere coercitiva e punitiva, ma che attraversava tutti i generi di scuole e tutti gli strati sociali. Non c'erano "genitori coach" o "genitori sindacalisti". Nelle famiglie si lavorava duramente, nelle scuole si faticava. Non c'era ancora il "tempo libero". La scuola era più brutale, forse iniqua, la pedagogia semplice, ma il panorama era più nitido. Almeno nella provincia rurale degli anni '60 in cui ho vissuto. Ora domina la complessità. Le categorie si intersecano. I dibattiti esplodono, amplificati dai media, a livello microscopico (gruppi di genitori in Wathsapp o Facebook) e a livello macroscopico (stampa, televisione ecc.). Le esperienze personali sono schizofreniche: i miei contatti con il mondo dell'insegnamento rappresentano un quadro affascinante di impegno, studio e sperimentazione; ma le storie private e le narrazioni dei conoscenti sono popolate di pratiche didattiche obsolete e superficiali. La variabilità è allucinante. Dove sta la media? Francamente non sono in grado di valutarlo ma la dispersione è sicuramente molto più ampia di un tempo. A complicare il quadro ci sono le indagini internazionali, paludate di rigore scientifico ma che poi si possono rivelare speratamente fatue. Per alcuni anni è brillata la stella polare della Finlandia nel cielo delle valutazioni PISA dell'OCSE, in particolare per la matematica. Poi emergono una serie di denunce di accademici finlandesi che documentano un crollo delle competenze matematiche: sembra che gli studenti finlandesi siano diventati bravi nei test matematici PISA ma che siano peggiorati in matematica! Leggendo il post di Giorgio Israel "Il bluff della matematica finlandese" (http://gisrael.blogspot.it/2011/05/il-bluff-della-matematica-finlandese.html), che riassume tali denunce, si scopre che i modelli di apprendimento sono banalmente utilitaristici e anche ben lontani dalle idee di Papert che riportiamo qui. Dove sarà la verità? Insomma la confusione regna sovrana e viene seriamente da domandarsi se non ci si debba rassegnare a considerarla inevitabile normalità.

percorrerla, per un motivo o per un altro, e che non possa essere infine altro che così – una cosa che io non voglio pensare ma la paura che sia un po' vera m'è venuta rileggendo *Mindstorms*.

Ci sono passaggi che sicuramente alcuni lettori non condivideranno, in particolare sull'inutilità di tanti esercizi ripetitivi, di troppo calcolo mnemonico ecc. Probabilmente è opportuno trovare un equilibrio fra le posizioni, di fatto tutte indimostrabili. Voglio tuttavia citare due fra i tanti episodi di cui ho ricordanza e che mi inducono a collocare il mio pensiero vicino a quello di Papert, tenuto debito conto dell'epoca e del contesto diversi. Il primo riguarda l'identificazione della matematica col far di conto. Mi trovavo, una ventina di anni fa, in una riunione composta quasi esclusivamente da matematici per un progetto di ricerca nazionale, alcuni dei quali personaggi eminenti a livello internazionale. Ad un certo punto fu necessario fare al volo un calcolo molto trito: considerato l'ammontare di finanziamenti disponibile, e verificata la nostra numerosità, quanto veniva a testa? Ebbene, ci fu un momento di panico, la risposta non scaturì pronta come qualsiasi "laico" avrebbe potuto supporre, anzi, fu presa una calcolatrice per risolvere il "problema". Solo un episodio, ma a chiunque sia occorso di raggiungere una conoscenza abbastanza profonda di un qualche campo della matematica, è perfettamente chiaro che il pensiero matematico non ha quasi niente a che vedere con la capacità di fare operazioni aritmetiche a memoria, giusto per menzionare un aspetto della "matematica scolastica". E l'intelligenza che occorre per comprendere il senso profondo di un pensiero matematico può, in taluni casi, essere addirittura in contrasto con quella che serve a fare calcoli aritmetici. Il secondo episodio proviene dal racconto di uno studente (geniale) al primo anno di matematica, primo giorno di lezione dell'insegnamento forse principale, analisi matematica I, tipicamente tenuto da un professore di riferimento. La prima cosa che il professore disse agli studenti fu: "Più o meno approfonditamente, chi viene dal classico, chi dallo scientifico, chi dall'istituto tecnico, avete fatto tutti una certa quantità di matematica. Ebbene, ora dimenticate tutto, la matematica è un'altra cosa." Ed è perfettamente vero. Non sto ad annoiare il lettore con una quantità di ricordi autobiografici in sintonia con questi episodi, ma la dissonanza fra la sensazione appagante e anche estetica che vive chi improvvisamente "vede" un'idea matematica, e l'aridità della stragrande maggioranza della matematica scolastica, fa venire il mal di testa. E mi induce a rifarmi da Papert, e da Logo.

Logo ha fallito dicevamo. Più correttamente, ha fallito negli intendimenti di Papert (che io continuo a condividere), ma non nel senso di non avere lasciato traccia, tutt'altro. Ci sono a giro per il mondo innumerevoli versioni di Logo, alcune delle quali sono divenute anche importanti strumenti di indagine didattica, per esempio nel campo della simulazione dei sistemi biologici complessi. Ed è sempre da Logo che ha preso le mosse il mondo tentacolare dei linguaggi visivi a blocchi, in primo luogo Scratch, questo sì un successo. Lungi da me intavolare qualsiasi sterile diatriba sul confronto fra i due linguaggi. In un certo senso Scratch "contiene" Logo – è anche stato sviluppato dagli allievi di Papert – ma Scratch è molto più ricco di Logo, estremamente più sofisticato dal punto di vista informatico, decisamente cittadino del Web. Quello che si può fare in Logo si può fare anche in Scratch, a parte alcuni aspetti di organizzazione del sistema di cui parleremo in seguito. Il problema però è che tutta questa abbondanza, rovesciata su un mondo il quale, malgrado tutte le possibili buone intenzioni, si ritrova smaccatamente impreparato, ha finito col disperdere i proponimenti didattici che in Logo sono più nitidamente visibili e, infine, più facilmente perseguibili. Torneremo su queste riflessioni, ma alla fine del manuale, non prima di aver lasciato emergere una serie di fatti importanti. Segue quindi la traduzione del capitolo dove Papert affronta proprio il nodo dell'avvio degli studenti alla matematica, chiedendo venia al lettore per la traduzione del sottoscritto, spero non troppo incerta, e per coloro che forse si lasciano prendere un po' troppo la mano da aneliti idealistici. Ma senza utopie si vive male.

Mathophobia: The Fear for Learning

Platone sulla sua porta aveva scritto: “Che entrino solo i geometri”. I tempi sono cambiati. La maggior parte di coloro che cercano di entrare nel mondo intellettuale di Platone non conoscono la matematica né percepiscono la minima contraddizione con la sua prescrizione. La schizofrenica suddivisione che la nostra cultura traccia fra le discipline umanistiche e quelle scientifiche supporta il loro senso di sicurezza. Platone era un filosofo, e la filosofia è una materia umanistica tanto sicuramente quanto la matematica una scientifica.

Questa grande divisione è radicata nel nostro linguaggio, nella nostra visione del mondo, nell'organizzazione sociale, nel sistema educativo e, più recentemente, anche nelle teorie neurofisiologiche. È una divisione che si auto-perpetua: più la cultura è divisa, più ciascuna parte rinforza la separazione nella propria crescita.

Ho già suggerito come il computer possa costituire una forza che serva ad abbattere la divisione fra le “due culture”. So che l'umanista può ritenere discutibile che una tecnologia possa influenzare la propria opinione su quale tipo di conoscenza sia rilevante nell'insegnamento. Non meno minacciosa appare allo scienziato la diluizione del rigore causata dall'invasione di pensiero umanistico “annacquato”. Ciò nonostante io penso che con la tecnologia si possano gettare i semi di un'epistemologia culturale meno dissociata.

La condizione della matematica nella cultura contemporanea presenta i sintomi più acuti di tale dissociazione. L'emergenza di una matematica “umanistica”, che non sia percepita in maniera separata dallo studio dell'uomo e delle discipline umanistiche, potrebbe essere il segno di un mutamento di prospettiva. In questo libro io cercherò di mostrare come un computer possa essere utilizzato per condurre i bambini in una relazione più umanistica e anche più umana con la matematica. Per fare questo dovrò andare oltre la matematica. Dovrò sviluppare una nuova prospettiva del processo di apprendimento medesimo.

Non è raro che adulti intelligenti si riducano ad essere osservatori passivi della propria incompetenza in tutto ciò che non sia la matematica più rudimentale. E possono subire le conseguenze di una simile paralisi intellettuale anche nella ricerca di un lavoro. Ma le conseguenze secondarie, indirette, sono ancora più gravi. Una delle lezioni principali imparate dalla maggior parte delle persone nelle ore di matematica è una consapevolezza delle proprie rigide limitazioni. Costoro si formano un'idea balcanizzata della conoscenza umana che finiscono col percepire come un collage di territori separati da ferree cortine impenetrabili. Io non metto in discussione la sovranità dei territori intellettuali ma le restrizioni imposte alla libera circolazione fra questi. Non voglio ridurre la matematica alla letteratura o la letteratura alla matematica. Ma voglio argomentare come le rispettive mentalità non siano così separate come viene generalmente supposto. E per fare questo, mi servo di un'immagine, ovvero di una *Mathland* – dove la matematica sia un vocabolario naturale – al fine di sviluppare l'idea che con la presenza del computer le culture umanistica e matematico/scientifico possano essere riunite. In questo libro, *Mathland* rappresenta il primo passo di un discorso più ampio su come la tecnologia possa cambiare non solo il modo con cui insegniamo la matematica ai bambini, ma anche, in maniera più fondamentale, il modo nel quale la nostra cultura nel suo complesso concepisce la conoscenza e l'apprendimento.

Per me la parola "*mathophobia*" presenta due associazioni. Una di queste è il diffuso timore per la matematica, che spesso presenta i connotati di una vera fobia. L'altra attiene al significato della radice "*math*", che in greco significa "apprendimento", nel suo senso più generale[16]. Nella nostra cultura, la paura di imparare non è meno endemica (sebbene molto spesso travestita) della paura della matematica. I bambini all'inizio della propria vita sono avidi di apprendere. Poi sono costretti a *imparare* ad avere problemi con l'apprendimento in generale con la matematica in particolare. In ambedue i sensi della radice "*math*" si verifica uno spostamento da matefilia a matofobia. Andremo a vedere le cause di tale spostamento e vedremo qualche idea su come si possa usare il computer per contrastarlo. Iniziamo con qualche riflessione su come apprendano i bambini.

La facilità di apprendimento dei bambini sembra così ovvia che ai più sembra non valga nemmeno la pena di documentarla. Un campo nel quale la capacità di apprendimento è particolarmente chiara è quello dell'apprendimento verbale di nuovi vocaboli. All'età di due anni sono pochi i bambini che conoscono più di qualche centinaio di parole. Ma già quando entrano nella prima classe primaria, quattro anni dopo, conoscono migliaia di parole. È evidente che sono in grado apprendere ogni giorno varie parole nuove.

Anche se "vediamo" che i bambini imparano le parole, non è altrettanto facile vedere che stanno imparando matematica con la stessa velocità, o anche maggiore. Ma questo è esattamente ciò che ha mostrato Piaget, con lo studio di una vita intorno alla genesi della conoscenza nei bambini. Una delle conseguenze più sottili delle sue scoperte è la rivelazione che gli adulti non riescono ad apprezzare la natura e l'estensione di ciò che i bambini apprendono, perché il fatto che diamo per scontate varie strutture della conoscenza nasconde una buona parte di quell'apprendimento. Questo è evidente in quelle che sono note come le "conservazioni" piagetiane.

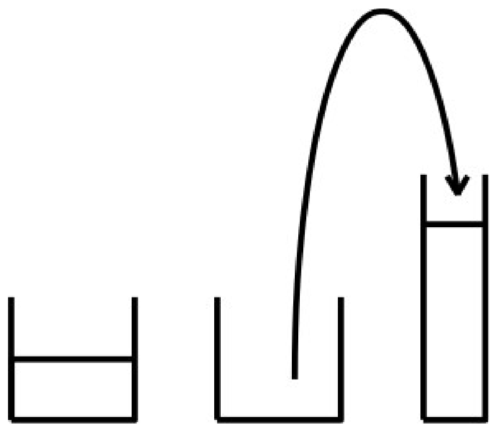


Figura 1: Riprodotta dal testo orginale usando LibreLogo

16 Il significato generale è presente nella parola "*polymath*", che denota una persona dai saperi multipli. Una parola meno nota con la stessa radice, che userò nei capitoli successivi, è "matetico": che concerne l'apprendimento.

Per un adulto è ovvio che versando liquido da un bicchiere ad un altro il volume del liquido non cambia (a meno di piccoli effetti, come gocce versate fuori o lasciate nel bicchiere precedente). La conservazione del volume è così ovvia che sembra non sia venuto in mente a nessuno prima di Piaget che ai bambini di quattro anni potrebbe apparire diversamente. Occorre una sostanziale crescita intellettuale prima che i bambini sviluppino una visione "conservazionista" del mondo. La conservazione del volume è solo una delle tante conservazioni che devono imparare. Un'altra è la conservazione dei numeri. Anche in questo caso, gli adulti faticano a rendersi conto che un bambino deve imparare il fatto che contando una collezione di oggetti in ordine diverso il risultato sia lo stesso. Per gli adulti l'operazione di contare significa semplicemente determinare quanti oggetti "ci sono". Il risultato dell'operazione è un "fatto oggettivo" indipendente dall'atto di contare. Ma la separazione del numero dal conteggio (del prodotto dal processo) poggia su presupposti epistemologici che sono non solo ignoti al bambino preconservazionista, ma anche estranei alla loro visione del mondo. Tali conservazioni rappresentano solo una parte della vasta struttura di conoscenza matematica nascosta che i bambini imparano da soli. Nella geometria intuitiva del bambino di quattro o cinque anni, la linea retta non è necessariamente la distanza più breve fra due punti, e che camminare lentamente fra due punti non richiede necessariamente più tempo che camminare velocemente. Anche in questo caso, non è che manchi semplicemente un elemento di conoscenza, bensì il presupposto che sostiene l'idea "del più breve" quale proprietà di un percorso piuttosto che dell'azione di percorrerlo.

Nessuno di questi casi deve essere interpretato come una carenza di conoscenza da parte del bambino. Piaget ha mostrato come i bambini piccoli abbiano teorie del mondo che, nei propri termini, sono perfettamente coerenti. Queste teorie sviluppate spontaneamente da tutti i bambini, hanno componenti ben sviluppati che non sono meno "matematici", sebbene esprimano una matematica diversa, rispetto a quella accettata dalla nostra cultura (adulta). Il processo di apprendimento nascosto ha due fasi: già in età prescolare ogni bambino sviluppa teorizzazioni proprie del mondo per poi spostarsi verso visioni caratteristiche dell'età adulta. E questo accade attraverso quello che ho chiamato apprendimento piagetiano, un processo con caratteristiche che la scuola dovrebbe invidiare: funziona (accade in tutti i bambini), è economico (non richiede maestri ne *curricula*), e è "umano" (i bambini lo attuano con spirito apparentemente disinteressato senza bisogno di riconoscimenti o punizioni esplicite imposti dall'esterno).

La misura in cui nella nostra società gli adulti hanno perso l'atteggiamento positivo dei bambini nei confronti dell'apprendimento varia da individuo a individuo. Una quota sconosciuta ma certamente significativa della popolazione ha completamente rinunciato a imparare. Queste persone raramente, se non mai, si cimentano nell'apprendimento e non si sentono né competenti né capaci di trarne giovamento. Il costo personale e sociale è enorme: la matofobia può limitare la vita delle persone, culturalmente e materialmente. Un numero ancora maggiore di persone non ha rinunciato completamente ma soffre di pesanti limitazioni a causa di pregiudizi negativi profondamente radicati sulle proprie capacità. La deficienza diventa identità: "Io non posso imparare il francese, non ho orecchio per le lingue;" "Non potrei mai fare affari, non ho la testa per i numeri." "Non posso imparare lo sci parallelo, non sono mai stato coordinato." Queste credenze sono spesso manifestate ripetutamente, in modo rituale, come superstizioni. E, come le superstizioni, creano un mondo di tabù; in questo caso il tabù dell'apprendimento. In questo capitolo e nel capitolo 3, discuteremo su degli esperimenti che dimostrano come queste immagini di se spesso corrispondano a una realtà molto limitata – usualmente la “realtà scolastica” di una persona. In un contesto formativo, con un adeguato supporto emozionale e intellettuale, lo “scoordinato” può imparare esercizi circensi come la giocoleria e coloro che “non hanno la testa per i numeri” possono scoprire che non solo sono in grado di capire la matematica ma vi si possono anche appassionare.

Sebbene tali opinioni negative su di se possano essere superate, di fatto sono estremamente tenaci e tendono ad autoconfermarsi. Se uno crede abbastanza fermamente di non poter fare matematica, avrà quasi sicuramente successo nell'impedirsi di fare qualsiasi cosa che gli paia attinente alla matematica. La conseguenza di tale autosabotaggio è il fallimento personale, e ogni fallimento rinforza l'assunto di base. Ancora più insidiosi sono i pregiudizi che appartengono non solo agli individui ma a un'intera cultura.

I nostri figli crescono in una cultura permeata dall'idea che ci siano “persone brillanti” e “persone stupide”. La costruzione sociale di un individuo è costituita da un fascio di attitudini. Ci sono persone “buone per la matematica” e persone “negate per la matematica”. Tutto è aggiustato in maniera da attribuire i primi insuccessi o esperienze negative dei bambini a loro proprie disabilità. Di conseguenza, i bambini interpretano i fallimenti come sentenze di appartenenza al gruppo delle “persone stupide” o, più spesso, al gruppo delle persone “inadatte per l'attività *x*” (dove, come abbiamo osservato, spesso *x* si identifica con la matematica). In un contesto del genere i bambini declinano la propria personalità nei termini delle loro limitazioni, che verranno confermate e consolidate nel corso degli anni. Solo raramente accade che un evento eccezionale induca qualcuno a riorganizzare la propria immagine intellettuale in modo da aprire nuove prospettive su ciò che può apprendere.

Non è facile rimuovere questi pregiudizi sulla natura delle capacità umane. I pregiudizi popolari sono sempre difficili da sradicare. Ma qui le difficoltà sono sostenute da vari altri fattori. In primo luogo, le teorie comuni sulle attitudini umane sembrano essere sostenute da teorie “scientifiche”. Dopotutto, la psicologia si avvale molto di misure attitudinali. Proviamo a mettere in discussione la significatività di ciò che viene misurato mediante l'esperimento mentale di immaginare una *Mathland*.

Sebbene l'esperimento mentale lasci aperta la questione di come realizzarla una *Mathland*, questo è tuttavia completamente rigoroso nel dimostrare che i pregiudizi comuni sulle capacità matematiche non sono sostenuti da evidenze palesi. Ma siccome i lettori più matofobici potrebbero avere problemi a fare l'esperimento per conto loro, lo riformulo in un altro modo. Immaginiamo di far disegnare ai bambini per un'ora al giorno passi di danza sulla carta e di far sostenere loro un esame su tali “questioni di danza” prima di lasciarli ballare veramente. Non dovremmo in tal caso aspettarci un mondo pieno di “danzofobi”? E non concluderemmo che coloro che ce la fanno a raggiungere la sala da ballo sono i più dotati per la danza? Io credo che sia altrettanto ingiustificato trarre conclusioni sulle doti matematiche in base allo scarso entusiasmo dei bambini per passare centinaia di ore a fare somme.

Uno può sperare che passando dalle storie ai metodi più rigorosi della psicologia potremmo ottenere dati più consistenti sulle potenzialità degli individui in termini di competenze raggiungibili. Ma non è così: il paradigma corrente nella psicologia della formazione è focalizzato su come i bambini imparano o (più frequentemente) non imparano la matematica nella "anti-*Mathland*" in cui viviamo. Un indirizzo che può essere descritto da questa storia:

> Immaginiamo una persona del diciannovesimo secolo che volesse migliorare i sistemi di trasporto. Essa sarebbe stata probabilmente persuasa del fatto che la strada per escogitare nuovi metodi passi dalla conoscenza profonda dei metodi esistenti. Sarebbe così partita con uno studio accurato delle differenze fra i vari tipi di carri trainati da cavalli. Avrebbe quindi documentato accuratamente la dipendenza delle velocità ottenibili in funzione della forma e dei materiali degli assi, dei perni e delle finiture.

Retrospettivamente sappiamo che la strada dell'evoluzione dei mezzi di trasporto è stata completamente diversa. Le invenzioni dell'automobile e dell'aeroplano non hanno preso le mosse dallo studio dettagliato su come i mezzi preesistenti, ovvero i carri trainati da animali, funzionassero o meno. Ecco, questo è il modello della ricerca attuale sulle questioni di formazione. I paradigmi usuali per tale tipo di ricerca pongono al centro degli studi la classe scolastica. Ci sono molti studi sullo scarso valore dell'insegnamento che viene impartito dalla scuola nella matematica e nelle scienze. È tuttavia diffusa l'idea che un "buon" approccio pedagogico debba basarsi su questi metodi, in realtà poveri di pensiero. Si può simpatizzare con le buone intenzioni, tuttavia penso che tali strategie riflettano il desiderio di mantenere il sistema tradizionale. Come dire di ritenere che convenga migliorare gli assi dei carri a trazione animale. Invece la questione importante sarebbe quella di inventare l'"automobile della formazione". Questo problema (tema centrale di questo libro) non viene di fatto affrontato e, di conseguenza, ci sembra che le basi scientifiche che sostengono le assunzioni comuni sulle attitudini siano piuttosto labili. Assunzioni che tuttavia sono istituzionalizzate nelle scuole, nei sistemi di valutazione e di ammissione nelle università, al punto che la loro radicazione sociale è tanto forte quanto deboli sono i presupposti scientifici.

Dalla scuola dell'infanzia in poi, i bambini sono sottoposti a prove basate su capacità verbali e quantitative concepite come entità "vere" e separabili. I risultati di tali test si trasformano in un corredo di attitudini che determinano la costruzione sociale del bambino. Una volta che Johnny e il suo maestro condividono la percezione che Johnny è una persona dotata per l'arte ma non per la matematica, tale percezione tende inevitabilmente a rinforzarsi con il tempo. Questo è un fatto largamente accettato nella psicologia della formazione. Ma il modo in cui la scuola forma le attitudini presenta aspetti più profondi. Consideriamo il caso di un bambino che ho seguito durante i suoi ottavo e nono anni di età. Jim era un bambino molto loquace ma matofobico appartenente ad una famiglia di professionisti. La sua passione per le parole e il piacere di parlare si erano manifestate molto prima di andare a scuola. La matofobia era invece comparsa a scuola. La mia teoria è che essa sia stata una diretta conseguenza della sua precocità verbale. Dai genitori avevo appreso che Jim aveva presto sviluppato l'abitudine di commentare a voce alta qualsiasi cosa facesse. Un'abitudine che non aveva causato particolari problemi con i genitori o presso la scuola dell'infanzia. I problemi sono sorti affrontando l'aritmetica. A quel punto aveva già imparato a tenere sotto controllo la sua abitudine ma io sospetto che lui non avesse cessato di commentare le proprie azioni, seppur interiormente. Durante le ore di matematica si trovava in imbarazzo: semplicemente non riusciva a commentare l'attività di fare somme. Gli mancava il vocabolario (come manca alla maggior parte di noi) e non vedeva la motivazione. Questa frustrazione si tramutò in odio per la matematica, la conseguenza del quale fu una valutazione di scarsa attitudine per la materia.

Per me fu una storia commovente. Credo che molto spesso quella che appare una debolezza intellettuale sia espressione, come nel caso di Jim, di quella che in realtà è una particolare capacità. È non è solo la capacità verbale, chiunque osservi con attenzione i bambini nota processi simili: per esempio un bambino che prediliga l'ordine logico può avere problemi con la sillabazione dell'inglese e magari finire col detestare la scrittura. L'idea di *Mathland* ci suggerisce come il computer potrebbe servire ad evitare i problemi riscontrati da Jim e il suo pari dislessico. Ambedue i bambini sono vittime della netta separazione fra cultura verbale e matematica. Nella *Mathland* che descriviamo in questo capitolo, la passione e la competenza verbale di Jim potrebbero essere mobilizzate per favorire lo sviluppo formale matematico, invece di ostacolarlo, e la passione dell'altro bambino per la logica potrebbe essere sfruttata per sviluppare le sue competenze linguistiche.

Il concetto di mobilizzare tutte le capacità di un bambino per qualsiasi dominio di attività intellettuale risponde all'idea che attitudini differenti possano riflettere differenze nello sviluppo del cervello. È diventato comune ragionare come se ci fossero diversi cervelli, o diversi “organi” nel cervello. Per la matematica e per la lingua. In accordo con questo pensiero i bambini si dividono fra dotati per attività verbali o matematiche a seconda di quale loro organo cerebrale sia più forte. Ma una simile visione anatomica delle funzioni cerebrali comporta delle assunzioni epistemologiche. Per esempio si assume che si possa accedere alla matematica tramite una sola via e che se questa è “bloccata anatomicamente” allora il bambino non vi potrà accedere. Ora, di fatto, per la maggior parte dei bambini delle società contemporanee la via verso la matematica “avanzata” è una sola e questa è la via della matematica scolastica. Ma anche se ulteriori ricerche nella biologia del cervello arrivassero a dimostrare che tale via dipenda da un organo cerebrale mancante in alcuni bambini, ciò non significa che la matematica stessa dipenda da organi del genere. Piuttosto, significherebbe che dovremmo cercare altre strade. La tesi sostenuta in questo libro è che esistano altre vie, e che la dipendenza delle funzioni dal cervello sia essa stessa un costrutto sociale

Supponiamo che esista una parte del cervello specializzata nelle manipolazioni mentali dei numeri che insegniamo scuola, e chiamiamola MAD, “*Math Acquisition Device*”[17]. In tal caso nel corso dell'evoluzione umana si sarebbero sviluppati metodi per fare e insegnare l'aritmetica in grado di trarre massimo vantaggio dalle proprietà del MAD. Ma se questi metodi funzionassero solo per una parte di noi, e per la società nel suo insieme, si rivelerebbero invece catastrofici per un individuo il cui MAD fosse danneggiato o inaccessibile per qualche altro motivo (magari di origine “neurotica”). Una tale persona fallirebbe a scuola e le verrebbe diagnostica una “discalculia”. E finché noi insistiamo con l'insegnare l'aritmetica ai bambini nel modo convenzionale, continueremo a “dimostrare” tramite i test obiettivi che questi bambini non possono “fare aritmetica”. Ma questo è come dimostrare che un bambino sordo non possa disporre di un linguaggio perché non sente. Così come la lingua dei segni impiega le mani e gli occhi per aggirare gli organi della parola, così si potrebbero individuare modi alternativi di fare matematica per aggirare il MAD, forse altrettanto validi anche se diversi.

17 [NdR] Qui Papert gioca con l'idea del linguista Noam Chomsky, secondo la quale il nostro cervello disporrebbe di una sorta di dispositivo di acquisizione del linguaggio (LAD: *Language Acquisition Device*). Papert precisa di non credere a tale ipotesi, ritenendo un ipotetico MAD altrettanto improbabile di un LAD. Secondo l'ipotesi di Chomsky il cervello sarebbe composto da un insieme di organi neurologici specializzati per specifiche funzioni intellettuali. Secondo Papert tale ipotesi è troppo grossolana e se, probabilmente, si può ritenere che nel cervello vi siano dei dispositivi specializzati, è semplicistico immaginare che ve ne siano di così complessi da assolvere a funzioni quali il pensiero matematico e verbale.

Ma non c'è bisogno di invocare la neurologia per spiegare come mai alcuni bambini non acquistano confidenza con la matematica. L'analogia con le lezioni di danza senza musica e senza sala da ballo è seria. La nostra cultura della formazione offre poche possibilità agli allievi di matematica per capire veramente ciò che studiano. Di conseguenza i nostri bambini sono forzati a seguire un modello di studio della matematica che è veramente il peggiore. È il modello dell'apprendimento mnemonico, dove i contenuti sono trattati come fossero privi di significato; è un modello “dissociato”. Alcune delle nostre difficoltà nell'insegnamento di una matematica culturalmente più integrabile sono dovute a un problema oggettivo: prima che esistessero i computer c'erano veramente pochi punti di contatto fra i fatti più importanti e coinvolgenti della matematica e l'esperienza quotidiana. Ma il computer – un'entità capace di parlare la matematica presente in modo ubiquitario nella vita di tutti i giorni a casa, nella scuola e al lavoro – può provvedere a tale collegamento. La sfida della formazione è quella di trovare i modi per sfruttare queste tecnologie.

La matematica non è certamente l'unico esempio di apprendimento dissociato. Ma è un ottimo esempio precisamente per il fatto che molti lettori preferirebbero che ora parlassimo d'altro. La nostra cultura è talmente matofobica che se fosse possibile dimostrare come il computer potrebbe migliorare la nostra relazione con la matematica, avrei fondati motivi per sostenere che si potrebbero migliorare allo stesso modo le relazioni con altri tipi di apprendimento. Le esperienze in *Mathland*, come quella di sostenere una “conversazione matematica”, fanno vivere all'individuo un senso liberatorio delle possibilità di fare una serie di cose che prima sembravano “troppo difficili”. In questo senso il contatto con il computer può aprire l'accesso alla conoscenza, non tanto in senso strumentale per disporre di informazioni processate, ma per porre in discussione alcune assunzioni vincolanti che le persone fanno su di se. La *Mathland* del computer che propongo estende l'apprendimento naturale di tipo piagetiano dell'apprendimento della lingua madre all'apprendimento della matematica. L'apprendimento piagetiano è profondamente radicato in altri tipi di attività. Per esempio, i bambini piccoli non hanno momenti dedicati a “apprendere la lingua”. Questo è un modello che si pone in contrapposizione all'apprendimento dissociato, che ha luogo in maniera relativamente separata da altre attività, mentali e fisiche. Nella nostra cultura, l'insegnamento della matematica a scuola è paradigmatico dell'apprendimento dissociato . Per la maggior parte della gente la matematica è insegnata e recepita come una medicina. La dissociazione matematica della nostra cultura è quasi una caricatura delle peggiori forme di alienazione epistemologica. Nell'ambiente LOGO si ammorbidiscono le distinzioni: nessuna attività in particolare è connotata a parte come “apprendere la matematica”. Il problema di rendere la matematica comprensibile concerne il problema più generale di rendere comprensibile un linguaggio basato su “descrizioni formali”. Così, prima di passare a esempi di come con il computer si possa provare a dare senso alla matematica, consideriamo alcuni esempi per rendere comprensibili linguaggi basati su descrizioni formali in domini della conoscenza che la gente non associa usualmente alla matematica. Nel primo esempio il dominio è quello della grammatica, per molti temibile quasi quanto la matematica.

Nel corso di uno studio di un anno, in una classe II di scuola media di I grado di livello medio, una delle attività era quella che gli studenti chiamavano “*computer poetry*”. L'attività consisteva nell'usare il computer per comporre frasi: loro inserivano una struttura sintattica che il computer popolava di parole in maniera casuale. Il risultato è una sorta di poesia concreta tipo quella illustrata qui sotto[18]:

```
INSANE RETARD MAKES BECAUSE SWEET SNOOPY SCREAMS
SEXY GIRL LOVES THATS WHY THE SEXY LADY HATES
UGLY MAN LOVES BECAUSE UGLY DOG HATES
MAD WOLF HATES BECAUSE INSANE WOLF SKIPS
SEXY RETARD SCREAMS THATS WHY THE SEXY RETARD
THIN SNOOPY RUNS BECAUSE FAT WOLF HOPS
SWEET FOGINY SKIPS A FAT LADY RUNS
```

Un'allieva di tredici anni, Jenny, aveva commosso lo staff del progetto chiedendo il primo giorno: “Perché avete scelto noi? Noi non siamo i cervelloni. (“Why were we chosen for this? We're not the brains.”. Lo studio prevedeva proprio di lavorare con una classe di livello “medio”. Un giorno Jenny entrò tutta eccitata. Aveva fatto una scoperta: “Ora ho capito perché ci sono i sostantivi e i verbi.” Già da vari anni Jenny aveva fatto esercizi grammaticali, ma non aveva mai capito le differenze fra sostantivi, verbi e avverbi. Ma ora era chiaro che le sue difficoltà non dipendevano dall'incapacità di lavorare con categorie logiche. Il problema era un altro. Lei non aveva semplicemente compreso la finalità della fatica. Non era stata in grado di afferrare il senso della grammatica perché non vedeva a cosa servisse. E quando aveva chiesto a cosa serviva, la spiegazione dell'insegnante le era parsa manifestamente disonesta: “La grammatica ti serve a parlare meglio.”

Infatti, per recuperare la connessione fra l'apprendimento della grammatica e il miglioramento della lingua parlata occorre una visione più ampia del complesso procedimento di apprendimento di una lingua, che Jenny non poteva avere all'età in cui era entrata in contatto con la grammatica. Certamente lei non poteva vedere in che modo la grammatica potesse aiutarla a parlare meglio, né pensava di avere necessità di essere aiutata. Di conseguenza aveva sviluppato un sentimento di rancore per la grammatica. E, come succede alla maggior parte di noi, il rancore garantisce fallimento. Ma quando si è trovata nella condizione di far comporre frasi al computer, è successo qualcosa di interessante, trovandosi nella condizione di dover classificare le parole in categorie non perché qualcuno le avesse chiesto di farlo ma perché ne aveva bisogno. Per “insegnare” al suo computer come comporre serie di parole in maniera che sembrassero frasi compiute occorreva “insegnargli” a scegliere parole appartenenti alle categorie giuste. Ciò che lei aveva imparato sulla grammatica tramite l'esperienza con una macchina non aveva niente di meccanico né di routinario. Il suo era stato un apprendimento profondo e significativo. Jenny aveva fatto più che imparare le definizioni per una particolare classe grammaticale. Aveva capito l'idea generale che le parole (come le cose) possono essere collocate in gruppi o insiemi diversi, e che fare questo può essere utile. Non aveva solo “capito” la grammatica ma aveva cambiato il suo atteggiamento nei suoi confronti. Era “sua”, e nel corso dell'anno, altri casi simili l'aiutarono rivedere la propria immagine. Cambiarono anche i suoi risultati; i suoi voti, prima medio-bassi, divennero massimi per il resto degli anni scolastici. Imparò che anche lei poteva essere “un cervellone”, dopo tutto.

È naturale come matematica e grammatica non vengano capite dai bambini quando non sono capite da chi sta loro intorno e come, affinché la comprendano, occorra qualcosa di più di un insegnante che dica la cosa giusta o disegni il diagramma giusto alla lavagna. Ho chiesto a molti

18 [NdR] Abbiamo lasciato la versione originale, ci pare inutile “tradurre” un pezzo simile, ai fini della comprensione del concetto.

insegnanti e genitori cosa pensassero della matematica e perché fosse importante impararla. Pochi di loro hanno espresso una visione sufficientemente coerente da giustificare l'impiego di varie migliaia di ore della vita di un bambino per impararla, e questo i bambini lo sentono. Quando un insegnante spiega a uno studente che tutte quelle ore di aritmetica servono a essere in grado di controllare il resto al supermercato, questo non viene semplicemente creduto. I bambini interpretano tali “motivazioni” come un ulteriore esempio di malafede da parte degli adulti. Lo stesso effetto si manifesta dicendo ai bambini che la matematica scolastica è “divertente”, quando è loro chiaro che gli insegnanti che si esprimono così per divertirsi fanno tutt'altre cose. Ne aiuta molto spiegare che la matematica serve per diventare scienziati poiché la maggior parte di loro non prevede una cosa del genere. La maggior parte dei bambini si rende conto che l'insegnante non ama la matematica più di quanto la amino loro e che la ragione per cui va fatta è semplicemente perché lo prevede il curricolo. Tutto ciò erode la fiducia dei bambini nel mondo degli adulti e nel processo di educazione. *E io penso che introduca un elemento di profonda disonestà nella relazione educativa*[19].

I bambini percepiscono la retorica scolastica sulla matematica come un discorso in malafede. Al fine di rimediare la situazione dobbiamo prima riconoscere che la percezione dei bambini è sostanzialmente corretta. Il “tipo di matematica” rifilata nelle scuole non è né significativa, né divertente e nemmeno utile. Ciò non significa che alcuni bambini non la possano vivere come un gioco personale importante e piacevole. Alcuni lo fanno per i voti; altri per barcamenarsi con l'insegnante e il sistema. Per molti, la matematica scolastica è piacevole proprio nella sua ripetitività, esattamente perché priva di significato e dissociata così da costituire un riparo da dover comprendere cosa stia accadendo in classe. Ma tutto questo mostra l'ingenuità dei bambini. Non si può giustificare la matematica scolastica sostenendo che, malgrado la sua intrinseca opacità, i bambini creativi vi trovino senso e divertimento.

È importante ricordarsi la distinzione fra matematica – un vasto dominio di indagine la cui bellezza è raramente immaginata da chi non è un matematico – e qualcos'altro che chiamerò “matematica scolastica”.

Io interpreto la matematica scolastica come una costruzione sociale, una specie di QWERTY[20]. Un insieme di accidenti storici (che discuteremo in breve) ha determinato la scelta degli argomenti matematici che dovrebbero costituire il bagaglio matematico di un cittadino. Come nel caso della disposizione QWERTY dei tasti, la matematica scolastica ha avuto qualche senso in un certo contesto storico. Ma, analogamente, si è radicata così bene che tutti la danno per scontata, costruendo razionalizzazioni per giustificarla, ben dopo la scomparsa delle condizioni storiche che l'avevano generata. Effettivamente, per la maggior parte della gente nella nostra cultura è

19 [NdR] Corsivo dell'autore.

20 [NdR] QWERTY denota la disposizione usuale delle tastiere, dalla prima linea di tasti in alto, leggendoli da sinistra verso destra. Papert in un'altra parte del libro (Cap. 1 – I computer e le culture del computer, pag. 32-34) descrive come tale disposizione si sia stabilita con le prime macchine da scrivere meccaniche, quando i tasti avevano una certa tendenza ad incepparsi. Per tale motivo prevalse empiricamente una disposizione che minimizzasse la battitura consequenziale di tasti adiacenti, circostanza che favoriva l'inceppamento. Ben presto l'evoluzione tecnica rese inutile tale accorgimento ma la disposizione QWERTY era ormai consolidata e sarebbe ormai stato antieconomico cambiare tutto il sistema, con una moltitudine di macchine a giro per il mondo è una competenza dattilografica ormai assestata su quello standard. Papert nota come universalmente si ritenga tale disposizione ottimale, sebbene non vi siano giustificazioni tecniche concrete a parte la motivazione iniziale ormai desueta, e utilizza, anche nel proseguio del libro, il “fenomeno QWERTY per connotare altri “intrappolamenti” del pensiero che vengono giustificati a posteriori con argomenti tecnici artificiosi quando invece le vere motivazioni consistono unicamente in varie forme di inerzia.

inconcepibile che la matematica scolastica possa essere differente: questa è l'unica matematica che conoscono. Per tentare di rompere questo circolo vizioso, condurrò il lettore in un nuovo territorio matematico, la geometria della Tartaruga[21], che con i miei colleghi abbiamo creato per dare ai bambini una prima introduzione più significativa al mondo della matematica formale. I criteri di progetto della geometria della Tartaruga si comprendono meglio esaminando più da vicino le circostanze storiche che hanno formato la matematica scolastica.

Alcune di queste circostanze erano pragmatiche. Prima che comparissero le calcolatrici elettroniche, era una concreta necessità sociale quella di "programmare" molte persone affinché fossero in gradi di fare velocemente e accuratamente operazioni come lunghe divisioni. Ma ora che le calcolatrici sono accessibili economicamente dovremmo riconsiderare l'utilità di dedicare svariate centinaia di ore della vita di ciascun bambino a imparare operazioni del genere. Non intendo negare il valore intellettuale di certa conoscenza, di molta conoscenza veramente, intorno ai numeri. Ben lungi da ciò. Ma possiamo selezionare questa conoscenza in base a criteri coerenti e razionali. Ci possiamo liberare dalla tirannia di considerazioni superficiali e pragmatiche che avevano determinato le scelte del passato su cosa debba essere imparato e a quale età.

Ma l'utilità era solo una delle motivazioni storiche per la matematica scolastica; altre erano di natura *matetica*[22]. La matetica è l'insieme di principi guida che governano l'apprendimento. Alcune delle motivazioni storiche della matematica scolastica concernevano quello che poteva essere imparato e insegnato prima dell'avvento dei computer. Io credo che il fattore predominante che ha determinato quale matematica dovesse comporre la matematica scolastica fosse il contesto della classe scolastica dotata della tecnologia primitiva fatta di carta e matita. Per esempio, uno studente può disegnare un grafico con carta e matita. Così fu deciso di far disegnare molti grafici. Considerazioni simili hanno influenzato l'enfasi su certi tipi di geometria. Per esempio, nella matematica scolastica "geometria analitica" è diventata sinonimo di rappresentazione grafica delle equazioni. Il risultato è che ogni persona istruita si ricorda vagamente che $y = x^2$ rappresenta una parabola. E, sebbene la maggior parte dei genitori non abbia idea della ragione per cui ciò sia importante, questi si indignano se i anche i loro figli non lo imparano. Assumono che debbano esistere una ragione profonda e obiettiva, nota a coloro che conoscono meglio tali questioni. Ironicamente, è la propria matofobia che impedisce alle persone di esaminare tali ragioni più attentamente, trovandosi così alla mercé di sedicenti esperti di matematica. Pochissime persone sospettano che la ragione per ciò che viene incluso o meno nella matematica scolastica è così banalmente tecnologica come la facilità con cui si disegna una parabola con carta e matita! Questo è quello che può cambiare così profondamente grazie ai computer: la varietà di costrutti matematici facilmente producibili è smisuratamente più ampia.

Un altro fattore matetico nella costruzione sociale della matematica scolastica è la tecnologia della votazione. Una lingua viva si impara parlando e non necessita di un insegnante che verifica e dà voti a ciascuna frase. Una lingua morta richiede invece un "riscontro" costante da parte di un insegnante. L'attività nota come "sommare" realizza un tale riscontro nella matematica scolastica. Questi piccoli esercizi ripetitivi assurdi hanno un solo merito: sono facili da valutare. E questo

21 [NrR] *Turtle geometry*.
22 [NdR] Corsivo dell'autore. Devoto Oli: Matetico. Nelle scienze e tecniche dell'educazione, che riguarda l'apprendimento, formativo: *mezzi audiovisivi a scopo m.* [Dal gr. *Máthēsis* 'apprendimento', per influsso dell'ingl. m*athetic*].

vantaggio li ha consolidati ben bene al centro della matematica scolastica. In sintesi, io ritengo che l'edificio della matematica scolastica sia fortemente influenzato da ciò che sembrava possibile insegnare quando la matematica veniva somministrata come una materia “morta”, usando tecnologie primitive di tipo passivo, come sabbia e bastoni, lavagna e gesso, carta e matita. Il risultato è stato un insieme intellettualmente incoerente di argomenti che viola i più elementari principi matetici in merito a cosa renda certi argomenti facili da imparare e altri quasi impossibili.

A fronte dello stato di cose nella scuola, la formazione matematica può prendere due strade. Con l'approccio tradizionale la matematica scolastica viene data per scontata e ci si ingegna di insegnarla in qualche modo. Taluni usano i computer, ma, paradossalmente, l'impiego più comune è quello di impippiare materiale indigeribile, residuato dall'epoca pre-computer. Nella geometria della Tartaruga il computer è usato in modo totalmente differente, come un mezzo matematicamente espressivo, che ci libera dalla necessità di individuare argomenti matematici possibili da imparare, significativi e intellettualmente coerenti. Invece di porre la questione di come insegnare la matematica scolastica esistente, poniamo quella di “ricostruire la matematica”, o più generalmente, di ricostruire la conoscenza in maniera che non debba essere così difficile insegnarla.

Ogni “revisione del curriculum” potrebbe essere riformulata in termini di “ricostruzione della conoscenza”. Per esempio, con la riforma del curriculum New Math[23] degli anni Sessanta, qualche tentativo di cambiare i contenuti della matematica scolastica è stato fatto, ma non è cambiato molto. Le somme sono rimaste, anche se riformulate in modo un po' diverso. Il fatto che le nuove somme si riferissero agli insiemi anziché ai numeri, o all'aritmetica in base 2 anziché in base 10 ha cambiato poco. Inoltre, la riforma della matematica scolastica non ha introdotto nessuna sfida attinente alla creatività dei matematici, non presentando così nessuna delle scintille che caratterizzano la formazione di pensiero nuovo. La denominazione stessa – New Math – si è rivelata impropria. C'era veramente poco di nuovo nei contenuti: niente di attinente a un processo di invenzione della matematica dei bambini, piuttosto ad una banalizzazione della matematica dei matematici. I bambini meritano qualcosa di meglio di una selezione di vecchia matematica. Come i vestiti passati dai fratelli maggiori, che non tornano mai bene.

La geometria della Tartaruga ha presso le mosse con l'obiettivo di adattarsi ai bambini. Il primo criterio è quello della “appropriabilità”. Naturalmente i contenuti matematici devono essere pregnanti, ma vedremo che appropriabilità e pensiero matematico serio non sono affatto incompatibili. Al contrario: ci accorgeremo che alcune di tali personali conoscenze acquisite sono le più profondamente matematiche. In vari modi la matematica – per esempio la matematica dello spazio e del movimento, gli schemi ripetitivi delle azioni – è ciò che viene più naturale ai bambini. Lavorando insieme ai miei colleghi su queste idee, sono emersi alcuni concetti in grado di conferire più struttura al concetto di matematica appropriabile. In primo luogo, il *principio di continuità*: la matematica proposta deve essere in continuità con altre conoscenze, dalle quali possa ereditare un senso di familiarità e valore, insieme a competenza “cognitiva”. Poi il “principio di potenza”: dare allo studente il potere di affrontare progetti personali significativi, altrimenti impossibili. Infine il principio della “risonanza culturale”: gli argomenti devono avere senso in un contesto sociale allargato. Abbiamo parlato della geometria della Tartaruga che risulti comprensibile per i bambini. Ma questo non avverrà se non viene accettata anche dagli adulti. Una matematica di valore non può

23 [NdR] Questo è palesemente un riferimento storico, da riferire all'epoca e da contestualizzare nella realtà americana.

essere qualcosa che ci permettiamo di infliggere come fosse una medicina amara, e che non vediamo motivo di somministrare a noi stessi.

Cap. 2: Seymour Papert introduce LOGO

Prologo

Questo è il capitolo successivo a quello sulla *Mathophobia*. È quello dove Papert introduce i comandi fondamentali di Logo. Dal punto di vista tecnico, è in parte una ripetizione del mio capitolo successivo (Disegnare), tuttavia, quest'ultimo è più ricalcato sullo stile del manuale di Lakó Viktória. La descrizione di Papert invece ha respiro molto più ampio perché da un lato concerne anche il metodo di insegnamento (come introdurre in pratica i comandi della Tartaruga ai bambini) e dall'altro offre vari interessanti collegamenti fra la Lingua della Tartaruga e la matematica formale. Quale leggere prima? Decida il lettore. I più frettolosi e interessati agli aspetti operativi possono saltare questo capitolo per passare direttamente a quello successivo, però se hanno un po' di tempo, secondo me farebbero meglio a seguire prima l'introduzione di Papert, penso che ne valga la pena. Così facendo si può tuttavia presentare il problema che Papert fa riferimento a frammenti di codice che questo manuale non ha ancora presentato. Questi sono però intuitivi e invito il lettore ad accontentarsi della propria intuizione. Avrà modo di mettere a fuoco successivamente senza che la comprensione venga compromessa. Del resto è così che Papert introduce i comandi nel suo libro. Un'altra osservazione concerne la forma specifica dei frammenti di codice che non ho copiato pedissequamente, per due motivi. Il primo consiste nel problema appena menzionato, per cui ho introdotto qualche piccolo adattamento per facilitare la comprensione del lettore senza che venga alterato il messaggio fondamentale del testo. L'altro motivo consiste nel fatto che i codici scritti da Papert si riferiscono alla prima versione originale di Logo, che presenta qualche piccola differenza rispetto a quella che usiamo noi in LibreLogo. Ho quindi “tradotto” i frammenti di codice in maniera che possano essere copiati e eseguiti in un documento di LibreOffice.

Turtle Geometry: A Mathematics Made For Learning

La geometria della Tartaruga è un modo diverso di fare geometria, come il modo assiomatico di Euclide e il modo analitico di Cartesio sono differenti fra loro. Quello di Euclide è un modo *logico.* Quello di Cartesio è un modo algebrico. La geometria della Tartaruga è un modo computazionale di fare geometria.

Euclide costruì la sua geometria a partire da un insieme di concetti fondamentali, uno dei quali è il punto. Il punto può essere definito come un'entità che ha posizione ma non ha altre proprietà – non ha colore, né misura, né forma. Le persone che non sono state iniziate alla matematica formale, che non sono state ancora “matematizzate”, hanno spesso difficoltà ad afferrare questa nozione, e la trovano bizzarra. È difficile per loro riferirla a qualcosa che conoscano. Anche la geometria della Tartaruga possiede un'entità fondamentale come il punto di Euclide. Ma questa entità, che io chiamo “Tartaruga”, può essere riferita a cose che le persone conoscono, perché a differenza del punto di Euclide, non è spogliata completamente da ogni altro attributo, e invece di essere statica e dinamica. Oltre alla posizione, la Tartaruga ha un'altra proprietà importante: ha “direzione”. Un punto euclideo si trova da qualche parte – ha una posizione e questo è tutto quello che se ne può dire. Una Tartaruga si trova da qualche parte – anch'essa ha una posizione – ma è anche rivolta da qualche parte – la sua direzione. In questo senso la Tartaruga è come una persona – io sono *qui* e sono rivolto a nord – o un animale o un battello. Ed è grazie a tali similitudini che la Tartaruga possiede la caratteristica speciale di fungere da prima rappresentazione formale per un bambino. I bambini si possono *identificare* con la Tartaruga e così sono in grado di traslare la conoscenza che hanno del loro corpo e di come si muovono nell'attività di apprendere la geometria formale.

Per sapere come funzioni dobbiamo imparare un'altra cosa sulle Tartarughe: la capacità di accettare comandi che sono espressi nella “Lingua delle Tartarughe”[24]. Il comando FORWARD fa muovere la Tartaruga lungo la direzione che sta puntando. Per dirle di quanto deve avanzare, FORWARD deve essere seguito da un numero: FORWARD 1 causa un movimento molto piccolo, FORWARD 100 un movimento più grande. In LOGO molti bambini sono stati iniziati alla geometria della Tartaruga mediante una tartaruga meccanica, sorta di robot cibernetico, in grado di obbedire ai comandi che vengono scritti su una tastiera[25]. Questa “Tartaruga da pavimento” ha le ruote, una forma semisferica e una penna sistemata in maniera che la Tartaruga possa tracciare una linea muovendosi. Ma le sue proprietà essenziali – posizione, direzione e capacità di di eseguire i comandi della “Lingua delle Tartarughe” – sono quelle che contano per fare geometria. Il bambino può poi incontrare le medesime proprietà in un'altra materializzazione della Tartaruga, sorta di “Tartaruga leggera”. Questa è rappresentata da un oggetto triangolare su uno schermo televisivo[26], che possiede le stess proprietà di posizione e direzione e si muove in base agli stessi comandi della “Lingua delle Tartarughe”. Ambedue i tipi di Tartaruga hanno vantaggi: la Tartaruga da pavimento può essere usato come una ruspa o come uno strumento per disegnare; la Tartaruga leggera traccia brillanti linee colorate più velocemente di quanto l'occhio riesca a seguirle. Nessuna delle due è meglio di un'altra, ma insieme evocano un'idea potente: due entità *fisicamente* diverse possono essere *matematicamente* eguali (o “isomorfiche”)[27].

---

24 [NdR] TURTLE TALK nell'originale.

25 [NdR] Logo in realtà è nato negli anni '70 con questa versione meccanica che è quella rappresentata in Fig. 1. Tale versione è di fatto riemersa oggi nella forma dei robot didattici Bee-Bot e Blue-Bot. Ambedue possono ricevere i comandi mediante dei tasti che hanno sul dorso. Blue-Bot può essere manovrato attraverso un app per tablet o smartphone (sia Android che Apple) che consente di comporre un intero algoritmo e di scaricarlo mediante una connessione wireless nel Blue-Bot affinché lo esegua. Qui passato e presente si ricollegano e quello che sembrerebbe un riferimento datato è invece decisamente attuale.

26 [NdR] È ovvio che lo “schermo televisivo” sia oggi sostituito dallo schermo di un computer. Inoltre, grazie alla smisurata potenza dei dispositivi di oggi, rispetto a quei tempi, il triangolo è oggi sostituito da immagini più dettagliate, quali la tartaruga stilizzata di LibreLogo o il “gatto” di Scratch. Abbiamo lasciato il testo originale per mettere in risalto il sapore pionieristico del racconto di Papert.

27 Siccome questo libro è stato scritto per lettori che non sanno molta matematica, i riferimenti matematicamente più specifici sono limitati al massimo. Le osservazioni seguenti approfondiscono un po' il commento per i lettori più esperti.
L'isomorfismo fra i diversi tipi di Tartarughe è uno degli esempi di di idee matematiche “avanzate” che che nella geometria della Tartaruga emergono in forme che sono sia concrete che *utili*. Fra queste, quelle che ricadono nel

I comandi FORWARD e BACK fanno muovere la tartaruga in linea retta lungo la propria direzione che sta puntando: cambia la posizione mentre la direzione rimane invariata. Ci sono altri due comandi che invece influiscono sulla direzione ma non sulla posizione: RIGHT e LEFT fanno girare la Tartaruga su se stessa, cambiandone la direzione di puntamento ma non la posizione. Come nel caso dell'istruzione FORWARD, RIGHT e LEFT richiedono un numero che determina l'entità della rotazione. Un adulto interpreta immediatamente tale numero come l'angolo di rotazione espresso in gradi. Per i bambini invece questi numeri devono essere esplorati attraverso il gioco.

Per disegnare un quadrato si può usare questo codice:

---

dominio dell'analisi matematica sono particolarmente importanti.

Esempio 1: Integrazione. La geometria della Tartaruga apre la strada al concetto di integrale di linea attraverso le frequenti occasioni in che la Tartaruga ha di integrare qualche quantità mentre si muove. Di solito la prima circostanza in cui i bambini si imbattono compare con la necessità di di tenere traccia della somma delle rotazioni o della lunghezza totale percorsa. Un'eccellente progetto è quello dove si simulano i tropismi che inducono gli animali a cercare condizioni quali calore, luce, concentrazione di cibo, rappresentate mediante funzioni della posizione. Capita facilmente di confrontare due algoritmi per integrare una quantità lungo il percorso della Tartaruga. Una versione semplice dell'integrazione si può realizzare inserendo nel programma una singola linea del tipo CALL (TOTAL + FIELD) “TOTAL”, che significa: prendi la quantità che si chiama “TOTAL”, aggiungile la quantità FIELD e al risultato ridai il nome TOTAL. Questa versione ha un “difetto” ([NdR] *bug*) che si manifesta quando i segmenti percorsi dalla Tartaruga sono troppo lunghi oppure sono variabili. Risolvendo problemi del genere lo studente ha modo di avvicinarsi ad un concetto di integrale progressivamente più sofisticato.

La precoce introduzione di una versione semplificata dell'integrazione lungo un percorso illustra il rovesciamento di quello che sembrerebbe l'ordine pedagogico “naturale”. Nel curriculum tradizionale, l'integrale di linea è un argomento avanzato al quale gli studenti arrivano dopo essere stati indotti per vari anni a interpretare l'integrale definito come l'area sotto una curva, un concetto che sembra attagliarsi meglio alla tecnologia della carta e della matita. Ma il risultato è quello di di sviluppare una visione fuorviante dell'integrale che causa in molti studenti un senso di smarrimento quando incontrano integrali per i quali l'immagine dell'area sotto una curva è decisamente inappropriata.

Esempio 2: Equazioni differenziali. Un progetto che colpisce molto gli studenti è quello della Tartaruga con Sensore Tattile ([NdR] *Touch Sensor Turtle*. I codici seguenti vanno letti in maniera indicativa, verranno compresi completamente più avanti nel manuale). La versione più semplice è di questo tipo:

```
TO BOUNCE
REPEAT                 ; Ciclo sulle istruzioni seguenti
 FORWARD 1             ; La Tartaruga continua a muoversi
 TEST FRONT.TOUCH      ; Controlla se sta battendo in qualcosa
 IFTRUE RIGHT 180      ; Se sì torna indietro
END
```

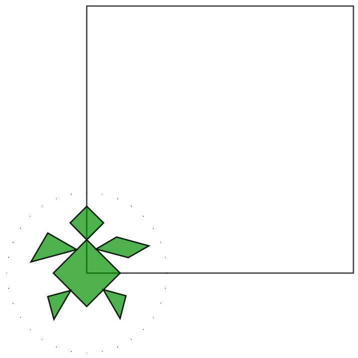
Questo codice fa sì che la tartaruga torni indietro quando batte in un oggetto. Una versione più sofisticata e più istruttiva è questa:

```
TO FOLLOW
REPEAT
  FORWARD 1
  TEST LEFT.TOUCH      ; Sta toccando l'oggetto?
  IFTRUE RIGHT 1       ; È troppo vicino: mi allontano
  IFTRUE LEFT 1        ; È troppo lontano: mi avvicino
END
```

Questo codice fa circumnavigare la Tartaruga intorno ad un oggetto di qualsivoglia forma, una volta che essa si trova con il suo lato sinistro a contatto dell'oggetto (e che l'oggetto e le irregolarità del suo contenuto siano grandi rispetto alla Tartaruga).

L'aspetto interessante di questi codici è quello di essere “locale”. Un comportamento “non locale” lo avremmo ottenuto per esempio se, dovendo circumnavigare un oggetto quadrato di lato pari a 150 passi, fossero state usate istruzioni del tipo FORWARD 150. Un approccio del genere manca di generalità: con altri oggetti potrebbe non funzionare. Invece i codici precedenti lavorano con piccoli passi decisi solo in base alle condizioni che si verificano nelle immediate vicinanze della Tartaruga. Invece dell'operazione “globale” FORWARD 150 usano solo operazioni “locali” come FORWARD 1. In questo modo si impiega un concetto fondamentale della nozione di equazione differenziale. Ho visto bambini della scuola primaria capire perfettamente perché le equazioni differenziali sono la forma naturale delle leggi del moto. Anche questo è un esempio eclatante di inversione pedagogica: la potenza delle equazioni differenziali è compresa prima del formalismo dell'analisi matematica. Molte delle idee matematiche suggerite dalla Tartaruga sono riunite in H. Abelson e A. diSessa, *Turtle Geometry: Computation as a Medium for*

```
FORWARD 100
RIGHT 90
FORWARD 100
RIGHT 90
FORWARD 100
RIGHT 90
FORWARD 100
RIGHT 90
```

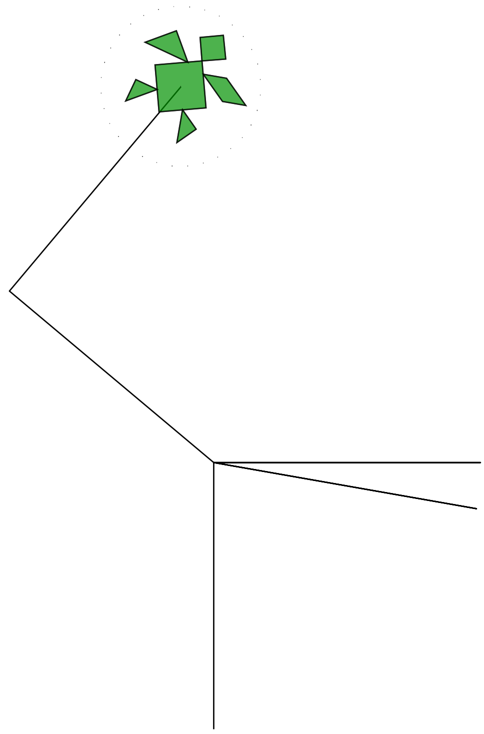


Quello che segue è invece la trascrizione di un frammento dei tentativi di un bambino:

```
FORWARD 100
RIGHT 100
FORWARD 100
BACK 100

RIGHT 10
LEFT 10
LEFT 10
FORWARD 100
RIGHT 100
LEFT 10

RIGHT 100
LEFT 10
FORWARD 100
RIGHT 40
FORWARD 100
RIGHT 90
FORWARD 100
```



Exploring Mathematics (Cambridge, MIT CERCARE!!!).

Esempio 3: Invarianti Topologici. Supponiamo che la Tartaruga giri intorno a un oggetto sommando via via gli angoli delle deviazioni, contando positivamente le deviazioni destre e negativamente quelle sinistre. Il risultato finale sarà sempre pari a 360° indipendentemente dalla forma dell'oggetto. Vedremo che questo *Total Turtle Trip Theorem* è tanto utile quanto bello.

Poiché imparare a controllare la Tartaruga è come imparare una lingua in questo modo si fa leva sulla capacità e l'inclinazione dei i bambini per l'espressione verbale. E siccome quelli che si devono dare alla tartaruga sono comandi, si fa leva sull'inclinazione dei bambini a impartire comandi. Per fare disegnare un quadrato alla Tartaruga, si può provare a camminare lungo il contorno di un quadrato immaginario e poi descrivere le operazioni fatte utilizzano la Lingua della Tartaruga. E così facendo, si fa leva sulle capacità motorie dei bambini e sul piacere che provano nel muoversi. È un modo di impiegare la “geometria del corpo” propria del bambino come un punto di partenza per raggiungere la geometria formale.

L'obiettivo delle prime esperienze dei bambini nell'ambiente di apprendimento della Tartaruga non è quello ci imparare regole formali ma di sviluppare nuovi modi di concepire i propri movimenti. Tali modi sono esprimibili nella Lingua della Tartaruga e in questa diventano “programmi”, “procedure” o “equazioni differenziali”. Proviamo a guardare più da vicino come un bambino, che abbia già imparato a muovere la Tartaruga in linea retta per disegnare quadrati, triangoli e rettangoli, possa imparare a farle disegnare un cerchio.

Immaginiamo – cosa che ho osservato un centinaio di volte – un bambino che domandi: “Come faccio a fare un cerchio con la Tartaruga?” L'insegnante, nell'ambiente Logo, non dà la risposta a domande del genere bensì introduce il bambino a un metodo per risolvere non solo questo problema ma anche un'intera categoria di altri problemi. Il metodo si può riassumere in una frase: “Gioca con la Tartaruga.” Il bambino viene incoraggiato a muoversi come farebbe la Tartaruga sullo schermo per ottenere il disegno desiderato. Per il bambino che vuole disegnare un cerchio, l'atto di provare a muoversi circolarmente potrebbe tradursi nella descrizione seguente: “Quando ti muoviin cerchio tu fai un piccolo passo e poi giri subito un poco. E continui a fare sempre così.” Una volta giunti ad un a simile descrizione, la formulazione nella Lingua della Tartaruga viene spontanea:

```
REPEAT [ FORWARD 1 RIGHT 1 ]
```

Qualche bambino meno esperto potrebbe necessitare di ulteriore aiuto. Ma questo aiuto non dovrebbe consistere nella spiegazione di come fare a disegnare il cerchio bensì nell'insistere sul metodo, che concerne (oltre il consiglio di “giocare con la Tartaruga”) nello sviluppare una forte connessione fra l'attività personale e la creazione di conoscenza formale.

Nella *Mathland* della Tartaruga, le immagini antropomorfiche facilitano il trasferimento di conoscenza dai contesti famigliari a quelli nuovi. Per esempio, la metafora che si usa per ciò che viene usualmente detto “programmare il computer” è insegnare una nuova parola alla Tartaruga. Un bambino che voglia disegnare molti quadrati può insegnare alla Tartaruga un nuovo comando che ingloberà la sequenza di sette comandi necessari per disegnare un quadrato. Questo si può fare in vari modi:

```
TO QUADRATO_1
  FORWARD 100
  RIGHT 90
  FORWARD 100
  RIGHT 90
  FORWARD 100
  RIGHT 90
  FORWARD 100
END
```

```
TO QUADRATO_2
  REPEAT 4 [
    FORWARD 100
    RIGHT 90
  ]
END
```

```
TO QUADRATO_3 LATO
  REPEAT 4 [
    FORWARD LATO
    RIGHT 90
  ]
END
```

Analogamente si può fare per il triangolo equilatero:

```
TO TRIANGOLO_1
  FORWARD 100
  RIGHT 120
  FORWARD 100
  RIGHT 120
  FORWARD 100
END
```

```
TO TRIANGOLO_2
  REPEAT 3 [
    FORWARD 100
    RIGHT 120
  ]
END
```

```
TO TRIANGOLO_3 LATO
  REPEAT 3 [
    FORWARD LATO
    RIGHT 120
  ]
END
```

Questi codici ottengono effetti quasi eguali ma il lettore appena un po' più esperto noterà delle differenze. La più ovvia è che alcuni di questi codici consentono di diesgnare figure di dimensioni diverse ([NdR] quelle che utilizzano la variabile LATO): in questi casi i comandi per disegnare un quadrato sono QUADRATO_2 50 oppure QUADRATO_2 100, ad esempio, anziché semplicemente QUADRATO_1. Una differenza più sottile che alcuni dei codici, dopo avere disegnato la figura, lasciano la Tartaruga nello stato in cui si trovava all'inizio ([NdR] stessa posizione e stessa direzione di puntamento). Codici che utilizzano questi accorgimenti sono molto più facili da leggere e da usare in una varietà di contesti. E allorché i bambini si rendono conto di questi particolari imparano due fatti importanti. In primo luogo assimilano un "principio matetico" generale, imparando a lavorare per componenti per favorire la modularità. In secondo luogo alla fondamentale idea di "stato".

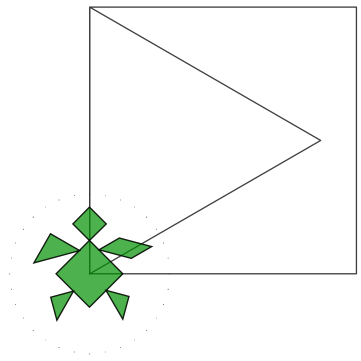
La medesima strategia di muovere dal famigliare allo sconosciuto porta lo studente in contatto con alcune idee generali forti: per esempio l'idea di organizzazione gerarchica (della conoscenza, delle organizzazioni, di un organismo), l'idea di pianificazione in un progetto e la nozione di *debugging*[28].

Non è che ci sia bisogno di un computer per disegnare un triangolo o un quadrato. Carta e matita bastano. Ma una volta che i codici per disegnare queste figure sono stati predisposti, questi diventano mattoni per costruire altre cose che consentono di creare nel bambino gerarchie di conoscenza. In tale processo si sviluppano capacità intellettuali importanti – un aspetto che si palesa guardando alcuni progetti che i bambini intraprendono spontaneamente dopo alcune sedute di lavoro con la tartaruga. Molti bambini si sono comportati in maniera simile a Pamela, che aveva iniziato insegnando al computer a fare quadrati e triangoli come abbiamo visto prima. Successivamente di è resa conto ti poter costruire una casa ponendo un triangolo sopra a un quadrato. Ecco il suo primo tentativo[29]:

28 [NdR] Abbiamo accennato a un metodo di *debugging* in LibreLogo a pag. 81.

29 [NdR] A differenza del testo originale, dove è implicito che i comandi QUADRATO e TRIANGOLO facciano riferimento ad alcuni dei codici scritti nella pagine precedenti, riscriviamo qui il codice completo per chiarezza, e in maniera che possa essere copiato e eseguito in un altro documento, per chi voglia sincerarsi da se.

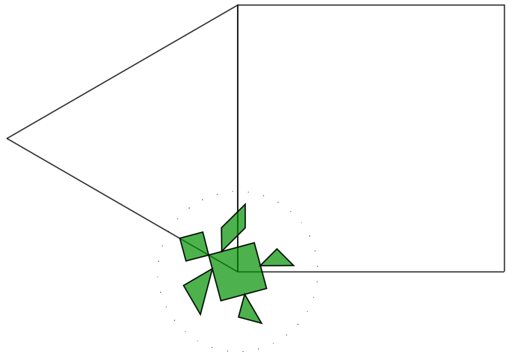
```
TO QUADRATO
	REPEAT 4 [
		FORWARD 100
		RIGHT 90
	]
END
TO TRIANGOLO
	REPEAT 3 [
		FORWARD 100
		RIGHT 120
	]
END
TO CASA
	QUADRATO
	TRIANGOLO
END
CASA
```



L'ultimo comando del codice è CASA ed è quello che di fatto la disegna, però il tetto è entrato in casa invece di stare sopra!

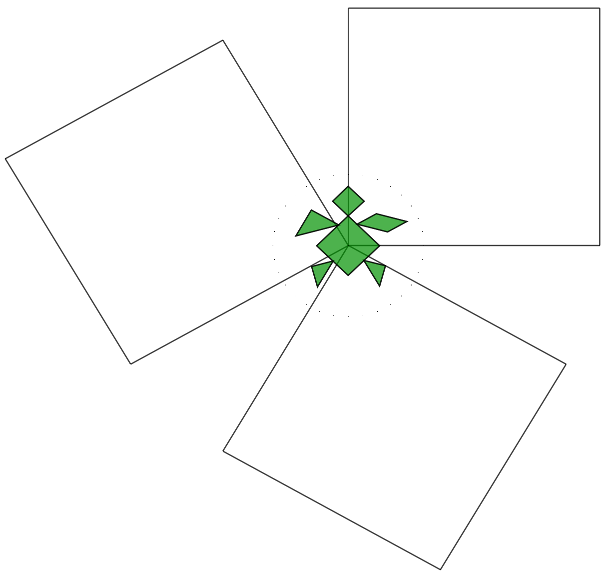
Tipicamente, in un'ora di matematica, la reazione di un bambino ad un errore sarebbe quella di *dimenticarlo* prima possibile. Invece nell'ambiente Logo, il bambino non è criticato per per l'errore del disegno. Il processo di *debugging* fa normalmente parte del processo di comprensione di quello che fa un codice. I programmatori sono incoraggiati a studiare il difetto (*bug*) anziché a dimenticare l'errore. E nel contesto della Tartaruga ci sono buone ragioni per studiare il problema, perché il premio è dato dall'ottenimento del risultato.

Il problema può essere risolto in vari modi. Pamela ne scoprì uno giocando con la Tartaruga. Ripercorrendo il cammino della Tartaruga si rese conto che il triangolo era entrato in casa perché il movimento di rotazione nel disegno del triangolo era volto a destra. Così le venne in mente di sostituire le rotazioni destre con rotazioni sinistre nella costruzione del triangolo, risolvendo così il problema. Un altro modo per risolvere lo stesso problema può essere quello di inserire un'istruzione LEFT 30 fra le istruzioni QUADRATO e TRIANGOLO. In ambedue i casi si ottiene il risultato corretto:

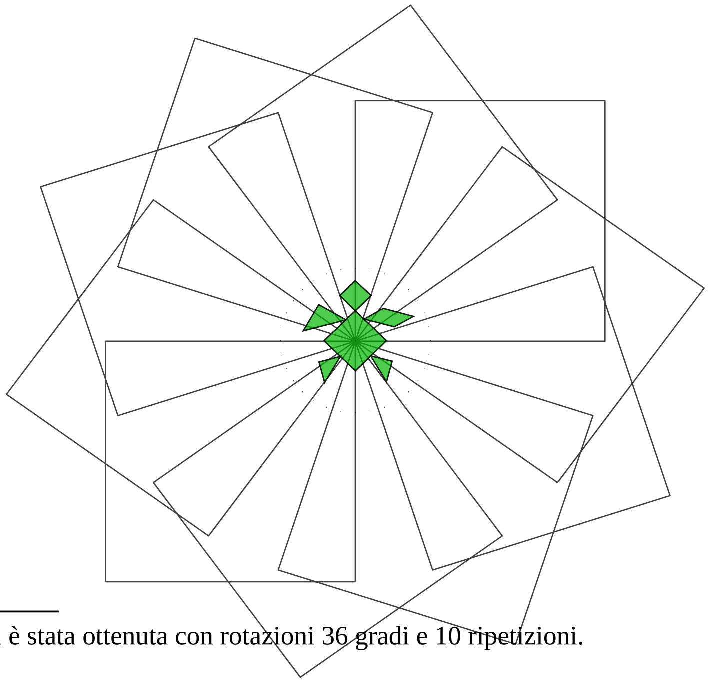


Lo studente si rende conto del progresso ma vede anche che le cose non sono mai del tutto giuste o o del tutto sbagliate, piuttosto si aggiustano in modo continuo. La casa ora è meglio di prima ma c'è ancora un difetto. Giocando ancora un po' con la Tartaruga ci si rende conto che se si inserisce un'istruzione RIGHT 90 prima di CASA, la figura si raddrizza.

Ci sono bambini che usano comporre disegni concreti, come può essere quella della casa. Altri invece preferiscono produrre effetti astratti. Per esempio, se si dà il comando QUADRATO seguito da RIGHT 120, e si ripete la stessa sequenza per altre due volte si ottiene questa figura:



Basta poi cambiare l'angolo di rotazione fra un quadrato e l'altro per ottenere una varietà di effetti[30]:



30 [NdR] Questa figura è stata ottenuta con rotazioni 36 gradi e 10 ripetizioni.

Questi esempi mostrano come i principi di continuità e di potenza[31] aiutino l'apprendimento con la geometria della Tartaruga. Ma noi volevamo ottenere anche qualcos'altro, ovvero aprire delle porte intellettuali al fine di svelare importanti idee forti. Anche solo disegnando semplici figure, quali questi quadrati e stelle, con la Tartaruga si sono evidenziate alcune idee importanti: angoli, ripetizioni controllate, operatori di cambiamento di stato. Per avere una visione più sistematica di quello che i bambini imparano con la Tartaruga iniziamo distinguendo fra due tipi di conoscenze. La prima è *matematica*: le Tartarughe sono solo un aspetto di un ampio territorio matematico, la geometria della Tartaruga, un tipo di geometria che si impara facilmente e che è portatrice di di idee matematiche molto generali. L'altro tipo di conoscenza è *matetico*: conoscenza dell'apprendimento. Prima considereremo l'aspetto matetico dell'esperienza con la tartaruga poi ci volgeremo agli aspetti più tecnici sul versante matematico. Naturalmente le due questioni si sovrappongono in parte.

Abbiamo introdotto la geometria della Tartaruga in relazione a un principio matetico fondamentale: comprendere effettivamente quello che si impara. Ricordiamoci il caso di Jenny, la quale, sebbene possedesse i requisiti concettuali per definire sostantivi e verbi, non poteva imparare la grammatica perché non riusciva a identificarsi con l'obiettivo. In questo senso fondamentale la grammatica per lei non aveva senso. La geometria della Tartaruga è stata progettata specificamente affinché i bambini vi potessero trovare un senso, per essere qualcosa che avrebbe potuto risuonare con la loro percezione di cosa fosse per loro importante. Ed è stata progettata per aiutare i bambini a sviluppare una strategia matetica: per imparare qualcosa occorre prima capirla.

L'episodio del cerchio disegnato con la Tartaruga illustra l'*apprendimento sintonico*[32]. Questo termine, preso in prestito dalla psicologia clinica, sta in contrapposizione con l'apprendimento dissociato di cui abbiamo già discusso. Talvolta il termine viene usato con degli specificatori che denotano certi tipi di sintonicità. Ad esempio, il cerchio della Tartaruga è sintonico per il corpo[33] perché tale cerchio è saldamente collegato alla percezione fisica dei propri corpi da parte del bambino. Oppure è anche sintonico per l'ego[34] perché è coerente con la percezione di sé propria dei bambini, come persone con intenzioni, obiettivi, desideri, preferenze e avversioni. Un bambino che disegna un cerchio con la Tartaruga vuole disegnare un cerchio; quando ci riesce è orgoglioso e eccitato.

La geometria della Tartaruga si impara bene perché è sintonica. E questo aiuta anche nell'apprendimento di altre cose perché incoraggia l'uso consapevole e deliberato di strategie matematiche di *problem solving*. Il matematico George Polya[35] è noto per avere proposto dei metodi

31 [NdR] Introdotti a pag. 23-2. Principio di continuità: la matematica proposta deve essere in continuità con altre conoscenze, dalle quali possa ereditare un senso di familiarità e valore, insieme a competenza “cognitiva”. Principio di potenza: dare allo studente il potere di affrontare progetti personali significativi, altrimenti impossibili.

32 L'espressione “ego-sintonico” è stata usata da Freud. È un “termine usto per descrivere istinti e idee che sono accettabili per l'ego, ovvero compatibili con l'integrità dell'ego e con le sue esigenze. (Vedi J. Laplanche e J.B. Pontalis, *The language of Pshicoanalisys* (New York: Norton, 1973).

33 [NdR] Body syntonic.

34 [NdR] Ego syntonic.

35 G. Polya, *How to Solve it* (Garden City, N.Y.: Doubleday-Anchor, 1954); *Induction and Analogy in Mathematics* (Princeton, N.Y.: Princeton University Press, 1954); and *Patterns of Plausible Inference* (Princeton, N.Y.:

generali per risolvere i problemi. Alcune delle strategie proposte con la geometria della Tartaruga sono casi particolari dei suggerimenti di Polya. Per esempio, Polya raccomanda che che tutte le volte che si trova davanti a un problema, si dovrebbe scorrere mentalmente una lista didomande euristiche: questo problema può essere suddiviso in altri problemi più semplici? Può essere collegato ad altri problemi che so già risolvere? La geometria della Tartaruga conduce naturalmente a porsi domande di questo tipo. La chiave per scoprire come fare un cerchio con la Tartaruga è quella di rifarsi a un problema la cui soluzione è invece ben nota – il problema di camminare in cerchio. La geometria della Tartaruga favorisce l'abilità di suddividere e ridurre le difficoltà. Per esempio, per fare la CASA sono stati fatti prima il QUADRATO e il TRIANGOLO. Insomma, io credo che la geometria della Tartaruga interpreta così bene i principi di Polya che il modo migliore per spiegarli agli studenti sia quello di introdurli mediante la Tartaruga. In questo modo la Tartaruga costituisce un metodo per insegnare le strategie euristiche per la soluzione dei problemi.

In seguito alla notorietà di Polya, molti hanno esortato gli insegnanti a porre maggiore enfasi sui procedimenti euristici oltre che sui contenuti. Il fallimento di quest'idea nel sistema di istruzione può essere spiegato parzialmente dalla scarsità di situazioni idonee nelle quali gli studenti possano incontrare e approfondire modelli di conoscenza euristica[36]. La geometria della Tartaruga non è solo ricca di spunti di questo genere ma aggiunge elementi nuovi ai consigli di Polya: per risolvere un problema cerca qualcosa di simile che già conosci. Il consiglio è astratto; la geometria della Tartaruga lo trasforma in un principio concreto, procedurale: *gioca con la Tartaruga*. *Prova da te*. Una fonte quasi inesauribile di situazioni simili è a disposizione perché queste sono tratte dai propri comportamenti, dal proprio corpo. Ogni volta che abbiamo un problema possiamo giocare con la Tartaruga. In questo modo di riportano i consigli di Polya sulla terra. La geometria della Tartaruga costituisce un ponte per il pensiero di Polya. Il bambino che ha lavorato estesamente con la Tartaruga è convinto che serva “cercare qualcosa di simile” perché ha funzionato spesso. Su questi successi si costruiscono la confidenza e le competenze necessari per applicare il medesimo principio anche nella matematica scolastica, dove le similarità sono meno evidenti. Infatti, nella matematica scolastica, sebbene tratti concetti elementari, è difficile applicare i consigli di Polya.

L'aritmetica non è adatta per l'introduzione del pensiero euristico. Invece la geometria Turtle è eccellente per questo. Grazie alle qualità di sintonicità, imparando a far disegnare la Tartaruga forma nel bambino un modello di apprendimento che è molto diverso da quello dissociato descritto da Bill, in V primaria, descrivendo lo studio delle tabelline a scuola: “Impari questa roba azzerando il cervello ripetendo ancora e ancora finché non la sai.” Bill aveva speso un bel po' di tempo a studiare le tabelline. I risultati erano scarsi, accuratamente documentati da Bill, con la descrizione della sua esperienza. Non riusciva a imparare a causa della assenza di ogni relazione con il contenuto che si era imposto – o piuttosto, perché aveva adottato la peggiore relazione, ovvero la dissociazione, quale strategia di apprendimento. I suoi insegnanti pensavano che “avesse poca memoria” e avevano anche discusso di un possibile problema cerebrale. Ma Bill conosceva un gran numero di canzoni popolari che non aveva difficoltà a ricordare.

Le teorie in voga intorno alla separazione delle funzioni cerebrali potrebbero suggerire che Bill

---

Princeton, 1969).

36 [NdR] Viene in mente qui la lezione di Emma Castelnuovo, con le sue proposte didattiche dove si illustrano concetti matematici mediante semplici laboratori realizzati con “materiali poveri”. Vedi ad esempio E. Castelnuovo, *L'Officina Matematica*, Edizioni La Meridiana, Molfetta /BA), 2008.

avesse un deficit di memoria specificamente per i numeri. Tuttavia il ragazzo si ricordava facilmente di altre migliaia di numeri, prezzi e date. La differenza fra ciò che ricordava e ciò che non ricordava non dipendeva dal contenuto ma dalla propria relazione con esso. La geometria della Tartaruga, in virtù della sua connessione con il ritmo e il movimento richiesto nella vita quotidiana, consentiva a Bill di collegarla più alle canzoni che alle tabelline. I suoi progressi furno spettacolari. Attraverso la geometria della Tartaruga la conoscenza matematica che fino ad allora Bill aveva rifiutato, fece comparsa nel suo mondo.

Passiamo ora dalle considerazioni matetiche a quelle matematiche. Che matematica si impara quando con la geometria della Tartaruga? Ai fini della presente discussione distinguiamo tre tipi di conoscenza matematica, ciascuna delle quali si avvantaggia del lavoro con la Tartaruga. In primo luogo c'è il corpo di conoscenze noto come “matematica scolastica”, che è stato selezionato esplicitamente (nella mia opinione soprattutto in virtù di accidenti storici) come il “nucleo” della matematica di base che tutti i cittadini dovrebbero conoscere. Poi c'è quella che chiamo “protomatematica” che la matematica scolastica presuppone pur non menzionandola esplicitamente nei curricoli tradizionali. Parte di tale cultura ha natura “sociale”: per esempio la conoscenza che attiene al perché si debba studiare matematica e cosa significhi capirla. Altre conoscenze in questa categoria sono quelle messe in evidenza dall'epistemologia genetica[37] a proposito della formazione: principi deduttivi quali la transitività, le conservazioni, la logica intuitiva della classificazioni e via dicendo. Infine, la terza categoria è costituita dalla conoscenza che non è coperta dalla matematica scolastica né è presupposta da questa ma che che dovrebbe far parte del bagaglio intellettuale di un cittadino istruito del futuro.

Io penso che la comprensione delle relazioni fra i sistemi geometrici euclideo, cartesiano e differenziale faccia parte di questa terza categoria. Disegnare un cerchio con la Tartaruga è molto più che un “modo intuitivo” di disegnare cerchi, perché pone il bambino in contatto con un insieme di idee che stanno alla base dell'analisi matematica. Questo fatto può non essere evidente per persone il cui unico contatto con l'analisi ha avuto luogo nella scuola superiore o in qualche corso all'università, nella forma di certe manipolazioni formali di simboli. Il bambino che ha disegnato il cerchio con la Tartaruga non ha imparato qualcosa sul *formalismo* dell'analisi, per esempio che la derivata di x^n è nx^{n-1}, ma qualcosa sul suo impiego e sul suo *significato*. Infatti il codice per disegnare il cerchio con la Tartaruga conduce a un formalismo alternativo di quelle che sono tradizionalmente chiamate “equazioni differenziali” ed è un veicolo efficace delle idee che soggiaciono al differenziale. Questo è il motivo per cui si possono capire così tante cose con la Tartaruga; *il codice del cerchio rappresenta un'analogia intuitiva dell'equazione differenziale, un concetto che appare in quasi tutti gli esempi di matematica applicata tradizionale*.

La potenza del calcolo differenziale risiede molto nella capacità di descrivere le variazioni in base a ciò che accade nelle loro immediate vicinanze. È questa caratteristica che ha consentito a Newton di descrivere il moto dei pianeti. Via via che questi tracciano l'orbita, sono le condizioni locali nel luogo dove si trova il pianeta che determinano il suo prossimo passo. Nelle nostre istruzioni della Tartaruga, FORWARD 1 RIGHT 1, ci si riferisce solo al luogo dove si trova la Tartaruga e a quello dove si troverà il momento dopo. Questo è quello che rende un'equazione *differenziale*. In ciò non vi è alcun riferimento a luoghi remoti rispetto al percorso. La Tartaruga vede il cerchio cammin

37 L'epistemologia genetica è stata creata da Jean Piaget per descrivere la genesi della conoscenza nel bambino.

facendo, nell'immediata vicinanza, ed è cieca rispetto a tutto il resto che si trova più lontano. Questa proprietà è così importante che i matematici hanno un nome per essa: la geometria della Tartaruga è “intrinseca”. Lo spirito della geometria differenziale intrinseca si palesa quando si considerano i diversi modi di concepire una curva, ad esempio il cerchio. Per Euclide la caratteristica che definisce il cerchio è la distanza costante dei suoi punti da un altro punto, il centro, che però non fa parte di esso. Nella geometria di Cartesio, in questo caso più similmente a Euclide che che alla Tartaruga, i punti del cerchio sono caratterizzati dalla loro distanza rispetto a qualcos'altro, vale a dire dai due assi perpendicolari delle coordinate. Così, per esempio, un cerchio è definito da:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

Nella geometria della Tartaruga un cerchio è definito dal fatto che questa continua a ripetere uno stesso atto: FORWARD un poco, GIRA un poco. Questa ripetizione garantisce che la curva abbia “curvatura costante”, dove di quanto si deve girare ad ogni passo.

La geometria della §Tartaruga appartiene ad una famiglia di geometrie che godono di proprietà assenti in quelle euclidea e cartesiana. Queste sono le geometrie differenziali che si sono sviluppate a partire da Newton e che hanno reso possibile gran parte della fisica moderna. Abbiamo osservato come quello delle equazioni differenziali sia il formalismo che ha consentito alla fisica di descrivere il moto di una particella o di un pianeta. Nel capitolo 5, dove descrivere questo fatto con maggiori dettagli, vedremo come questo sia anche il formalismo appropriato per descrivere il moto di un animale oppure l'evoluzione di un'economia. E arriveremo anche a capire che non è un coincidenza il fatto che la geometria della Tartaruga sia collegata sia all'esperienza di un bambino che alle principali conquiste della fisica, in quanto, la visione del moto di un bambino, sebbene meno precisa nella forma, condivide la struttura matematica dell'equazione differenziale con le leggi del moto di un pianeta che gira intorno al sole o quelle delle falene che girano introno alla fiamma di una candela. E la Tartaruga non è ne più ne meno che la ricostruzione in forma computazionale intuitiva del nucleo qualitativo di questa struttura matematica. Quando torneremo su queste idee nel capitolo 5, vedremo come la geometria della Tartaruga apra le porte alla comprensione intuitiva dell'analisi, della fisica e della modellazione matematica così come viene impiegata nelle scienze biologiche e sociali.

L'effetto del lavoro con la geometria della Tartaruga su alcuni aspetti della matematica scolastica è primariamente *relazionale* e *affettivo*: molti bambini sono venuti nel laboratorio LOGO odiando i numeri quali oggetti alieni e se ne sono andati amandoli. In altri casi il lavoro con la Tartaruga ha generato modelli intuitivi specifici per concetti matematici complessi che i bambini capiscono con difficoltà. Un esempio semplice è l'uso dei numeri per misurare gli angoli. Nel contesto della Tartaruga i bambini assumono questa capacità quasi inconsapevolmente. Tutti – inclusi alcuni bambini di prima e molti di terza con cui abbiamo lavorato – escono dall'esperienza con una percezione migliore di cosa significhi 45 gradi, o 10 o 360, di quella della maggioranza degli studenti di scuola media. Così si ritrovano preparati meglio per affrontare tutti i vari argomenti formali – geometria, trigonometria, disegno geometrico ecc. - nei quali il concetto di *angolo* gioca un ruolo centrale. Ma sono preparati anche per qualcos'altro, ovvero un aspetto delle misure angolari nella nostra società nei confronti della quali la matematica scolastica è sistematicamente cieca.

Una delle rappresentazioni più diffuse dell'idea di angolo nelle vite dei contemporanei si trova nella navigazione. Milioni di persone vanno in barca, in aeroplano o leggono mappe[38]. Per la maggior parte queste attività *comuni* e la *morta* matematica scolastica. Abbiamo messo in evidenza come l'uso della Tartaruga quale veicolo dell'idea di angolo si colleghi saldamente alla geometria del corpo. Abbiamo chiamato questa caratteristica sintonicità del corpo. Qui scopriamo una *sintonicità culturale*: la Tartaruga connette l'idea di angolo alla navigazione, attività che è fermamente e positivamente radicata nella cultura extrascolastica di molti bambini. E via via che i computer si diffonderanno nel mondo, la sintonicità culturale della geometria della Tartaruga sarà sempre più forte[39].

Un secondo concetto matematico la cui comprensione è facilitata dalla Tartaruga è l'idea di *variabile*: l'idea di usare un simbolo per dare un nome a un'entità sconosciuta. Per apprezzare questo contributo della Tartaruga estendiamo il codice per il cerchio in modo da disegnare delle spirali.

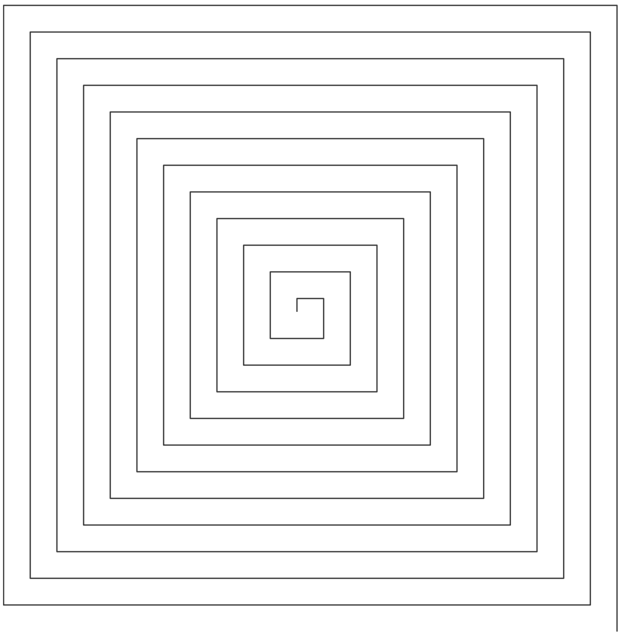


Figura 2: Spirale 1 - si incrementa progressivamente il passo

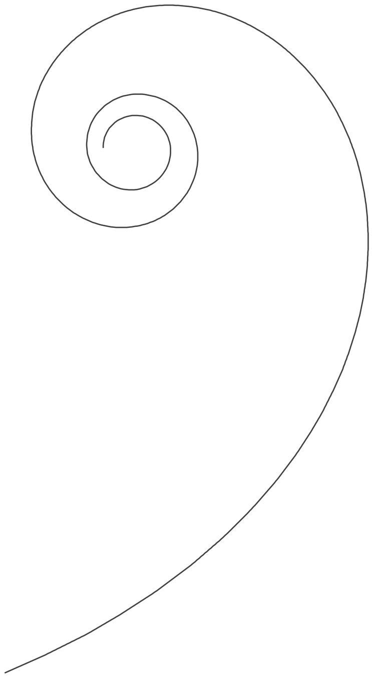


Figura 1: Spirale 2 - si decrementa progressivamente l'angolo

Guardiamo per esempio la spirale a destra. Come nel caso del cerchio, anche questa può essere disegnata in accordo con la prescrizione: procedi un poco, gira un poco. La differenza è che nel cerchio “è sempre lo stesso” la spirale diventa sempre più piatta, “meno curva”, procedendo verso l'esterno. Il cerchio è una curva con curvatura costante. La curvatura della spirale diminuisce andando verso l'esterno[40]. Per camminare lungo una spirale uno potrebbe fare un passo, girare un

38 [NdR] Oggi questo tipo di esperienza è enormemente e (per Papert) imprevedibilmente ampliata, includendo le varie forme di navigatori satellitari e la disponibilità ubiquitaria nei computer, tablet o smartphone di potentissimi software e servizi Web di tipo geografico o astronomico.

39 [NdR] Purtroppo è andata diversamente. La geometria della Tartaruga, sebbene si trovi all'origine della creazione e della diffusione di Scratch, ha perso la forza di questo specifico messaggio che Papert si auspicava.

40 [NdR] Lasciamo al lettore l'esercizio di scrivere il codice per ottenere questa spirale e giocare provando a variarne

poco, fare un altro passo uguale, girare un poco ma ogni volta appena un po' meno (oppure facendo ogni volta un passo appena un po' più lungo. Per tradurre questo comportamento in istruzioni da dare alla Tartaruga, è necessario avere un modo per esprimere il fatto che abbiamo a che fare con una quantità *variabile*. In principio se ne potrebbe fare a meno ma scrivendo un codice molto lungo:

```
TO SPI_1
FORWARD 5
RIGHT 90
FORWARD 15
RIGHT 90
FORWARD 20
RIGHT 90
FORWARD 25
RIGHT 90
FORWARD 30
RIGHT 90
FORWARD 35
RIGHT 90
FORWARD 40
RIGHT 90
FORWARD 45
RIGHT 90
FORWARD 50
RIGHT 90
FORWARD 55
RIGHT 90
FORWARD 60
RIGHT 90
FORWARD 65
RIGHT 90
ecc.
```

```
TO SPI_2
FORWARD 1
RIGHT 5
FORWARD 1
RIGHT 5 * .995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995*.995*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995
FORWARD 1
RIGHT 5*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995*.995
ecc.
```

Come NON disegnare spirali

Qui, per la spirale di destra, abbiamo specificato esattamente dopo ogni passo di quanto deve girare la Tartaruga. Questo è noioso[41]. Un metodo migliore è quello di usare il concetto di nome simbolico mediante una variabile, una delle idee matematiche più potenti che siano mai state inventate.

Nella Lingua della Tartaruga le variabili sono presentate nella forma di un mezzo di comunicazione. Quello che noi vogliamo dire alla Tartaruga è: “Vai avanti di un piccolo passo, quindi gira un po', ma non so di quanto ora perché sarà sempre di una quantità differente.” Per disegnare la spirale di sinistra diremmo: “fai un passo, che però sarà ogni volta differente, e poi gira di 90.” Nel linguaggio matematico il trucco per dire qualcosa del genere è quello di inventare un nome per “la quantità che ora non ti posso dire”. Il nome potrebbe essere una lettera, come *X*, o potrebbe essere una parola intera, come ANGOLO o DISTANZA. (Uno dei contributi minori della cultura computazionale alla matematica è l'abitudine di usare per i nomi delle variabili parole che facilitino la memorizzazione

parametri.

41 [NdR] E, alla lunga, impossibile. Se volessimo scrivere il codice aggiustando i parametri in maniera da iniziare da molto piccola, avvolgendosi fittamente, diverrebbe presto impossibile scrivere tutto il codice.

invece di singole lettere.) Per applicare l'idea di variabile, la Lingua della Tartaruga consente di creare “procedure con un ingresso (*input*)”[42]. Queste si ottengono scrivendo per esempio:

```
TO PASSO DISTANZA
        FORWARD DISTANZA
        RIGHT 90
END
```

Se in un frammento di codice introduciamo l'istruzione **PASSO 100**,[43] quello che otterremo sarà che la Tartaruga andrà avanti di 100 unità di percorso e poi girerà a destra di 90 gradi. Similmente, con **PASSO 110** la Tartaruga andrà avanti di 100 unità e poi girerà di 90 gradi. Con il LOGO noi incoraggiamo i bambini a servirsi di metafore antropomorfiche: il comando PASSO dà un ordine a un aiutante (“l'uomo che fa un passo”) il cui compito è di dare alla Tartaruga due comandi, un FORWARD e un RIGHT. Ma questo aiutante non può fare il lavoro senza un altro dato – un numero da passare a un “uomo che fa il FORWARD”, per specificare quanto deve essere lungo il passo.

La procedura PASSO non è entusiasmante, ma con una piccola modifica lo può diventare. Confrontiamola con la procedura SPI_1, che è esattamente la stessa[44] eccetto che per una linea:

```
TO SPI DISTANZA
        FORWARD DISTANZA
        RIGHT 90
        SPI DISTANZA + 5
END
```

Se noi diamo il comando SPI 100 invochiamo un aiutante di nome SPI dandogli un valore in ingresso (*input*) pari a 100. L'aiutante SPI dà a sua volta tre comandi. Il primo è esattamente lo stesso di quello dell'aiutante PASSO: dì alla Tartaruga di andare avanti di 100 unità. Il secondo dice alla Tartaruga girare a destra. Anche qui nulla di nuovo. Ma il terzo contiene qualcosa di straordinario. Questo comando risulta essere SPI 105. Qual'è l'effetto? Quello di dire alla tartaruga di andare avanti di 105 unità, di girare di 90 gradi, e poi di dare il comando SPI 110. È così che si ottiene un trucco che si chiama “ricorsività”, con la quale si dà vita a un processo infinito che si realizza ad esempio con le spirali raffigurate precedentemente.

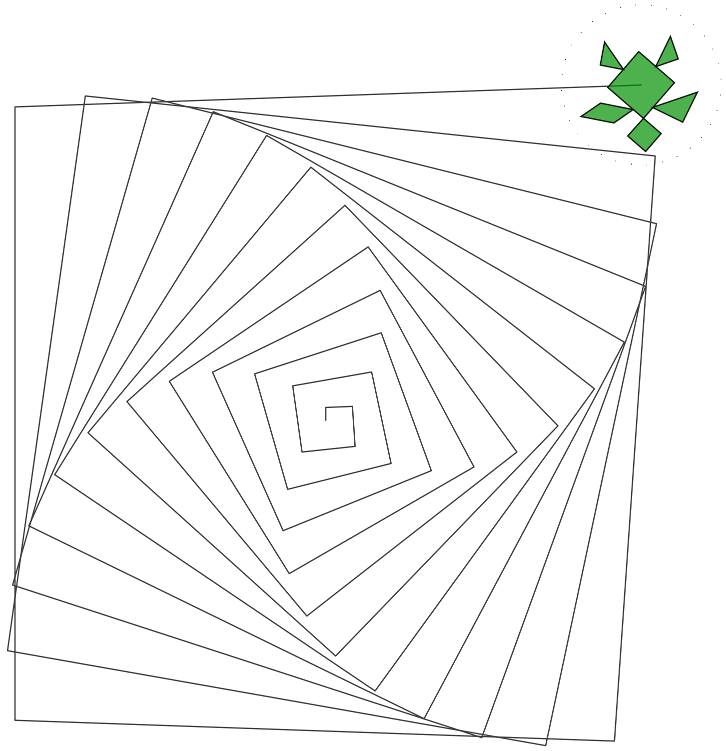
Di tutte le idee che ho presentato agli studenti, la ricorsività spicca come quello che più facilmente causa meraviglia. Io penso,in parte perché l'idea di procedere all'infinito solletica la fantasia di qualsiasi bambino, e in parte perché la ricorsività medesima ha radici nella cultura popolare. Ecco un indovinello ricorsivo: se hai un desiderio qual'è il secondo? (altri due desideri.) Oppure

42 [NdR] Queste che Papert chiama “procedure”, nel resto del manuale le abbiamo chiamate prevalentemente “subroutine”. La denominazione varia a seconda del linguaggio e del contesto. Più o meno sinonimi sono “procedure”, “subroutine”, “funzioni”, “metodi”.

43 [NdR] L'accorgimento tipografico di usare il grassetto è mio e, come in altre parti del manuale, serve a focalizzare l'attenzione sui particolari più importanti nel contesto del discorso.

44 [NdR] Nel senso che la procedura SPI_1 nella pagina precedente, è sì molto più lunga, ma contiene solo due tipi di istruzioni: FORWARD 5 e RIGHT 90.

l'immagine evocativa di un'etichetta che riporta la sua propria immagine[45]. Offrendo l'opportunità di di giocare con l'infinito si pongono i bambini in contatto con qualcosa che si avvicina ad essere un matematico. Un altro esempio di esperienza matematica viva è illustrato nella figura seguente, dove si vede come sia possibile esplorare un curioso fenomeno matematico variando l'angolo di rotazione nella procedura SPI.



Angoli vicino a 90[46] producono l'emergenza di un fenomeno sorprendente: le braccia della galassia non sono stati codificati esplicitamente nella procedura. Emergono in maniera sorprendente e spesso danno luogo a prolungate esplorazioni nel corso delle quali riflessioni di tipo numerico e geometrico si intrecciano con considerazioni estetiche.

In Logo spesso le nuove idee compaiono in risposta alla necessità di ottenere un risultato per fare qualcosa che prima non era possibile. Nel contesto scolastico tradizionale lo studente incontra la nozione di variabile in piccoli problemi come questo:

$5 + X = 8$. Quanto vale X?

Pochi bambini lo vedono come un problema personalmente rilevante, e ancora meno interpretano il metodo di soluzione come una fonte di potere. E hanno ragione. Non è che ci possono fare molto nel contesto della loro vita. In LOGO è invece molto diverso. Qui il bambino ha un obiettivo personale: quello di fare una spirale. In tale contesto l'idea di variabile è una sorgente di potere

45 [NdR] Oppure la fuga di immagini che si ottiene quando si guarda in uno di due specchi contrapposti. Il concetto di ricorsività è realmente potente. Ad esempio apre le porte al mondo dei frattali. Con Logo si possono ottenere degli effetti grafici sorprendenti e suggestivi. Approfondiremo questo tema più avanti nel manuale.

46 [NdR] Quello usato nella figura è pari a 88 gradi.

personale, potere di esaudire un desiderio altrimenti inaccessibile. Certamente, molti dei bambini che si imbattono nella nozione di variabile nel contesto convenzionale imparano a usarla efficacemente. Ma raramente nasce in loro un senso di “potere matematico”[47], nemmeno nei più bravi e più brillanti. E questo è il punto di forte contrasto fra la situazione in cui l'idea di variabile venga incontrata nella scuola tradizionale o nell'ambiente LOGO. In LOGO il concetto conferisce potere al bambino, il quale sperimenta come la matematica attivi una cultura che rende possibile ciò che prima non lo era.

Se l'uso della variabile per fare una spirale fosse stato introdotto come un esempio isolato per “illustrare” il “concetto di potere matematico” l'opportunità di agganciare l'attenzione dei bambini (come gli ingranaggi avevano agganciato la mia[48]) sarebbe occorsa casualmente e in pochi casi. Ma nella geometria della Tartaruga questo non è un episodio isolato. È il modo usuale di incontrare nuova conoscenza matematica. Il “potere matematico”, si potrebbe dire, “diviene un modo di vita”. Il senso di potenza non si associa solo metodi immediatamente applicabili come l'uso delle misure angolari o le variabili, ma anche con concetti come “teorema” o “dimostrazione” o “euristico” o “metodo di problem solving”. Usando concetti del genere il bambino sviluppa dei modi per parlare *di* matematica. Ed è su tale sviluppo dell'articolazione matematica che ora ci soffermiamo.

Consideriamo un bambino che con la Tartaruga abbia già disegnato un quadrato e un cerchio e che ora vorrebbe disegnare un triangolo che con tutti e tre i lati eguali a 100 unità. La forma di questo programma potrebbe essere:

```
TO TRIANGOLO
        REPEAT 3
        FORWARD 100
        RIGHT QUALCOSA
END
```

Ma affinché la Tartaruga disegni la figura il bambino deve dirle qualcosa di più. Qual è la quantità che abbiamo chiamato QUALCOSA? Per il quadrato avevamo istruito la Tartaruga affinché girasse di 90 gradi ad ogni vertice, con il codice seguente:

```
TO QUADRATO
        REPEAT 4
        FORWARD 100
        RIGHT 90
END
```

Qui possiamo apprezzare come il precetto di Polya, “cerca situazioni simili”, e il principio

47 [NdR] *Mathpower*.
48 [NdR] Qui Papert si riferisce alla storia che aveva narrato nell'introduzione del libro sull'interesse che gli ingranaggi avevano casualmente destato in lui quando era piccolo, un episodio che avrebbe poi funzionato da potente catalizzatore per la sua formazione.

procedurale della geometria della Tartaruga, “gioca con la Tartaruga”, possano lavorare insieme. *Cosa c'è di eguale* fra il quadrato e il triangolo? Se tracciamo il percorso che vogliamo far seguire alla Tartaruga, notiamo che in ambedue i casi questa finisce ritrovandosi nella posizione iniziale e rivolta nella stessa direzione. In altre parole, si finisce nello stato in cui eravamo partiti. E nel frattempo abbiamo fatto un giro completo. *Ciò che è diverso* nei due casi è il fatto che il giro sia stato compiuto in tre o quattro tappe. Il contenuto matematico di quest'idea è tanto ricco quanto semplice. Il fatto importante è la nozione del viaggio totale – quanto devi girare in tutto per fare il giro completo?

La cosa sorprendente è che tutti i giri completi danno lo stesso risultato, pari a 360 gradi. Le quattro rotazioni di 90 gradi del quadrato fanno 360 gradi e siccome le rotazioni hanno luogo presso i vertici, nel caso del triangolo ci sono tre rotazioni che varranno 360 gradi diviso per tre. Così la quantità che abbiamo chiamato QUALCOSA deve valere 120 gradi. Questa è l'enunciazione del “Teorema del Viaggio Totale”[49]:

> Se una Tartaruga gira intorno al contorno di qualsiasi figura, finendo nello stato iniziale, allora la somma di tutte le rotazioni sarà pari a 360 gradi.

Parte integrante della comprensione di questo risultato è avere acquisito un metodo per risolvere una ben definita classe di problemi. L'incontro del bambino con questo teorema è diverso per vari aspetti rispetto alla memorizzazione della sua controparte euclidea: “la somma degli angoli interni di un triangolo è 180 gradi.”

In primo luogo (almeno nel contesto di un computer con LOGO), il Teorema del ViaggioTotale è più potente, perché il bambino lo può usare. Secondariamente è più generale: si applica ai quadrati e alle curve come ai triangoli. Terzo, è più facilmente comprensibile. Si dimostra facilmente. Ed è più personale: lo puoi “percorrere” ed è rappresentativo di un modello per porre la matematica con la conoscenza personale.

Abbiamo visto come un bambino può servirsi del Teorema del Viaggio Totale per disegnare un triangolo equilatero. Quello che è veramente interessante è osservare come il teorema possa essere riapplicato in progetti molto più complessi. Perché ciò che conta quando un bambino si appropria di un teorema, non sta nella memorizzazione, ma nel fatto che con pochi teoremi importanti si apprezza quanto certe idee possano costituire strumenti del pensiero utili per tutta la vita. Si impara a apprezzare e rispettare la forza delle idee potenti. Si impara che l'idea più potente di tutte è l'idea di idea potente.

49 [NdR] *Total Trip Theorem*.