



UNIVERSIDAD JUÁREZ AUTÓNOMA DE TABASCO

DIVISIÓN ACADÉMICA DE INFORMÁTICA Y SISTEMAS



FUSIÓN DE CREENCIAS (UN ESTUDIO COMPARATIVO)

Trabajo recepcional bajo la modalidad de Tesis

Que para obtener el grado de

Licenciado en Sistemas Computacionales

Presenta

Maricela García Ventura

Asesora

Dra. María del Pilar Pozos Parra

Cuerpo Académico

Sistemas Inteligentes

Línea de Generación y Aplicación del Conocimiento
Optimización, Clasificación y Minería de Datos

Cunduacán, Tabasco

Junio 2010



UNIVERSIDAD JUÁREZ AUTÓNOMA DE TABASCO

DIVISIÓN ACADÉMICA DE INFORMÁTICA Y SISTEMAS



FUSIÓN DE CREENCIAS

(UN ESTUDIO COMPARATIVO)

Trabajo recepcional bajo la modalidad de Tesis

Que para obtener el grado de

Licenciado en Sistemas Computacionales

Presenta

Maricela García Ventura

Asesora

Dra. María del Pilar Pozos Parra

Revisores

Lic. Martha Patricia Silva Payró

M. en C. Cristina López Ramírez

M. en C. José Luis Gómez Ramos

M. en I.S. Homero Alpuín Jiménez

M.S.C. Oscar Alberto Chávez Bosquez

Tabla de contenido

Tabla de contenido	I
Indice de tablas	III
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Planteamiento del problema	2
1.3. Objetivo general	3
1.4. Objetivos específicos	3
1.5. Justificación	3
1.6. Metodología	5
1.6.1. Elaborar catálogo de casos característicos	5
1.6.2. Obtener resultados empleando los métodos de fusión: Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax}	5
1.6.3. Comparar resultados	5
2. Marco teórico	7
2.1. Marco referencial	7
2.2. Marco conceptual	9
3. Aplicación de la metodología y desarrollo	15
3.1. Elaboración del Catálogo	15
3.1.1. Estructura del catálogo	15
3.1.2. Ejemplos de fusión de creencias	15
3.1.3. Ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes	16
3.1.4. Ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos	17
3.1.5. Ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros	18
3.1.6. Ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa	19

3.1.7.	Ejemplo E_5 : Juicio de un homicida	20
3.1.8.	Ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos . .	21
3.1.9.	Ejemplo E_7 : Cambio de gerente	22
3.1.10.	Ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos	23
3.1.11.	Ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta	24
3.1.12.	Ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia	25
3.2.	Identificación de las funciones para implementar los métodos .	26
3.2.1.	Funciones para implementar Δ_{ps}	26
3.2.2.	Funciones para implementar Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax}	27
3.3.	Cálculo de resultados empleando los métodos de fusión: Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax}	28
4.	Pruebas y resultados	54
5.	Conclusiones y trabajos futuros	66
5.1.	Conclusión	66
5.2.	Trabajos futuros	70
	Bibliografía	70
	Glosario	73

Indice de tablas

3.1.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes	29
3.2.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes	29
3.3.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes	30
3.4.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes	30
3.5.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos	31
3.6.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos	32
3.7.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos	33
3.8.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos	34
3.9.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros	35
3.10.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros	35
3.11.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros	36
3.12.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros	36
3.13.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa	37
3.14.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa	38
3.15.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa	39
3.16.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa	40
3.17.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida	41
3.18.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida	42
3.19.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida	43
3.20.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida	44
3.21.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos	45
3.22.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos	45
3.23.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos	45
3.24.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos	46

3.25.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente	46
3.26.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente	47
3.27.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente	47
3.28.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente	48
3.29.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos	48
3.30.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos	49
3.31.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos	49
3.32.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos	49
3.33.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta	50
3.34.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta	50
3.35.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta	51
3.36.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta	51
3.37.	Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia . .	52
3.38.	Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia . .	52
3.39.	Δ_{max} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia .	52
3.40.	Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia	53
4.1.	Resultados del ejemplo E_1	54
4.2.	Resultados del ejemplo E_2	56
4.3.	Resultados del ejemplo E_3	57
4.4.	Resultados del ejemplo E_4	58
4.5.	Resultados del ejemplo E_5	60
4.6.	Resultados del ejemplo E_6	62
4.7.	Resultados del ejemplo E_7	62
4.8.	Resultados del ejemplo E_8	63
4.9.	Resultados del ejemplo E_9	64
4.10.	Resultados del ejemplo E_{10}	65
5.1.	Coincidencias entre métodos en al menos una interpretación .	68
5.2.	Errores relacionados con la tabla 5.1	69
5.3.	Coincidencias entre métodos	69
5.4.	Errores relacionados con la tabla 5.3	69

Dedicatoria

A Dios: Le doy gracias a Dios, por haberme dado la vida, salud y entendimiento para terminar una meta más en la vida y realizarme como profesionista.

A mis padres: Porque gracias a su confianza, apoyo y consejo he llegado a realizar la más grande de mis metas, mi carrera profesional; la cual constituye la herencia más valiosa que pudiera recibir de ellos con admiración y respeto.

A mi familia: Agradezco a mis hermanos y a toda mi familia; por el apoyo recibido durante mi carrera, la confianza brindada en momentos difíciles y especialmente por su cariño.

A mis abuelos: Con los que quiero compartir mi triunfo y agradecer su confianza y apoyo por el cual me han convertido en una persona de provecho, ayudándome a lograr una meta más.

A mi maestra: Quiero agradecer en especial a la Dra. Pilar; por su paciencia y conocimientos que me brindó durante el desarrollo de mi investigación; por el tiempo, confianza, dedicación y todo el apoyo incondicional depositado en mí para lograr mi formación como persona, gracias por todo.

A mis amigos: Quiero agradecer a mis amigos al término de esta etapa de mi vida y expresar un profundo agradecimiento a quienes con su ayuda, apoyo y comprensión me alentaron a lograr esta hermosa realidad.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por permitirme terminar una meta más en la vida, por darme sabiduría, inteligencia y valor para enfrentarme a lo que venga más adelante.

Doy gracias a todos mis revisores por ser parte de este trabajo y contribuir con sus ideas y conocimientos para que mi proyecto tuviera más enriquecimiento.

Agradezco a la UJAT por permitirme ser parte de ella en especial a la División Académica de Informática y Sistemas por lograr mi objetivo como profesionista.

Doy gracias a todos los profesores que de alguna manera contribuyeron en mi formación como profesionistas.

Resumen

Cuando dos o más fuentes de información (creencias) son confiables, y cada una tiene una opinión diferente de la situación, es decir, las dos opiniones se contradicen, lo mejor que podemos hacer es “fusionar” todas las opiniones en una nueva tratando de conservar tanta información de las diferentes opiniones como sea posible.

En la actualidad no existe ningún método totalmente aceptado para resolver un problema de fusión de creencias, y no se sabe qué método aplicar a un problema en particular, es por ello, que muchas personas requieren orientación antes de utilizar algún método de fusión. Este proyecto propone un estudio comparativo de operadores de fusión con la finalidad de orientar a los usuarios.

En este trabajo se comparan cuatro métodos de fusión de creencias: Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} empleando un catálogo de ejemplos encontrados en la literatura. El primer método está basado en la noción de Satisfacción Parcial, y los siguientes tres están basados en nociones de distancias. Los métodos se eligieron debido a que Δ_{Σ} y Δ_{max} son la base de la mayoría de los operadores propuestos en la literatura, Δ_{gmax} obtiene resultados satisfactorios en algunos ejemplos, y Δ_{ps} no requiere utilizar un orden parcial.

Cabe mencionar que en la literatura los operadores de fusión se describen utilizando notaciones matemáticas complejas, mientras que en esta tesis se describen de manera más simple y se muestran diez ejemplos empleando lenguaje natural. Con la recopilación de estos ejemplos encontrados en la literatura, los usuarios podrán observar los problemas contradictorios y además las conclusiones de cada método. Con la resolución de los ejemplos obtenidos mediante los cuatro métodos, el usuario podrá identificar cuál de los cuatro métodos es adecuado para resolver su problemática.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

El proceso de conocimiento que se integra y viene de diferentes fuentes ha sido investigado en la literatura extensamente. Tres enfoques a este problema han sido propuestos: la revisión, la fusión y la actualización de creencias.

Los sistemas basados en conocimiento deben ser capaces de manejar “inteligentemente” una gran cantidad de información que viene de diferentes fuentes y a diferentes tiempos, también los sistemas inteligentes deben ser capaces de enfrentarse con un mundo en constante cambio. Muchos métodos han sido propuestos en *Inteligencia Artificial (IA)* y *Bases de Datos (BD)* para modelar mundos dinámicos. Entre ellos, la revisión de creencias es uno de los marcos más acertados para tratar con mundos que cambian constantemente. [Pozos & Borja, 2007]

Las propiedades formales de la revisión de creencias han sido investigadas por Alchourrón, Gärdenfors y Makinson, quienes proponen un conjunto de postulados que definen las propiedades que un operador de revisión de creencias debe satisfacer. Entre estas propiedades, una propiedad básica de la revisión es que la nueva información es totalmente confiable y, por lo tanto, debe estar en la base de creencias revisada (las creencias obtenidas a partir del operador de revisión). [Konieczny & Pino, 2002]

Postulados diferentes deben ser aplicados cuando las dos fuentes de información son confiables, y cada una tiene una opinión diferente de la situación, es decir, las dos opiniones se contradicen. Si no tenemos ninguna razón para considerar alguna de las fuentes como la más fiable, lo mejor que podemos hacer es “fusionar” las dos opiniones en una nueva tratando de conservar tanta información de ambas como sea posible. Esto es llamado *fusión de creencias*.

Este trabajo propone un estudio comparativo de algunos métodos de fusión de creencias, la revisión asume que la nueva información es la correcta, esta suposición debe ser eliminada si queremos fusionar dos piezas de información tomadas al mismo tiempo. Dentro del contexto de fusión tenemos la información que viene de diferentes fuentes, con el mismo grado de confiabilidad, que pueden contradecirse, si todas las piezas de información pueden ser reunidas sin obtener una inconsistencia, simplemente las conjuntamos, en caso que las fuentes de información se contradigan, se debe emplear un operador de fusión de creencias.

Los cuatro métodos u operadores que este trabajo considera son: Delta partial satisfactibility (Δ_{ps}), Delta Sigma (Δ_{Σ}), Delta max (Δ_{max}) y Delta gmax (Δ_{gmax}).

1.2. Planteamiento del problema

Existen varios operadores para fusionar una o más creencias, en este trabajo sólo se van a utilizar cuatro de ellos, los cuales como se mencionó anteriormente son: Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} .

En la actualidad no existe ningún método totalmente aceptado para resolver un problema de fusión de creencias, y no se sabe qué método aplicar a un problema en particular, es por ello, que muchas personas requieren orientación antes de utilizar algún método de fusión. Por esta razón este proyecto propone un estudio comparativo de operadores de fusión con la finalidad de orientar a los usuarios.

¿Existe una forma de clasificar los parámetros de entrada (piezas de información) de un operador de fusión, de tal modo que se pueda identificar el método (operador) más apropiado a dicha entrada?

1.3. Objetivo general

Comparar los operadores Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} , aplicando estos métodos a problemas de fusión de creencias encontrados en la literatura, con el fin de identificar las ventajas de los operadores.

1.4. Objetivos específicos

- Entender el funcionamiento de los operadores Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} .
- Crear un catálogo de ejemplos que contengan contradicciones como los que se proponen en la literatura.
- Utilizar una hoja de cálculo para automatizar el cálculo de los resultados de los ejemplos.
- Identificar las ventajas y desventajas de cada método.
- Clasificar los métodos de fusión de acuerdo a porcentajes con el fin de elegir el método que se adapte mejor a un determinado problema.

1.5. Justificación

Este proyecto pretende hacer un estudio comparativo de los métodos de fusión de creencias, el tema de fusión de creencias es poco conocido, consiste en el proceso de combinar la información contenida en un conjunto (posiblemente inconsistente) de bases de creencias, obtenidas de diferentes fuentes de información, y obtener una sola base de creencias que represente al conjunto.

En la literatura encontramos métodos de fusión que resuelven ciertos ejemplos, otros trabajos hacen referencia a ejemplos diferentes. Pero nadie, hasta el momento, se ha dado a la tarea de tomar “todos”¹ los ejemplos y utilizar “todos” los métodos o al menos los más comunes, para hacer comparaciones generales.

¹Cuando decimos “todos” nos referimos a todos los ejemplos encontrados en la literatura de los métodos utilizados.

Existen comparaciones parciales, pero eso no es suficiente para orientar a un usuario inexperto. Sería de utilidad que haya comparaciones globales para que aporten más información, de esa manera podríamos ayudar a las persona a elegir un método con más fiabilidad.

Las aplicaciones de estos operadores son muchas y diversas en Inteligencia Artificial y Bases de Datos. Por ejemplo, en sistemas multiagente un operador de fusión define las creencias del grupo de agentes de acuerdo a las creencias de cada miembro del grupo.

Cuando los agentes tienen creencias conflictivas, contradictorias, sobre el estado “real” del mundo, se puede utilizar un método de fusión de creencias para determinar cuál es ese estado “real”. Aún cuando sólo se consideran bases de creencias, los operadores de fusión pueden ser empleados para trabajar con conocimiento o metas. [Pozos & Borja, 2007]

Este proyecto obtiene las fusiones de los ejemplos encontrados en la literatura utilizando los cuatro métodos y haciendo las comparaciones de los métodos.

Al identificar las ventajas e inconvenientes de los métodos, los lectores con poca experiencia en la fusión de creencias no requieren conocer los métodos a fondo para entender el funcionamiento general de los enfoques, ahorrando tiempo para la comprensión de cada método, cabe hacer notar que el tiempo requerido para entender cada enfoque suele ser significativo, dado el conocimiento matemático requerido. Hasta donde sabemos no existen referencias para saber qué métodos utilizar en determinadas situaciones.

Aunque en la literatura existen varios métodos, este trabajo considera únicamente cuatro operadores de fusión Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} ; esto debido a que (Δ_{Σ} y Δ_{max}) son la base de la mayoría de los operadores propuestos en la literatura, Δ_{gmax} obtiene resultados satisfactorios en algunos ejemplos, y Δ_{ps} no requiere utilizar un orden parcial.

1.6. Metodología

Se propone la siguiente metodología para el desarrollo de esta investigación.

1.6.1. Elaborar catálogo de casos característicos

- Definir la estructura del catálogo.
- Localizar ejemplos de fusión de creencias.
- Tomar en cuenta todos los puntos incluidos en el catálogo e identificarlos en cada uno de los ejemplos.
- Redactar el catálogo con los datos obtenidos.

1.6.2. Obtener resultados empleando los métodos de fusión: Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax}

- Revisar la literatura de cada método por separado.
- Obtener las características de cada método.
- Utilizar los métodos de fusión para resolver los ejemplos del catálogo.
- Identificar las funciones para implementar los métodos.
- Utilizar una hoja de cálculo para calcular la fusión en los ejemplos.

1.6.3. Comparar resultados

- Elaborar una tabla que contenga el resultado o fusión de cada método para cada ejemplo.
- Analizar los resultados obtenidos por cada método.
- Describir en lenguaje formal los resultados obtenidos.
- Comparar los resultados utilizando los cuatro métodos.
- Clasificar los resultados que se obtuvieron utilizando los métodos.

- Analizar y sacar conclusión de cómo trabaja cada método.
- Identificar los beneficios que tiene cada método.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Marco referencial

Algunas referencias hacen diferencias entre el conocimiento y las creencias, a continuación se darán algunas definiciones encontradas en la literatura, sin embargo, este trabajo considera ambos conceptos idénticos.

Las diferencias que hay entre la creencia y el conocimiento son de dos tipos: En el plano individual y en el plano social.[Aguila, 2008]

En el plano individual, la intensidad con la que se creen ambos; se tiene una fe incommovible en lo que se llama “conocimiento”; se tiene fe, pero no tanta, en lo que se asume como creencia.

En el plano social, lo que se define como “conocimiento” por la sociedad dada, goza de un apoyo tremendo; lo que esa sociedad define como “creencia” no tiene ese apoyo.

Por eso, lo que una sociedad o grupo en un momento dado define como “conocimiento”, en otro momento lo puede “bajar” de categoría a “creencia” o simplemente negarlo; y otra sociedad en el mismo momento puede definir como “conocimiento” lo que en otra se puede llamar “creencia”. Y no sólo eso, sino que dentro de un mismo grupo, un individuo puede sentir como conocimiento, algo que otro individuo cataloga como creencia. [Aguila, 2008]

Cuando la información proviene de diferentes fuentes, al reunirla, pueden surgir inconsistencias. Para tratar la inconsistencia se han propuesto diversos operadores de fusión basados en modelos.

Podemos describir intuitivamente a la fusión de creencias de la siguiente manera: cuando hay un problema, todos los involucrados opinan sobre él, esas opiniones se juntan o se fusionan para obtener una nueva opinión, la cual define la opinión de todo el grupo, esa nueva opinión que se obtuvo, tiene que satisfacer al máximo a cada uno de los integrantes.

Aparte del proceso de fusión, el proceso de conocimiento que se integra y viene de diferentes fuentes ha sido investigado en la literatura bajo otros dos enfoques: la revisión y la actualización de creencias.

La actualización de creencias es la integración de dos o más opiniones confiables, refiriéndose a dos tiempos diferentes durante lo cual pudo haber ocurrido un cambio entre ellas.

La revisión de creencias es la integración de dos piezas de información, en la cual una es considerada totalmente confiable, mientras que la otra puede ser parcialmente incorrecta.

La fusión de creencias se utiliza cuando se integran dos o más opiniones que tienen el mismo grado de confiabilidad, refiriéndose al mismo tiempo.

Los operadores de fusión actúan sobre un conjunto de bases de conocimientos o creencias iniciales (que pueden tener problemas de consistencia), y devuelven una base consistente que representa al conjunto de bases; es decir, si cada base corresponde al conocimiento de un agente, entonces se obtiene una sola base que representa el conocimiento del grupo de agentes.

La mayoría de los operadores están basados en distancias entre interpretaciones y funciones de agregación, usualmente sólo toman en cuenta bases de conocimiento consistentes, por lo consiguiente se ignora mucha de la información que no causó la inconsistencia. Una forma alternativa de fusionar la información es el operador PS-Merge también basado en modelos; pero éste emplea la noción de Satisfacción Parcial. Este operador considera bases inconsistentes. [Borja, 2007]

2.2. Marco conceptual

A continuación se describen algunos conceptos que se utilizan como base en este trabajo.

Una proposición se refiere a un enunciado que puede ser calificado como verdadero o falso, generalmente una oración enunciativa, base de lo que constituye el lenguaje formal de la lógica proposicional.[Cuenca,1986]

Lenguaje formal de la lógica proposicional. Un lenguaje formal se caracteriza por su *vocabulario* que se subdivide en 3 categorías (constantes o conectivos lógicos, variables o átomos, y signos auxiliares o de agrupación) y por su *sintáxis* que da una definición de las expresiones compuestas del lenguaje mediante un número de reglas explícitas que dicen qué expresiones pueden combinarse entre si para crear nuevas expresiones. A las expresiones también se les conoce como fórmulas.

A continuación definiremos el vocabulario de lenguaje:

1) Variables Proposicionales también llamadas átomos, serán denotadas por las letras minúsculas posiblemente con subíndices,¹ $VP = \{p, q, r, \dots, p_1, p_2, p_3, \dots, q_1, q_2, \dots\}$.

2) Constantes Proposicionales están formados por el conjunto de *conectivos o conectores veritativo-funcionales*: la negación \neg , la conjunción \wedge , la disyunción \vee , la implicación \rightarrow y la doble implicación \leftrightarrow .

Los “conectivos” son las contrapartidas formales de las conjunciones gramaticales mediante las cuales formamos enunciados compuestos a partir de enunciados simples.[Cuenca,1986]

Una fórmula bien formada o fórmula es una expresión que representa una proposición simple o compuesta, la cual está bien escrita de acuerdo con determinada sintaxis.

La fórmula K se encuentra en forma normal disyuntiva si tiene la forma $K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_n$ y cada K_i es una conjunción de literales.

¹Aunque en este trabajo solo se considera un conjunto finito, en general la lógica proposicional acepta conjuntos infinitos de variables.

Se considera un lenguaje proposicional \mathcal{L} formado de $P := \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ (un conjunto finito y ordenados de átomos)[Men97]. Se emplea la terminología estándar de la lógica proposicional salvo por las siguientes definiciones.

Una base de creencias K , es un conjunto finito de fórmulas proposicionales de \mathcal{L} que representan las creencias de un agente (identificamos a K con la conjunción de sus elementos).

Debido a que los métodos que utilizamos se basan en la teoría de modelos, a continuación definimos algunos conceptos referentes a esta teoría.

Un estado o interpretación es una función w de P a $\{1, 0\}$, estos dos valores son identificados con los valores clásicos de verdad de *verdadero* y *falso* respectivamente. El conjunto de todos los posibles estados se denotará como \mathcal{W} y sus elementos se denotarán como vectores de la forma $(w(p_1), \dots, w(p_n))$.

Un modelo de una fórmula proposicional Q es un estado tal que $w(Q) = 1$, una vez que w es extendida sobre los conectivos en la manera usual [Mendelson, 97].

Por conveniencia si Q es una fórmula o un conjunto de fórmulas proposicionales, entonces $\mathcal{P}(Q)$ denota el conjunto de átomos que aparecen en Q . $|P|$ denota la cardinalidad del conjunto P .

Una literal es un átomo o la negación de un átomo.

Un perfil o *profile* E denota las creencias de un grupo de agentes K_1, \dots, K_m que están involucrados en el proceso de fusión, $E = \{\{Q_{1_1}, \dots, Q_{n_1}, \dots, Q_{1_m}, \dots, Q_{n_m}\}\}$ donde $\{Q_{1_i}, \dots, Q_{n_i}\}$, denotan las creencias de la base K_i , E es un multiconjunto de bases de creencias (se permite que los agentes tengan bases idénticas).

Este trabajo va a comparar cuatro métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} , empleando un catálogo de ejemplos encontrados en la literatura. El primer método está basado en la noción de Satisfacción Parcial, y los siguientes tres están basados en nociones de distancias, a continuación se definen estos conceptos.

Para definir satisfacción parcial, se considera un lenguaje normalizado, de tal manera que cada base es tomada como la forma normal disyuntiva (DNF) de la conjunción de sus elementos, es decir si $K = \{Q_1, \dots, Q_n\}$ es una base de creencias, la identificamos con $Q_K = DNF(Q_1 \wedge \dots \wedge Q_n)$.

Ejemplo 1 dada la base $K = \{a \rightarrow b, \neg c\}$ esta es identificada con $Q_k = (\neg a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$

Definición 1 (Satisfacción Parcial) Sea K una base de creencia y ω un estado cualquiera de W y $|P| = n$, se define la satisfacción parcial de K para ω , denotada como $w_{ps}(Q_k)$, de la siguiente manera:

Si Q_k es la conjunción de literales $C_1 \wedge \dots \wedge C_s$ entonces:

$$w_{ps}(Q_k) = \max \left\{ \sum_1^s \frac{w(C_i)}{s}, \frac{n - |P(\bigwedge_{i=1}^s C_i)|}{2n} \right\} \quad (2.1)$$

Si Q_k es la disyunción $D_1 \vee \dots \vee D_r$ donde cada D_i es una conjunción de literales entonces:

$$w_{ps}(Q_k) = \max \{w_{ps}(D_1), \dots, w_{ps}(D_r)\} \quad (2.2)$$

Ejemplo 2 La Satisfacción Parcial de la base del ejemplo 1 dado $P = \{a, b, c\}$ y $w = (1, 1, 1)$ es:

$$w_{ps}(Q_K) = \max \left\{ \max \left\{ \frac{w(\neg a) + w(\neg c)}{2}, \frac{1}{6} \right\}, \max \left\{ \frac{w(b) + w(\neg c)}{2}, \frac{1}{6} \right\} \right\} = \frac{1}{2}$$

Dado que:

$$w_{ps}(\neg a \wedge \neg c) = \max \left\{ \frac{w(\neg a) + w(\neg c)}{2}, \frac{1}{6} \right\} = \max \left\{ \frac{0+0}{2}, \frac{1}{6} \right\} = \max \left\{ 0, \frac{1}{6} \right\} = \frac{1}{6}$$

$$w_{ps}(b \wedge \neg c) = \max \left\{ \frac{w(b) + w(\neg c)}{2}, \frac{1}{6} \right\} = \max \left\{ \frac{1+0}{2}, \frac{1}{6} \right\} = \max \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{6} \right\} = \frac{1}{2}$$

$$w_{ps}(Q_k) = \max \left\{ \frac{1}{6}, \frac{1}{2} \right\} = \frac{1}{2}$$

La interpretación intuitiva de Satisfacción Parcial es como sigue: es natural pensar que si tenemos la conjunción de dos literales y solo uno es satisfecho, la persona estará satisfecho al 50 %. Si generalizamos esta idea se puede medir la satisfacción de la conjunción de uno o más literales utilizando la suma de la evaluación de las literales bajo la interpretación sobre el número de conjuntados.

Cuando la creencia del agente considera algunos y no todos los átomos del lenguaje, la decisión o evaluación sobre dichos átomos no le afecta, ya que no aparecen en sus creencias, entonces él es indiferente en la evaluación de estos átomos, así que interpretamos esta indiferencia como satisfacción parcial del 50 % para cada átomo que no aparece en su creencia.

Definición 2 (Operador Δ_{ps}) Sea E un perfil obtenido de las bases K_1, \dots, K_m . La fusión empleando la Satisfacción Parcial $\Delta_{ps}(E)$ es un mapeo que va de los perfiles a las bases de creencias tal que:

$$mod(\Delta_{ps}(E)) = \left\{ w \in W \left| \sum_{i=1}^m w_{ps}(Q_{K_i}) \geq \sum_{i=1}^m w'_{ps}(Q_{K_i}) \text{ for all } w' \in W \right. \right\} \quad (2.3)$$

Definición 3 (Distancia entre interpretaciones) Es una función $d: W \times W \rightarrow N$, donde N es el conjunto de números naturales, tal que:

$$d(w_1, w_2) = d(w_2, w_1) \quad (2.4)$$

$$d(w_1, w_2) = 0 \iff w_1 = w_2 \quad (2.5)$$

Definición 4 (Distancia Dalal) La distancia entre dos interpretaciones Dalal, es el número de átomos proposicionales en los que dos interpretaciones difieren, por ejemplo, la distancia entre $(1, 0, 0)$ y $(1, 1, 0)$ es 1, ya que las dos interpretaciones se diferencian sólo en el segundo átomo.

$$d((1, 0, 0), (1, 1, 0)) = 1$$

Definición 5 (Distancia entre una interpretación y una base de creencias)

Una distancia entre una interpretación w_1 y una base de creencias K se define de la siguiente manera:

$$d(w_1, K) = \min_{w_2 \models K} d(w_1, w_2) \quad (2.6)$$

Definición 6 (Σ -distancia) Sea E un perfil de creencias fijo, y w una interpretación, la Σ -distancia entre la interpretación w y el perfil de creencias E se define como:

$$d_\Sigma(w, E) = \sum_{K \in E} d(w, K) \quad (2.7)$$

Podemos definir el siguiente pre-orden:

$$w_1 \leq_\Sigma^E w_2 \iff d_\Sigma(w_1, E) \leq d_\Sigma(w_2, E) \quad (2.8)$$

Definición 7 El operador Δ_Σ es definido como:

$$\text{mod}(\Delta_\Sigma(E)) = \min(W, \leq_E^\Sigma) \quad (2.9)$$

Definición 8 (max-distancia) Sea E un perfil de creencias fijo y w una interpretación, la max-distancia entre la interpretación w y el perfil de creencias E se define como:

$$d_{\max}(w, E) = \max_{K \in E} d(w, K) \quad (2.10)$$

Podemos definir el siguiente pre-orden:

$$w_1 \leq_{\max}^E w_2 \iff d_{\max}(w_1, E) \leq d_{\max}(w_2, E) \quad (2.11)$$

Definición 9 El operador Δ_{\max} es definido como:

$$\text{mod}(\Delta_{\max}(E)) = \min(W, \leq_{\max}^E) \quad (2.12)$$

Definición 10 (gmax-distancia) Sea E un perfil de creencias. Suponga que $E = K_1, \dots, K_n$. Para cada interpretación w construimos la lista de las distancias entre esta interpretación y las n bases de creencias en E ($d_1^w \dots d_n^w$), es decir $d_j^w = d(w, K_j)$. Sea L_w^E la lista obtenida de ($d_1^w \dots d_n^w$) colocando sus elementos en orden descendente. Denotaremos como $d_{gmax}(w, E)$ la lista L_w^E .

Sea \leq_{lex} el orden lexicográfico entre las secuencias de números enteros (de la misma longitud). Definimos el siguiente pre-orden total:

$$w_1 \leq_{gmax}^E w_2 \iff d_{gmax}(w_1, E) \leq_{lex} d_{gmax}(w_2, E) \quad (2.13)$$

Definición 11 El operador Δ_{gmax} es definido como:

$$mod(\Delta_{gmax}(E)) = min(W, \leq_{gmax}^E) \quad (2.14)$$

Capítulo 3

Aplicación de la metodología y desarrollo

En este capítulo se describen 10 ejemplos encontrados en la literatura, los cuales se resuelven mediante los cuatro métodos de fusión de creencias.

3.1. Elaboración del Catálogo

Cada ejemplo será descrito utilizando tres elementos: Nombre, Lenguaje natural y Lenguaje formal.

3.1.1. Estructura del catálogo

- Nombre del ejemplo
- Descripción del ejemplo en Lenguaje Natural
- Descripción del ejemplo en Lenguaje Formal

3.1.2. Ejemplos de fusión de creencias

En el catálogo se describen los casos típicos encontrados en la literatura, que se relacionan con los métodos de fusión. Son 10 ejemplos que se proponen con referencias diferentes, están identificados como $\{E_1, E_2, E_3, \dots, E_{10}\}$.

Cada ejemplo está resuelto por los 4 métodos de fusión: Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} , los ejemplos son:

- E_1 : Conflicto entre estudiantes [Revesz, 1993]
- E_2 : Intereses entre vecinos [Konieczny & Pino, 1999]
- E_3 : Decisión entre pasajeros [Lin & Mendelzon, 1991]
- E_4 : Supervisores en una empresa [Lin & Mendelzon, 1991]
- E_5 : Juicio de un homicida [Lin & Mendelzon, 1991]
- E_6 : Vida de paciente en manos de médicos [Lin & Mendelzon, 1991]
- E_7 : Cambio de gerente [Lin & Mendelzon, 1991]
- E_8 : Trato entre padre e hijos [Lin & Mendelzon, 1991]
- E_9 : Asistencia a una fiesta [Lin & Mendelzon, 1991]
- E_{10} : Decisión tomada entre familia [Lin & Mendelzon, 1991]

A continuación se describen los ejemplos en lenguaje natural y en lenguaje formal. Cabe mencionar que todos los ejemplos fueron tomados de alguna referencia, los dos primeros ejemplos están descritos en lenguaje natural y en lenguaje formal, sin embargo, el resto de los ejemplos se encuentra en la literatura sólo en lenguaje formal. La descripción en lenguaje natural de los últimos ocho ejemplos es una aportación de este trabajo.

3.1.3. Ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes

Lenguaje Natural

En [Revesz, 1993] se describe el siguiente escenario. Un profesor pregunta a tres estudiantes cuál entre tres lenguajes, Visual Basic, Java y Delphi, quisieran aprender. Sean v , j y d las letras proposicionales usadas para denotar el deseo de aprender Visual Basic, Java y Delphi, respectivamente, entonces $P = \{v, j, d\}$. El primer estudiante desea aprender Visual o Java. El segundo estudiante desea aprender Delphi o Java pero solamente uno de

los dos y el tercer estudiante desea aprender los tres lenguajes. ¿Cuál(es) de los tres lenguajes enseñará el profesor a los estudiantes?

Lenguaje Formal

Átomos:

$$P = \{v, j, d\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = (v \vee j) \wedge \neg d$$

$$K_2 = (\neg v \wedge d \wedge \neg j) \vee (\neg v \wedge \neg d \wedge j)$$

$$K_3 = v \wedge j \wedge d$$

Forma Normal Disyuntiva de las bases de creencias

$$Q_{K_1} = (v \vee \neg d) \vee (j \vee \neg d)$$

$$Q_{K_2} = (\neg v \wedge d \wedge \neg j) \vee (\neg v \wedge \neg d \wedge j)$$

$$Q_{K_3} = v \wedge j \wedge d$$

3.1.4. Ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos

Lenguaje Natural

En [Konieczny & Pino 1999] en una reunión de vecinos de un condominio, el presidente propone para el año que viene la construcción de una alberca, una cancha de tenis y un estacionamiento privado. Pero si dos de estos tres elementos se construyen, el alquiler aumentará considerablemente. Denotaremos por a , c y e la construcción de la alberca, la cancha de tenis y el estacionamiento respectivamente, e i denotará el aumento del alquiler, entonces $P = \{a, c, e, i\}$. Dos vecinos desean construir los tres artículos, y no les importa el aumento del alquiler, el tercero piensa que el que construyan cualquier artículo causará un aumento del alquiler y desea pagar el alquiler más bajo, así que se opone a cualquier construcción, y finalmente, el último piensa que el condominio realmente necesita la cancha de tenis y estacionamiento pero no desea incremento en el alquiler. ¿Qué decisión toman los vecinos?

Lenguaje Formal

Atomos

$$P = \{a, c, e, i\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}, Q_{K_4}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = (a \wedge c \wedge e)$$

$$K_2 = (a \wedge c \wedge e)$$

$$K_3 = (\neg a \wedge \neg c \wedge \neg e \wedge \neg i)$$

$$K_4 = (c \wedge e \wedge \neg i)$$

Forma normal disyuntiva de las Bases de creencias

$$Q_{K_1} = Q_{K_2} = (a \wedge c \wedge e)$$

$$Q_{K_3} = (\neg a \wedge \neg c \wedge \neg e \wedge \neg i)$$

$$Q_{K_4} = (c \wedge e \wedge \neg i)$$

3.1.5. Ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros

Lenguaje Natural

En un aeropuerto hay tres viajeros que van a realizar un viaje a la ciudad del Río de Janeiro, Brasil, en el último momento les proponen la suspensión del vuelo debido a que hay pocos viajeros y no se cubre el gasto del combustible, les informan que podrán viajar 3 horas más tarde, y que se les reembolsará el 50 % del boleto, lo someten a votación. Sea a la letra proposicional usada para denotar la suspensión del vuelo, entonces $P = \{a\}$, el primer viajero dice estar de acuerdo y que puede viajar en el próximo vuelo, el segundo viajero dice también estar de acuerdo porque el viaje le saldrá más barato; sin embargo, el tercer viajero no está de acuerdo porque lo esperan para firmar un contrato de negocios y es el único día que puede reunirse con los socios en Brasil, por lo tanto es imperativo que haga ese viaje. ¿Qué decisión toman los pasajeros?

Lenguaje Formal

Átomos

$$P = \{a\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = a$$

$$K_2 = a$$

$$K_3 = \neg a$$

Forma normal disyuntiva de las Bases de creencias

$$Q_{K_1} = Q_{K_2} = a$$

$$Q_{K_3} = \neg a$$

3.1.6. Ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa

Lenguaje Natural

En una empresa se les propone a tres supervisores de la misma área, que realicen cuatro actividades aparte de su trabajo. Denotaremos por a , b , c y d las siguientes actividades: checar entradas y salidas del personal, llenar reportes, realizar trabajos a otras empresas y verificar la obra terminada, respectivamente, entonces $P = \{a, b, c, d\}$. Por cada actividad extra que realicen se les dará una comisión, para la primera actividad 10 %, para la segunda actividad 5 %, para la tercera actividad 25 % y para la cuarta actividad 15 %. Los supervisores deben ponerse de acuerdo qué actividades realizar. El primer supervisor, quiere checar entradas y salidas del personal y quiere salir a realizar servicio a otras empresas, porque ganará más comisión, el segundo supervisor dice: “si checo entradas y salidas del personal entonces realizaré reportes y no quiero realizar trabajos a otras empresas” y el tercer supervisor dice: “si lleno reportes entonces verificaré la obra terminada respectivamente y realizaré trabajos a otras empresas”, porque así se da a conocer en otras compañías. ¿Qué actividades en conjunto realizarán los supervisores?

Lenguaje Formal

Atomos

$$P = \{a, b, c, d\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = a, c$$

$$K_2 = (a \rightarrow b, \neg c)$$

$$K_3 = (b \rightarrow d, c)$$

Forma normal disyuntiva de las bases de creencias

$$Q_{K_1} = a \wedge c$$

$$Q_{K_2} = (\neg a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$$

$$Q_{K_3} = (\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$$

3.1.7. Ejemplo E_5 : Juicio de un homicida

Lenguaje Natural

En un pueblo se comete un asesinato, matan al delegado, la policía empieza hacer las averiguaciones para encontrar al responsable del crimen y hacerlo pagar por el delito cometido. Sea a , b , c y d las letras proposicionales usadas para denotar las hipótesis: María y Pedro son culpables, Rocío es inocente, Juan es culpable, y la esposa del delegado es culpable, respectivamente, entonces $P = \{a, b, c, d\}$. El primer testigo afirma que María y Pedro son culpables porque los vio juntos y los escuchó planeando el crimen, y Juan es culpable porque presenció el crimen. El primer policía afirma que si María y Pedro son culpables, entonces, Rocío es inocente, Juan no es culpable porque era zurdo y la puñalada había entrado con una mano derecha. El segundo policía afirma que el delegado antes de morir recibió un beso de la última persona que lo vio con vida, debido a la marca labial encontrado en sus labios. Rocío era la amante del delegado. Si Rocío es inocente, entonces su esposa es culpable, el policía piensa que Juan es culpable porque tenía sangre en las manos. La esposa de Juan afirma que Juan no es culpable porque

le había vendido algunas propiedades al delegado y no le convenía que este muriera. ¿Quién o quiénes son los culpables?

Lenguaje Formal

Átomos

$$P = \{a, b, c, d\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}, Q_{K_4}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = a, c$$

$$K_2 = (a \rightarrow b, \neg c)$$

$$K_3 = (b \rightarrow d, c)$$

$$K_4 = \neg c$$

Forma normal disyuntiva de bases de creencias

$$Q_{K_1} = a \wedge c$$

$$Q_{K_2} = (a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$$

$$Q_{K_3} = (\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$$

$$Q_{K_4} = \neg c$$

3.1.8. Ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos

Lenguaje Natural

En un hospital hay tres doctores que están examinando a un paciente. Sea a la letra proposicional para denotar el paciente tiene cáncer, sea b la letra proposicional para denotar que el paciente se operará, entonces $P = \{a, b\}$, el primer médico diagnóstica, el paciente requiere una operación de inmediato, el segundo médico da su diagnóstico, y dice el paciente tiene cáncer, si tiene cáncer entonces debe hacerse la operación, el tercer médico diagnóstica, que no se debe operar al paciente porque no resistiría la operación y puede sufrir un infarto. ¿Qué deciden los médicos?

Lenguaje formal

Átomos

$$P = \{a, b\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = b$$

$$K_2 = (a, a \rightarrow b)$$

$$K_3 = \neg b$$

Forma normal disyuntiva de las bases de creencias

$$Q_{k_1} = b$$

$$Q_{k_2} = (a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b)$$

$$Q_{k_3} = \neg b$$

3.1.9. Ejemplo E_7 : Cambio de gerente

Lenguaje Natural

En una empresa se están haciendo algunos cambios en el personal para eso se está analizando la función de la empresa y la función del gerente en la empresa, por lo que se comisionaron a tres personas. Sea a la letra proposicional para denotar el gerente falsificó documentos, sea b la letra proposicional para denotar el cambio de gerente, entonces $P = \{a, b\}$. El primer comisionado dice, que se haga el cambio de gerente, porque se opone a que realicen la auditoría. El segundo comisionado dice: “si en la inversión que hizo el gerente falsificó y cobró algunos documentos entonces que no cambien al gerente para que pague por el desfaldo que hizo. El Tercer comisionado dice, yo no estoy de acuerdo que cambien al gerente porque ha sido un buen elemento y aportado mucho a la empresa, aunque cometió un error necesita otra oportunidad. ¿Cambian al gerente?

Lenguaje Formal

Atomos

$$P = \{a, b\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = a$$

$$K_2 = (a \rightarrow \neg b)$$

$$K_3 = \neg b$$

Forma normal disyuntiva de las bases de creencias

$$Q_{K_1} = b$$

$$Q_{K_2} = \neg a \vee \neg b$$

$$Q_{K_3} = \neg b$$

3.1.10. Ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos

Lenguaje Natural

En una casa el padre va a tomar una decisión, con la opinión de las personas adultas de la familia. Sea a la letra proposicional para denotar que se le comprará un Xbox 360 elite edition a Pedro, sea b la letra proposicional usada para denotar que se le comprará una laptop a María, entonces $P = \{a, b\}$. La esposa dice: hay que comprarle un Xbox a Pedro, porque se ha portado bien, la abuelita dice: “sí a Pedro le compran su Xbox entonces a María le compran su laptop”, la tía dice: “a Pedro le deben comprar su Xbox, porque es un niño tranquilo e inteligente, pero a María no le compran la laptop porque es pequeña y se la pueden robar”. ¿Qué decisión tomará el padre de los niños?

Lenguaje Formal

Atomos

$$P = \{a, b\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = a$$

$$K_2 = (a \rightarrow b)$$

$$K_3 = a, \neg b$$

Forma normal disyuntiva de las bases de creencias

$$Q_{K_1} = a$$

$$Q_{K_2} = \neg a \vee b$$

$$Q_{K_3} = a \wedge \neg b$$

3.1.11. Ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta

Lenguaje Natural

Una mujer debe tomar la decisión de asistir a una fiesta. Sean a , b las letras proposicionales usadas para denotar: el hecho del cambio de “look” y el hecho de asistir a una fiesta, respectivamente, entonces $P = \{a, b\}$. María dice: “que se haga un cambio de “look” para verse bien”, Rosa dice: “si se cambia de “look” entonces va asistir a una fiesta”, Lucía dice: “se cambio de “look”, pero no asistirá a la fiesta porque se enfermó su hijo”, Mariana dice: “no asistirá a la fiesta porque no hay quien se quede con su hijo”. ¿María asistirá a la fiesta?

Lenguaje Formal

Atomos

$$P = \{a, b\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}, Q_{K_4}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = a$$

$$K_2 = (a \rightarrow b)$$

$$K_3 = a, \neg b$$

$$K_4 = \neg b$$

Forma normal disyuntiva de las bases de creencias

$$Q_{K_1} = a$$

$$Q_{K_2} = \neg a \wedge b$$

$$Q_{K_3} = a \wedge \neg b$$

$$Q_{K_4} = \neg b$$

3.1.12. Ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia

Lenguaje Natural

En una casa los hijos hacen algunas cosas y la familia opina. Sean a y b las letras proposicionales usadas para denotar las siguientes decisiones Juan verá la televisión y Martha escuchará la música, respectivamente, entonces $P = \{a, b\}$. En primera opinión el papá dice, que Juan vea la televisión porque va bien en la escuela, en la segunda opinión la mamá dice: “si Juan puede ver la televisión entonces Martha puede escuchar su música”. En la tercera opinión su tío dice: “que Juan vea la televisión porque ya terminó su tarea, Martha que no escuche música porque pone la música a todo volumen”. En la cuarta opinión su tía dice: “si le das permiso a Juan de ver la televisión entonces Martha también tiene permiso para escuchar música”. ¿A qué decisión llegaron?

Lenguaje Formal

Atomos

$$P = \{a, b\}$$

Perfil de creencias

$$E = \{Q_{K_1}, Q_{K_2}, Q_{K_3}, Q_{K_4}\}$$

Bases de creencias

$$K_1 = a$$

$$K_2 = (a \rightarrow b)$$

$$K_3 = a \neg b$$

$$K_4 = (a \rightarrow b)$$

Forma normal disyuntiva de las bases de creencias

$$Q_{K_1} = a$$

$$Q_{K_2} = \neg a \vee b$$

$$Q_{K_3} = a, \wedge \neg b$$

$$Q_{K_4} = \neg a \vee b$$

3.2. Identificación de las funciones para implementar los métodos

A continuación se describen las funciones que se utilizaron en cada método para resolver los ejemplos en la hoja de cálculo.

3.2.1. Funciones para implementar Δ_{ps}

A continuación se describen las funciones se utilizaron para resolver los ejemplos y obtener los resultados utilizando el método Δ_{ps} .

- Función *MAX*(*número1*, *número2*, ...): Devuelve el valor máximo de una lista de valores. Omite los valores lógicos y el texto.
- Función *SUMA*(*número1*, *número2*, ...): Suma todos los números en un rango de celdas.
- Función *RESIDUO*(*número*, *num_divisor*): Proporciona el residuo después de dividir un número por un divisor.

3.2.2. Funciones para implementar Δ_Σ , Δ_{max} y Δ_{gmax}

A continuación se describen las funciones que se utilizaron para resolver los ejemplos y obtener los resultados utilizando los métodos Δ_Σ , Δ_{max} y Δ_{gmax} .

- Función $N(valor)$: Convierte valores no numéricos en números, fechas en números de serie, Verdadero en 1 (uno) y cualquier otro valor en 0 (cero).

Los operadores lógicos \neg , \vee y \wedge se implementan utilizando las funciones NO , O e Y respectivamente.

- Función $NO(valor_lógico)$: Cambia Falso por Verdadero y Verdadero por Falso.
- Función $O(valor_lógico1, valor_lógico2, \dots)$: Comprueba si alguno de los argumentos es Verdadero y devuelve Verdadero o Falso. Devuelve Falso si todos los argumentos son Falsos.
- Función $Y(valor_lógico1, valor_lógico2, \dots)$: Comprueba si todos los argumentos son Verdaderos, devuelve Verdadero si todos los argumentos son Verdaderos.
- Función $MIN(número1, número2, \dots)$: Devuelve el valor mínimo de una lista de valores. Omite los valores lógicos y el texto.
- Función $SI(prueba_logica, valor_si_verdadero, valor_si_falso)$: Comprueba si se cumple una condición y devuelve un valor, si se evalúa como Verdadero y otro valor si se evalúa como Falso.
- Función $ABS(número)$: Devuelve el valor absoluto de un número, es decir, un número sin signo.

A continuación se describe la función que se utilizó para resolver los ejemplos y obtener los resultados utilizando el método Δ_Σ .

- Función $Suma(número1, número2, \dots)$: Se suman todos los números en un rango de celdas.

A continuación se describe la función que se utilizó para resolver los ejemplos y obtener los resultados utilizando el método Δ_{max} .

- Función $MAX(número1, número2, \dots)$: Devuelve el valor máximo de una lista de valores. Omite los valores lógicos y el texto.

A continuación se describen las funciones que se utilizaron para resolver los ejemplos y obtener los resultados utilizando el método Δ_{gmax} .

- Función $CONCATENAR(texto1, texto2, \dots)$: Une varios elementos en uno solo.
- Función $K.ESIMO.MENOR(matriz, k)$: Devuelve el valor k-ésimo menor de un conjunto de datos. Por ejemplo, el trigésimo número menor.

3.3. Cálculo de resultados empleando los métodos de fusión: Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax}

A continuación se muestran los cálculos de satisfacción Parcial, los modelos, las distancias y todo lo requerido para calcular la fusión de los cuatro métodos empleando la hoja de cálculo, en cada tabla se resalta el renglón o los renglones del resultado. En el capítulo 2 se puede ver a detalle la definición de los métodos y las fórmulas empleadas.

Ejemplo E_1 Conflicto entre estudiantes

En la tabla 3.1 se muestran las Satisfacciones Parciales de las tres bases para calcular el resultado utilizando Δ_{ps} del ejemplo E_1 , así como la suma de dichas satisfacciones donde se puede observar que el resultado de la fusión son las interpretaciones $(0, 1, 0)$ y $(1, 1, 0)$.

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_1 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias,

w	$(v \wedge \neg d) \vee (j \wedge \neg d)$	$(\neg v \wedge d \wedge \neg j) \vee (\neg v \wedge \neg d \wedge j)$	$v \wedge j \wedge d$	$Suma$
$(0, 0, 0)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{7}{6} \approx 1.67$
$(0, 0, 1)$	$\frac{1}{6}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2} \approx 1.5$
$(0, 1, 0)$	1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3} \approx \mathbf{2.33}$
$(0, 1, 1)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{6} \approx 1.83$
$(1, 0, 0)$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3} \approx 1.67$
$(1, 0, 1)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{6} \approx 1.83$
$(1, 1, 0)$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3} \approx \mathbf{2.33}$
$(1, 1, 1)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{11}{6} \approx 1.83$

Tabla 3.1: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes

en la primera base de creencias $v \wedge \neg d \vee j \wedge d$, los modelos son las interpretaciones $(0, 1, 0)$, $(1, 0, 0)$ y $(1, 1, 0)$, en la segunda base de creencias $\neg v \wedge j \wedge \neg d \vee \neg v \wedge \neg j \wedge d$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0, 1)$ y $(0, 1, 0)$ y en la tercera base de creencias $v \wedge j \wedge d$, el modelo es la interpretación $(1, 1, 1)$.

En la tabla 3.2 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado utilizando Δ_Σ del ejemplo E_1 , el resultado son las interpretaciones $(0, 1, 0)$ y $(1, 1, 0)$.

w	$(v \wedge \neg d) \vee (j \wedge \neg d)$	$(\neg v \wedge d \wedge \neg j) \vee (\neg v \wedge \neg d \wedge j)$	$v \wedge j \wedge d$	Δ_Σ
$(0, 0, 0)$	1	1	3	5
$(0, 0, 1)$	2	0	2	4
$(0, 1, 0)$	0	0	2	2
$(0, 1, 1)$	1	1	1	3
$(1, 0, 0)$	0	2	2	4
$(1, 0, 1)$	1	1	1	3
$(1, 1, 0)$	0	1	1	2
$(1, 1, 1)$	1	2	0	3

Tabla 3.2: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes

En la tabla 3.3 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado empleando Δ_{max} del ejemplo E_1 , el resultado son las interpretaciones $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$ y $(1, 1, 0)$.

w	$(v \wedge \neg d) \vee (j \wedge \neg d)$	$(\neg v \wedge j \wedge \neg d) \vee (\neg v \wedge \neg j \wedge d)$	$v \wedge j \wedge d$	Δ_{max}
$(0, 0, 0)$	1	1	3	3
$(0, 0, 1)$	2	0	2	2
$(0, 1, 0)$	0	0	2	2
$(0, 1, 1)$	1	1	1	1
$(1, 0, 0)$	0	2	2	2
$(1, 0, 1)$	1	1	1	1
$(1, 1, 0)$	0	1	1	1
$(1, 1, 1)$	1	2	0	2

Tabla 3.3: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes

En la tabla 3.4 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado aplicando Δ_{gmax} del ejemplo E_1 , la fusión es la interpretación $(1, 1, 0)$.

w	$(v \wedge \neg d) \vee (j \wedge \neg d)$	$(\neg v \wedge j \wedge \neg d) \vee (\neg v \wedge \neg j \wedge d)$	$v \wedge j \wedge d$	Δ_{gmax}
$(0, 0, 0)$	2	1	3	3, 1, 1
$(0, 0, 1)$	2	0	2	2, 2, 0
$(0, 1, 0)$	0	0	2	2, 0, 0
$(0, 1, 1)$	1	1	1	1, 1, 1
$(1, 0, 0)$	0	2	2	2, 2, 0
$(1, 0, 1)$	1	1	1	1, 1, 1
$(1, 1, 0)$	0	1	1	1, 1, 0
$(1, 1, 1)$	1	2	0	2, 1, 0

Tabla 3.4: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_1 : Conflicto entre estudiantes

Ejemplo E_2 Intereses entre vecinos

En la tabla 3.5 se muestran las Satisfacciones Parciales de las cuatro bases para calcular el resultado utilizando Δ_{ps} del ejemplo E_2 , el resultado es la interpretación $(1, 1, 1, 0)$.

w	$(a \wedge c \wedge e)$	$(a \wedge c \wedge e)$	$(\neg a \wedge \neg c \wedge \neg e \wedge \neg i)$	$(c \wedge e \wedge \neg i)$	$Suma$
$(0, 0, 0, 0)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{1}{3}$	$1\frac{4}{7} \simeq 1.58$
$(0, 0, 0, 1)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{8} \simeq 1.12$
$(0, 0, 1, 0)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$2 \simeq 2.08$
$(0, 0, 1, 1)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2} \simeq 1.5$
$(0, 1, 0, 0)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$2 \simeq 2.08$
$(0, 1, 0, 1)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2} \simeq 1.5$
$(0, 1, 1, 0)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{5}{6} \simeq 2.83$
$(0, 1, 1, 1)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{4} \simeq 2.25$
$(1, 0, 0, 0)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
$(1, 0, 0, 1)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3} \simeq 1.29$
$(1, 0, 1, 0)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2} \simeq 2.5$
$(1, 0, 1, 1)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$2 \simeq 1.91$
$(1, 1, 0, 0)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2} \simeq 2.5$
$(1, 1, 0, 1)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$2 \simeq 1.91$
$(1, 1, 1, 0)$	1	1	$\frac{1}{4}$	1	$3\frac{1}{4} \simeq 3.25$
$(1, 1, 1, 1)$	1	1	0	$\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{3} \simeq 2.67$

Tabla 3.5: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_2 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias $a \wedge c \wedge e$, los modelos son las interpretaciones $(1, 1, 1, 1)$ y $(1, 1, 1, 1)$, en la segunda base de creencias $a \wedge c \wedge e$, los modelos son las interpretaciones $(1, 1, 1, 0)$ y $(1, 1, 1, 1)$, en la tercera base de creencias $\neg a \wedge \neg c \wedge \neg e \wedge \neg i$, el modelo es la interpretación $(0, 0, 0, 0)$ y en la cuarta base de creencias $c \wedge e \wedge \neg i$, los modelos son las interpretaciones $(0, 1, 1, 0)$ y $(1, 1, 1, 0)$.

w	$(a \wedge c \wedge e)$	$(a \wedge c \wedge e)$	$(\neg a \wedge \neg c \wedge \neg e \wedge \neg i)$	$(c \wedge e \wedge \neg i)$	Δ_Σ
(0, 0, 0, 0)	3	3	0	2	8
(0, 0, 0, 1)	3	3	1	3	10
(0, 0, 1, 0)	2	2	1	1	6
(0, 0, 1, 1)	2	2	2	2	8
(0, 1, 0, 0)	2	2	1	1	6
(0, 1, 0, 1)	2	2	2	2	8
(0, 1, 1, 0)	1	1	2	0	4
(0, 1, 1, 1)	1	1	3	1	6
(1, 0, 0, 0)	2	2	1	2	7
(1, 0, 0, 1)	2	2	2	3	9
(1, 0, 1, 0)	1	1	2	1	5
(1, 0, 1, 1)	1	1	3	2	7
(1, 1, 0, 0)	1	1	2	1	5
(1, 1, 0, 1)	1	1	3	2	7
(1, 1, 1, 0)	0	0	3	0	3
(1, 1, 1, 1)	0	0	4	1	5

Tabla 3.6: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos

En la tabla 3.6 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado de Δ_Σ del ejemplo E_2 , el resultado son las interpretaciones (0, 1, 1, 0) y (1, 1, 1, 0).

En la tabla 3.7 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado empleado Δ_{max} del ejemplo E_2 , el resultado son las interpretaciones (0, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (1, 0, 1, 0) y (1, 1, 0, 0).

En la tabla 3.8 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado empleando Δ_{gmax} del ejemplo E_2 , la fusión es la interpretación (0, 1, 1, 0).

w	$(a \wedge c \wedge e)$	$(a \wedge c \wedge e)$	$(\neg a \wedge \neg c \wedge \neg e \wedge \neg i)$	$(c \wedge e \wedge \neg i)$	Δ_{max}
(0, 0, 0, 0)	3	3	0	2	3
(0, 0, 0, 1)	3	3	1	3	3
(0, 0, 1, 0)	2	2	1	1	2
(0, 0, 1, 1)	2	2	2	2	2
(0, 1, 0, 0)	2	2	1	1	2
(0, 1, 0, 1)	2	2	2	2	2
(0, 1, 1, 0)	1	1	2	0	2
(0, 1, 1, 1)	1	1	3	1	3
(1, 0, 0, 0)	2	2	1	2	2
(1, 0, 0, 1)	2	2	2	3	3
(1, 0, 1, 0)	1	1	2	1	2
(1, 0, 1, 1)	1	1	3	2	3
(1, 1, 0, 0)	1	1	2	1	2
(1, 1, 0, 1)	1	1	3	2	3
(1, 1, 1, 0)	0	0	3	0	3
(1, 1, 1, 1)	0	0	4	1	4

Tabla 3.7: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos

w	$(a \wedge c \wedge e)$	$(a \wedge c \wedge e)$	$(\neg a \wedge \neg c \wedge \neg e \wedge \neg i)$	$(c \wedge e \wedge \neg i)$	Δ_{gmax}
(0, 0, 0, 0)	3	3	0	2	3, 3, 2, 0
(0, 0, 0, 1)	3	3	1	3	3, 3, 3, 1
(0, 0, 1, 0)	2	2	1	1	2, 2, 1, 1
(0, 0, 1, 1)	2	2	2	2	2, 2, 2, 2
(0, 1, 0, 0)	2	2	1	1	2, 2, 1, 1
(0, 1, 0, 1)	2	2	2	2	2, 2, 2, 2
(0, 1, 1, 0)	1	1	2	0	2, 1, 1, 0
(0, 1, 1, 1)	1	1	3	1	3, 1, 1, 1
(1, 0, 0, 0)	2	2	1	2	2, 2, 2, 1
(1, 0, 0, 1)	2	2	2	3	3, 2, 2, 2
(1, 0, 1, 0)	1	1	2	1	2, 1, 1, 1
(1, 0, 1, 1)	1	1	3	2	3, 2, 1, 1
(1, 1, 0, 0)	1	1	2	1	2, 1, 1, 1
(1, 1, 0, 1)	1	1	3	2	3, 2, 1, 1
(1, 1, 1, 0)	0	0	3	0	3, 0, 0, 0
(1, 1, 1, 1)	0	0	4	1	4, 1, 0, 0

Tabla 3.8: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_2 : Intereses entre vecinos

Ejemplo E_3 Decisión entre pasajeros

En la tabla 3.9 se muestran las Satisfacciones Parciales de las tres bases para calcular el resultado utilizando Δ_{ps} del ejemplo E_3 , el resultado es la interpretación (1).

w	(a)	(a)	$(\neg a)$	$Suma$
(0)	0	0	1	1
(1)	1	1	0	2

Tabla 3.9: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_3 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias en la primera base de creencias a , el modelo es la interpretación (1), en la segunda base de creencias a , el modelo es la interpretación (1) y en la tercera base de creencias $\neg a$, el modelo es la interpretación (0).

En la tabla 3.10 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado de Δ_Σ del ejemplo E_3 , el resultado es la interpretación (1).

w	(a)	(a)	$(\neg a)$	Δ_Σ
(0)	1	1	0	2
(1)	0	0	1	1

Tabla 3.10: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros

En la tabla 3.11 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, para calcular el resultado empleando Δ_{max} del ejemplo E_3 , el resultado es la interpretación (1).

En la tabla 3.12 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado del operador Δ_{gmax} del ejemplo E_3 , el resultado es la interpretación (1).

w	(a)	(a)	$(\neg a)$	Δ_{max}
(0)	1	1	0	1
$bf(1)$	0	0	1	1

Tabla 3.11: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros

w	(a)	(a)	$(\neg a)$	Δ_{gmax}
(0)	1	1	0	1, 1, 0
(1)	0	0	1	1, 0, 0

Tabla 3.12: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_3 : Decisión entre pasajeros

Ejemplo E_4 Supervisores en una empresa

En la tabla 3.13 se muestran las Satisfacciones Parciales de las tres bases para calcular el resultado utilizando Δ_{ps} del ejemplo E_4 , el resultado es la interpretación $(1, 1, 1, 1)$.

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_4 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias $a \wedge c$, los modelos son las interpretaciones $(1, 0, 1, 0)$, $(1, 0, 1, 1)$, $(1, 1, 1, 0)$ y $(1, 1, 1, 1)$, en la segunda base de creencias $\neg a \wedge \neg c \vee b \wedge \neg c$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0, 0, 0)$, $(0, 0, 0, 1)$, $(0, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 1)$, $(1, 1, 0, 0)$ y $(1, 1, 0, 1)$, y en la tercera base de creencias $\neg b \wedge c \vee d \wedge c$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(1, 0, 1, 0)$ y $(1, 0, 1, 1)$.

En la tabla 3.14 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado empleando Δ_{Σ} del ejemplo E_4 , el resultado es la interpretación $(1, 1, 1, 1)$.

En la tabla 3.15 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado del operador Δ_{max} del ejemplo E_4 , el resultado son las interpretaciones $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 0)$, $(0, 1, 1, 1)$, $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 0, 1)$, $(1, 1, 0, 1)$, $(1, 1, 1, 0)$ y $(1, 1, 1, 1)$.

w	$(a \wedge c)$	$(\neg a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	Sum
(0, 0, 0, 0)	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
(0, 0, 0, 1)	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
(0, 0, 1, 0)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
(0, 0, 1, 1)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
(0, 1, 0, 0)	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2} \simeq 1.5$
(0, 1, 0, 1)	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
(0, 1, 1, 0)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} \simeq 1.5$
(0, 1, 1, 1)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
(1, 0, 0, 0)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} \simeq 1.5$
(1, 0, 0, 1)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} \simeq 1.5$
(1, 0, 1, 0)	1	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} \simeq 2.25$
(1, 0, 1, 1)	1	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} \simeq 2.25$
(1, 1, 0, 0)	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
(1, 1, 0, 1)	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	2
(1, 1, 1, 0)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2
(1, 1, 1, 1)	1	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2} \simeq 2.5$

Tabla 3.13: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa

w	$(a \wedge c)$	$(\neg a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	Δ_Σ
(0, 0, 0, 0)	2	0	1	3
(0, 0, 0, 1)	2	0	1	3
(0, 0, 1, 0)	1	1	0	2
(0, 0, 1, 1)	1	1	0	2
(0, 1, 0, 0)	2	0	2	4
(0, 1, 0, 1)	2	0	1	3
(0, 1, 1, 0)	1	1	1	3
(0, 1, 1, 1)	1	1	0	2
(1, 0, 0, 0)	1	1	1	3
(1, 0, 0, 1)	1	1	1	3
(1, 0, 1, 0)	0	2	0	2
(1, 0, 1, 1)	0	2	0	2
(1, 1, 0, 0)	1	0	2	3
(1, 1, 0, 1)	1	0	1	2
(1, 1, 1, 0)	0	1	1	2
(1, 1, 1, 1)	0	1	0	1

Tabla 3.14: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa

w	$(a \wedge c)$	$(\neg a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	Δ_{max}
$(0, 0, 0, 0)$	2	0	1	2
$(0, 0, 0, 1)$	2	0	1	2
$(0, 0, 1, 0)$	1	1	0	1
$(0, 0, 1, 1)$	1	1	0	1
$(0, 1, 0, 0)$	2	0	2	2
$(0, 1, 0, 1)$	2	0	1	2
$(0, 1, 1, 0)$	1	1	1	1
$(0, 1, 1, 1)$	1	1	0	1
$(1, 0, 0, 0)$	1	1	1	1
$(1, 0, 0, 1)$	1	1	1	1
$(1, 0, 1, 0)$	0	2	0	2
$(1, 0, 1, 1)$	0	2	0	2
$(1, 1, 0, 0)$	1	0	2	2
$(1, 1, 0, 1)$	1	0	1	1
$(1, 1, 1, 0)$	0	1	1	1
$(1, 1, 1, 1)$	0	1	0	1

Tabla 3.15: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa

w	$(a \wedge c)$	$(\neg a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	Δ_{gmax}
(0, 0, 0, 0)	2	0	1	2, 1, 0
(0, 0, 0, 1)	2	0	1	2, 1, 0
(0, 0, 1, 0)	1	1	0	1, 1, 0
(0, 0, 1, 1)	1	1	0	1, 1, 0
(0, 1, 0, 0)	2	0	2	2, 2, 0
(0, 1, 0, 1)	2	0	1	2, 1, 0
(0, 1, 1, 0)	1	1	1	1, 1, 1
(0, 1, 1, 1)	1	1	0	1, 1, 0
(1, 0, 0, 0)	1	1	1	1, 1, 1
(1, 0, 0, 1)	1	1	1	1, 1, 1
(1, 0, 1, 0)	0	2	0	2, 0, 0
(1, 0, 1, 1)	0	2	0	2, 0, 0
(1, 1, 0, 0)	1	0	2	2, 1, 0
(1, 1, 0, 1)	1	0	1	1, 1, 0
(1, 1, 1, 0)	0	1	1	1, 1, 0
(1, 1, 1, 1)	0	1	0	1, 0, 0

Tabla 3.16: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_4 : Supervisores en una empresa

En la tabla 3.16 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado del operador Δ_{gmax} del ejemplo E_4 , la fusión es la interpretación (1, 1, 1, 1).

Ejemplo E_5 Juicio de un homicida

En la tabla 3.17 se muestran las Satisfacciones Parciales de las cuatro bases para calcular el resultado utilizando Δ_{ps} del ejemplo E_5 , el resultado es la interpretación (1, 1, 0, 1).

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_5 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias $a \wedge c$, los modelos son las interpretaciones (1, 0, 1, 0), (1, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 0) y (1, 1, 1, 1), en la segunda base de creencias $a \wedge \neg c \vee b \wedge \neg c$, los modelos son las interpretaciones (0, 1, 0, 0), (0, 1, 0, 1),

w	$(a \wedge c)$	$(a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	$(\neg c)$	$Suma$
$(0, 0, 0, 0)$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{3}{4} \simeq 2.75$
$(0, 0, 0, 1)$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{3}{4} \simeq 2.75$
$(0, 0, 1, 0)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{8}$	$2\frac{13}{8} \simeq 2.37$
$(0, 0, 1, 1)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{8}$	$2\frac{13}{8} \simeq 2.37$
$(0, 1, 0, 0)$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} \simeq 2.5$
$(0, 1, 0, 1)$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{3}{4} \simeq 2.75$
$(0, 1, 1, 0)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$1\frac{13}{8} \simeq 1.87$
$(0, 1, 1, 1)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{8}$	$2\frac{13}{8} \simeq 2.37$
$(1, 0, 0, 0)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{3}{8} \simeq 2.5$
$(1, 0, 0, 1)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{3}{8} \simeq 2.5$
$(1, 0, 1, 0)$	1	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{3}{8}$	$2\frac{11}{8} \simeq 2.62$
$(1, 0, 1, 1)$	1	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{3}{8}$	$2\frac{11}{8} \simeq 2.62$
$(1, 1, 0, 0)$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{3}{4} \simeq 2.75$
$(1, 1, 0, 1)$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	3
$(1, 1, 1, 0)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$2\frac{3}{8} \simeq 2.37$
$(1, 1, 1, 1)$	1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{8}$	$2\frac{3}{8} \simeq 2.37$

Tabla 3.17: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida

$(1, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 0, 1)$, $(1, 1, 0, 0)$ y $(1, 1, 0, 1)$, en la tercera base de creencias $\neg b \wedge c \vee d \wedge c$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 1)$, $(1, 0, 1, 0)$, $(1, 0, 1, 1)$ y $(1, 1, 1, 1)$ y en la cuarta base de creencias $\neg c$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0, 0, 0)$, $(0, 0, 0, 1)$, $(0, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 1)$, $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 0, 1)$, $(1, 1, 0, 0)$ y $(1, 1, 0, 1)$.

En la tabla 3.18 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado empleando Δ_{Σ} del ejemplo E_5 , el resultado es la interpretación $(1, 1, 1, 1)$.

En la tabla 3.19 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado utilizando Δ_{max} del ejemplo E_5 , el resultado son las interpretaciones $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 0)$, $(0, 1, 1, 1)$, $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 0, 1)$, $(1, 1, 1, 0)$ y $(1, 1, 1, 1)$.

w	$a \wedge c$	$(a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	$(\neg c)$	Δ_Σ
(0, 0, 0, 0)	2	0	1	0	3
(0, 0, 0, 1)	2	0	1	0	3
(0, 0, 1, 0)	1	1	0	1	3
(0, 0, 1, 1)	1	1	0	1	3
(0, 1, 0, 0)	2	0	2	0	4
(0, 1, 0, 1)	2	0	1	0	3
(0, 1, 1, 0)	1	1	1	1	4
(0, 1, 1, 1)	1	1	0	1	3
(1, 0, 0, 0)	1	1	1	0	3
(1, 0, 0, 1)	1	1	1	0	3
(1, 0, 1, 0)	0	2	0	1	3
(1, 0, 1, 1)	0	2	0	1	3
(1, 1, 0, 0)	1	0	2	0	3
(1, 1, 0, 1)	1	0	2	0	3
(1, 1, 1, 0)	0	1	1	1	3
(1, 1, 1, 1)	0	1	0	1	2

Tabla 3.18: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida

w	$a \wedge c$	$(a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	$(\neg c)$	Δ_{max}
(0, 0, 0, 0)	2	0	1	0	2
(0, 0, 0, 1)	2	0	1	0	2
(0, 0, 1, 0)	1	1	0	1	1
(0, 0, 1, 1)	1	1	0	1	1
(0, 1, 0, 0)	2	0	2	0	2
(0, 1, 0, 1)	2	0	1	0	2
(0, 1, 1, 0)	1	1	1	1	1
(0, 1, 1, 1)	1	1	0	1	1
(1, 0, 0, 0)	1	1	1	0	1
(1, 0, 0, 1)	1	1	1	0	1
(1, 0, 1, 0)	0	2	0	1	2
(1, 0, 1, 1)	0	2	0	1	2
(1, 1, 0, 0)	1	0	2	0	2
(1, 1, 0, 1)	1	0	1	0	2
(1, 1, 1, 0)	0	1	1	1	1
(1, 1, 1, 1)	0	1	0	1	1

Tabla 3.19: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida

w	$a \wedge c$	$(a \wedge \neg c) \vee (b \wedge \neg c)$	$(\neg b \wedge c) \vee (d \wedge c)$	$(\neg c)$	Δ_{gmax}
(0, 0, 0, 0)	2	0	1	0	2, 1, 0, 0
(0, 0, 0, 1)	2	0	1	0	2, 1, 0, 0
(0, 0, 1, 0)	1	1	0	1	1, 1, 1, 0
(0, 0, 1, 1)	1	1	0	1	1, 1, 1, 0
(0, 1, 0, 0)	2	0	2	0	2, 2, 0, 0
(0, 1, 0, 1)	2	0	1	0	2, 1, 0, 0
(0, 1, 1, 0)	1	1	1	1	1, 1, 1, 1
(0, 1, 1, 1)	1	1	0	1	1, 1, 1, 0
(1, 0, 0, 0)	1	1	1	0	1, 1, 1, 0
(1, 0, 0, 1)	1	1	1	0	1, 1, 1, 0
(1, 0, 1, 0)	0	2	0	1	2, 1, 0, 0
(1, 0, 1, 1)	0	2	0	1	2, 1, 0, 0
(1, 1, 0, 0)	1	0	2	0	2, 1, 0, 0
(1, 1, 0, 1)	1	0	1	0	1, 1, 0, 0
(1, 1, 1, 0)	0	1	1	1	1, 1, 1, 0
(1, 1, 1, 1)	0	1	0	1	1, 1, 0, 0

Tabla 3.20: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_5 : Juicio de un homicida

En la tabla 3.20 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado del operador Δ_{gmax} del ejemplo E_5 , el resultado son las interpretaciones (1, 1, 0, 1) y (1, 1, 1, 1).

Ejemplo E_6 Vida de paciente en manos de médicos

En la tabla 3.21 se muestran las Satisfacciones Parciales de las tres bases para calcular el resultado empleando Δ_{ps} del ejemplo E_6 , el resultado es la interpretación (1, 1).

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_6 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias b los modelos son las interpretaciones (0, 1) y (1, 1), en la segunda base de creencias $(a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b)$ el modelo es la interpretación

w	(b)	$(a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b)$	$(\neg b)$	$Suma$
$(0, 0)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
$(0, 1)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
$(1, 0)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
$(1, 1)$	1	1	$\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4} \simeq 2.25$

Tabla 3.21: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos

$(1, 1)$ y en la tercera base de creencias $\neg b$ los modelos son las interpretaciones $(0, 0)$ y $(1, 0)$.

En la tabla 3.22 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado utilizando Δ_Σ del ejemplo E_6 , el resultado es la interpretación $(1, 1)$.

w	(b)	$(a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b)$	$(\neg b)$	Δ_Σ
$(0, 0)$	1	2	0	3
$(0, 1)$	0	1	1	2
$(1, 0)$	1	1	0	2
$(1, 1)$	0	0	1	1

Tabla 3.22: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos

En la tabla 3.23 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado del operador Δ_{max} del ejemplo E_6 , el resultado son las interpretaciones $(0, 1)$, $(1, 0)$ y $(1, 1)$.

w	(b)	$(a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b)$	$(\neg b)$	Δ_{max}
$(0, 0)$	1	2	0	2
$(0, 1)$	0	1	1	1
$(1, 0)$	1	1	0	1
$(1, 1)$	0	0	1	1

Tabla 3.23: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos

En la tabla 3.24 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado utilizando Δ_{gmax} del ejemplo E_6 , la fusión es la interpretación $(1, 1)$.

w	(b)	$(a \wedge \neg a) \vee (a \wedge b)$	$(\neg b)$	Δ_{gmax}
$(0, 0)$	1	2	0	2, 1, 0
$(0, 1)$	0	1	1	1, 1, 0
$(1, 0)$	1	1	0	1, 1, 0
$(1, 1)$	0	0	1	1, 0, 0

Tabla 3.24: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_6 : Vida de paciente en manos de médicos

Ejemplo E_7 Cambio de gerente

En la tabla 3.25 se muestran las Satisfacciones Parciales de las tres bases para calcular el resultado empleando Δ_{ps} del ejemplo E_7 , el resultado es la interpretación $(1, 1)$.

w	(b)	$(a \wedge b)$	$(\neg b)$	$Suma$
$(0, 0)$	$\frac{1}{4}$	1	1	$2\frac{1}{4} \simeq 2.25$
$(0, 1)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
$(1, 0)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
$(1, 1)$	1	0	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4} \simeq 1.25$

Tabla 3.25: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_7 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias b , los modelos son las interpretaciones $(0, 1)$ y $(1, 1)$, en la segunda base de creencias $a \wedge b$, el modelo es la interpretación $(1, 1)$ y en la tercera base de creencias $\neg b$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0)$ y $(1, 0)$.

En la tabla 3.26 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado utilizando Δ_Σ del ejemplo E_7 , el resultado es la interpretación $(1, 1)$.

w	(b)	$(a \wedge b)$	$(\neg b)$	Δ_Σ
$(0, 0)$	1	0	0	1
$(0, 1)$	0	1	1	2
$(1, 0)$	1	1	0	2
$(1, 1)$	0	2	1	3

Tabla 3.26: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente

En la tabla 3.27 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado del operador Δ_{max} del ejemplo E_7 , el resultado son las interpretaciones $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 0)$.

w	(b)	$(a \wedge b)$	$(\neg b)$	Δ_{max}
$(0, 0)$	1	0	0	1
$(0, 1)$	0	1	1	1
$(1, 0)$	1	1	0	1
$\tilde{n}(1, 1)$	0	2	1	2

Tabla 3.27: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente

En la tabla 3.28 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado del operador Δ_{gmax} del ejemplo E_7 , el resultado es la interpretación $(0, 0)$.

w	(b)	$(a \wedge b)$	$(\neg b)$	Δ_{gmax}
(0, 0)	1	0	0	1, 0, 0
(0, 1)	0	1	1	1, 1, 0
(1, 0)	1	1	0	1, 1, 1
(1, 1)	0	2	1	2, 0, 0

Tabla 3.28: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_7 : Cambio de gerente

Ejemplo E_8 Trato entre padre e hijos

En la tabla 3.29 se muestran las Satisfacciones Parciales de las tres bases para calcular el resultado utilizando Δ_{ps} del ejemplo E_8 , el resultado es la interpretación (1, 1).

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$Suma$
(0, 0)	$\frac{1}{4}$	1	1	$1\frac{3}{4} \simeq 1.75$
(0, 1)	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4} \simeq 1.25$
(1, 0)	1	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} \simeq 2.25$
(1, 1)	1	1	1	$2\frac{1}{2} \simeq 2.5$

Tabla 3.29: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_8 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias a , los modelos son las interpretaciones (1, 0) y (1, 1), en la segunda base de creencias $(\neg a \wedge b)$, los modelos son las interpretaciones (0, 0), (0, 1) y (1, 1) y en la tercera base de creencias $(a \wedge \neg b)$, los modelos son las interpretaciones (0, 0), (1, 0) y (1, 1).

En la tabla 3.30 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado empleando Δ_{Σ} del ejemplo E_8 , el resultado son las interpretaciones (1, 0) y (1, 1).

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	Δ_Σ
$(0, 0)$	1	1	1	3
$(0, 1)$	1	0	2	3
$(1, 0)$	0	2	0	2
$(1, 1)$	0	1	1	2

Tabla 3.30: Δ_Σ aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos

En la tabla 3.31 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado del operador Δ_{max} del ejemplo E_8 , el resultado son las interpretaciones $(0, 0)$ y $(1, 1)$.

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	Δ_{max}
$(0, 0)$	1	1	1	1
$(0, 1)$	1	0	2	2
$(1, 0)$	0	2	0	2
$(1, 1)$	0	1	1	1

Tabla 3.31: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos

En la tabla 3.32 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado del operador Δ_{gmax} del ejemplo E_8 , el resultado es la interpretación $(1, 1)$.

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	Δ_{gmax}
$(0, 0)$	1	1	1	1, 1, 1
$(0, 1)$	1	0	2	2, 1, 0
$(1, 0)$	0	2	0	2, 0, 0
$(1, 1)$	0	1	1	1, 1, 0

Tabla 3.32: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_8 : Trato entre padre e hijos

Ejemplo E_9 Asistencia a una fiesta

En la tabla 3.33 se muestran las Satisfacciones Parciales de las cuatro bases para calcular el resultado empleando Δ_{ps} del ejemplo E_9 , el resultado es la interpretación $(1, 0)$.

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg b)$	$Suma$
$(0, 0)$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{3}{4} \simeq 2.75$
$(0, 1)$	$\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2} \simeq 1.5$
$(1, 0)$	1	$\frac{1}{4}$	1	1	$3\frac{1}{2} \simeq 3.5$
$(1, 1)$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$2\frac{3}{4} \simeq 2.75$

Tabla 3.33: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_9 con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias a , los modelos son las interpretaciones $(1, 0)$ y $(1, 1)$, en la segunda base de creencias $\neg a \wedge b$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 1)$, en la tercera base de creencias $a \wedge \neg b$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0)$ y $(1, 0)$ y en la cuarta base de creencias $\neg b$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0)$ y $(1, 0)$.

En la tabla 3.34 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado utilizando Δ_{Σ} del ejemplo E_9 , el resultado es la interpretación $(1, 0)$.

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg b)$	Δ_{Σ}
$(0, 0)$	1	2	1	0	4
$(0, 1)$	1	1	2	1	5
$(1, 0)$	0	1	0	0	1
$(1, 1)$	0	0	1	1	2

Tabla 3.34: Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta

En la tabla 3.35 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado del operador Δ_{max} del ejemplo E_9 , el resultado son las interpretaciones $(1, 0)$ y $(1, 1)$.

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg b)$	Δ_{max}
$(0, 0)$	1	2	1	0	2
$(0, 1)$	1	1	2	1	2
$(1, 0)$	0	1	0	0	1
$(1, 1)$	0	0	1	1	1

Tabla 3.35: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta

En la tabla 3.36 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado del operador Δ_{gmax} del ejemplo E_{10} , el resultado es la interpretación $(1, 1)$.

w	(a)	$(\neg a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg b)$	Δ_{gmax}
$(0, 0)$	1	0	1	1	1, 1, 1, 0
$(0, 1)$	1	0	2	2	2, 2, 1, 0
$(1, 0)$	0	1	0	0	1, 0, 0, 0
$(1, 1)$	0	0	1	1	1, 1, 0, 0

Tabla 3.36: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_9 : Asistencia a una fiesta

Ejemplo E_{10} Decisión tomada entre familia

En la tabla 3.37 se muestran las Satisfacciones Parciales de las cuatro bases para calcular el resultado utilizando Δ_{ps} del ejemplo E_{10} , el resultado es la interpretación $(1, 1)$.

A continuación se mencionan los modelos del ejemplo E_{10} con la finalidad de calcular las distancias entre interpretaciones y bases de creencias, en la primera base de creencias a , los modelos son las interpretaciones $(1, 0)$ y $(1, 1)$, en la segunda base de creencias $a \wedge b$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 1)$, en la tercera base de creencias $a \wedge \neg b$, el modelo

w	(a)	$(a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg a \vee b)$	$Suma$
$(0, 0)$	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{3}{4} \simeq 2.75$
$(0, 1)$	$\frac{1}{4}$	1	0	1	$2\frac{1}{4} \simeq 2.25$
$(1, 0)$	1	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2} \simeq 2.5$
$(1, 1)$	1	1	$\frac{1}{2}$	1	$3\frac{1}{5} \simeq 3.5$

Tabla 3.37: Δ_{ps} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia

es la interpretación $(1, 0)$ y en la cuarta base de creencias $\neg a \vee b$, los modelos son las interpretaciones $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 1)$.

En la tabla 3.38 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias con la finalidad de calcular el resultado utilizando Δ_{Σ} del ejemplo E_{10} , el resultado es la interpretación $(1, 0)$.

w	(a)	$(a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg a \vee b)$	Δ_{Σ}
$(0, 0)$	1	0	1	1	3
$(0, 1)$	1	0	2	2	5
$(1, 0)$	0	1	0	0	1
$(1, 1)$	0	0	1	1	2

Tabla 3.38: Δ_{Σ} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia

En la tabla 3.39 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular el resultado del operador Δ_{max} del ejemplo E_{10} , el resultado son las interpretaciones $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(1, 1)$.

w	(a)	$(a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg a \vee b)$	Δ_{max}
$(0, 0)$	1	0	1	1	1
$(0, 1)$	1	0	2	2	2
$(1, 0)$	0	1	0	0	1
$(1, 1)$	0	0	1	1	1

Tabla 3.39: Δ_{max} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia

En la tabla 3.40 se muestran las distancias entre interpretaciones y bases de creencias para calcular los vectores de distancias y así calcular el resultado utilizando Δ_{gmax} del ejemplo E_{10} , el resultado es la interpretación $(1, 0)$.

w	(a)	$(a \wedge b)$	$(a \wedge \neg b)$	$(\neg a \vee b)$	Δ_{gmax}
$(0, 0)$	1	0	1	1	1, 1, 1, 0
$(0, 1)$	1	0	2	2	2, 2, 1, 0
$(1, 0)$	0	1	0	0	1, 0, 0, 0
$(1, 1)$	0	0	1	1	1, 1, 0, 0

Tabla 3.40: Δ_{gmax} aplicado al ejemplo E_{10} : Decisión tomada entre familia

Capítulo 4

Pruebas y resultados

En este capítulo se mostrarán en una sola tabla los resultados obtenidos de los cuatro métodos de cada ejemplo y se compararán los resultados.

Ejemplo E_1 Conflicto entre estudiantes

Con el método Δ_{ps} , el resultado son las interpretaciones $(0, 1, 0)$ y $(1, 1, 0)$, la interpretación $(0, 1, 0)$ en el tercer renglón indica que el profesor únicamente impartirá el lenguaje Java, y la interpretación $(1, 1, 0)$ en el séptimo renglón indica que el profesor impartirá los lenguajes Visual Basic y Java para satisfacer al máximo a los estudiantes del grupo.

El resultado empleando el método Δ_{Σ} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
$(0, 0, 0)$	1.167	5	3	3, 1, 1
$(0, 0, 1)$	1.5	4	2	2, 2, 0
$(0, 1, 0)$	2.33	2	2	2, 0, 0
$(0, 1, 1)$	1.83	3	1	1, 1, 1
$(1, 0, 0)$	1.67	4	2	2, 2, 0
$(1, 0, 1)$	1.83	3	1	1, 1, 1
$(1, 1, 0)$	2.33	2	1	1, 1, 0
$(1, 1, 1)$	1.83	3	2	2, 1, 0

Tabla 4.1: Resultados del ejemplo E_1

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$ y $(1, 1, 0)$, la interpretación $(0, 1, 1)$ indica que el profesor impartirá los lenguajes Java y Delphi, la interpretación $(1, 0, 1)$ indica que el profesor impartirá Visual Basic y Delphi, y la interpretación $(1, 1, 0)$ indica que el profesor impartirá los lenguajes Visual Basic y Java.

Con el método Δ_{gmax} , el resultado es la interpretación $(1, 1, 0)$, la cual indica que el profesor impartirá los lenguajes Visual Basic y Java.

Los métodos Δ_{ps} y Δ_{Σ} coinciden en las interpretaciones $(0, 1, 0)$ y $(1, 1, 0)$.

Los cuatro métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación $(1, 1, 0)$ como parte de la fusión.

Ejemplo E_2 Intereses entre vecinos

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación $(1, 1, 1, 0)$, la cual indica que se debe construir la alberca, la cancha de tenis y el estacionamiento para satisfacer al máximo a los vecinos.

El resultado empleando el método Δ_{Σ} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Con el método Δ_{max} , los resultados son las interpretaciones $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 0, 0)$, $(0, 1, 0, 1)$, $(0, 1, 1, 0)$, $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 1, 0)$, $(1, 1, 0, 0)$, en la interpretación $(0, 0, 1, 0)$ se indica que se debe construir el estacionamiento, la interpretación $(0, 0, 1, 1)$ indica que se construya el estacionamiento aunque se tenga que pagar el incremento, en la interpretación $(0, 1, 0, 0)$ se indica que se debe construir la cancha de tenis, la interpretación $(0, 1, 0, 1)$ indica que se debe construir la cancha de tenis aunque se tenga que pagar el incremento, la interpretación $(1, 0, 0, 0)$ indica que se debe construir nada más la alberca, la interpretación $(1, 0, 1, 0)$ indica que se debe construir la alberca y el estacionamiento, y la interpretación $(1, 1, 0, 0)$ indica que se debe construir la alberca y cancha de tenis.

Con el método Δ_{gmax} , el resultado es la interpretación $(0, 1, 1, 0)$ indicando que se debe construir la cancha de tenis y el estacionamiento.

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0, 0, 0, 0)	1.58	8	3	3, 3, 2, 0
(0, 0, 0, 1)	1.12	10	3	3, 3, 3, 1
(0, 0, 1, 0)	2.08	6	2	2, 2, 1, 1
(0, 0, 1, 1)	1.5	8	2	2, 2, 2, 2
(0, 1, 0, 0)	2.08	6	2	2, 2, 1, 1
(0, 1, 0, 1)	1.5	8	2	2, 2, 2, 2
(0, 1, 1, 0)	2.83	4	2	2, 1, 1, 0
(0, 1, 1, 1)	2.25	6	3	3, 1, 1, 1
(1, 0, 0, 0)	1.75	7	2	3, 2, 2, 1
(1, 0, 0, 1)	1.29	9	3	3, 2, 2, 2
(1, 0, 1, 0)	2.5	5	2	2, 1, 1, 1
(1, 0, 1, 1)	1.91	7	3	3, 2, 1, 1
(1, 1, 0, 0)	2.5	5	2	2, 1, 1, 1
(1, 1, 0, 1)	1.91	7	3	3, 2, 1, 1
(1, 1, 1, 0)	3.25	3	3	3, 0, 0, 0
(1, 1, 1, 1)	2.66	5	4	4, 1, 0, 0

Tabla 4.2: Resultados del ejemplo E_2

Los métodos Δ_{ps} y Δ_{Σ} coinciden en la interpretación $(1, 1, 1, 0)$, indicando que se debe construir la alberca, la cancha de tenis y estacionamiento.

Los métodos Δ_{max} y Δ_{gmax} coinciden en la interpretación $(0, 1, 1, 0)$, la cual indica que se debe construir la cancha de tenis y el estacionamiento.

Nótese que en este trabajo no se consideran las restricciones.

Ejemplo E_3 Decisión entre pasajeros

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0)	1	2	1	1, 1, 0
(1)	2	1	1	1, 0, 0

Tabla 4.3: Resultados del ejemplo E_3

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación (1), la cual indica que se debe cancelar el vuelo.

El resultado empleando el método Δ_{Σ} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Con el método Δ_{max} el resultado son las interpretaciones (0) y (1), la interpretación (0) indica que no se debe cancelar el vuelo y la interpretación (1) indica que se debe cancelar el vuelo.

El resultado empleando el método Δ_{gmax} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Los cuatro métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación (1) como parte de la fusión.

Ejemplo E_4 Supervisores en una empresa

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación $(1, 1, 1, 1)$, la cual indica que se deben realizar las cuatro actividades: Checar entradas y salidas

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0, 0, 0, 0)	1.75	3	2	2, 1, 0
(0, 0, 0, 1)	1.75	3	2	2, 1, 0
(0, 0, 1, 0)	2	2	1	1, 1, 0
(0, 0, 1, 1)	2	2	1	1, 1, 0
(0, 1, 0, 0)	1.5	4	2	2, 2, 0
(0, 1, 0, 1)	1.75	3	2	2, 1, 0
(0, 1, 1, 0)	1.5	3	1	1, 1, 1
(0, 1, 1, 1)	2	2	1	1, 1, 0
(1, 0, 0, 0)	1.5	3	1	1, 1, 1
(1, 0, 0, 1)	1.5	3	1	1, 1, 1
(1, 0, 1, 0)	2.25	2	2	2, 0, 0
(1, 0, 1, 1)	2.25	2	2	2, 0, 0
(1, 1, 0, 0)	1.75	3	1	2, 1, 0
(1, 1, 0, 1)	2	2	1	1, 1, 0
(1, 1, 1, 0)	2	2	1	1, 1, 0
(1, 1, 1, 1)	2.5	1	1	1, 0, 0

Tabla 4.4: Resultados del ejemplo E_4

del personal, llenar reportes, realizar trabajos a otras empresas y verificar la obra terminada.

El resultado empleando el método Δ_{Σ} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 0)$, $(0, 1, 1, 1)$, $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 1, 0, 1)$, $(1, 1, 0, 1)$, $(1, 1, 1, 0)$, $(1, 1, 1, 1)$, la interpretación $(0, 0, 1, 0)$ indica que se debe salir a realizar servicio a otras empresas, la interpretación $(0, 0, 1, 1)$ indica que se debe salir a realizar servicio a otras empresas y se debe supervisar las obras, la interpretación $(0, 1, 1, 0)$ indica que se debe llenar reportes y salir a realizar servicio a otras empresas, la interpretación $(0, 1, 1, 1)$ indica que se debe llenar reportes, que se debe salir a realizar servicio a otras empresas y que se debe supervisar las obras, la interpretación $(1, 0, 0, 0)$ indica que se debe checar entradas y salidas del personal, la interpretación $(1, 0, 0, 1)$, indica que se debe checar entradas y salidas del personal y supervisar obras, la interpretación $(1, 1, 0, 1)$ indica que se debe checar entradas y salidas del personal, que se deben llenar los reportes y que debe supervisar las obras, la interpretación $(1, 1, 1, 0)$ indica que se debe checar entradas y salidas del personal, que se debe llenar reportes y que se debe salir a realizar servicio a otras empresas y la interpretación $(1, 1, 1, 1)$ indica que se debe realizar las cuatro actividades.

Con el método Δ_{gmax} , el resultado es la interpretación $(1, 1, 1, 1)$, la cual indica que se realizarán las cuatro actividades.

Los cuatro métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación $(1, 1, 1, 1)$ como parte de la fusión.

Ejemplo E_5 Juicio de un homicida

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación $(1, 1, 0, 1)$, la cual indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa y la esposa del delegado es sospechosa.

Con el método Δ_{Σ} , el resultado son las interpretaciones $(1, 1, 0, 1)$ y $(1, 1, 1, 1)$ la interpretación $(1, 1, 0, 1)$ indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa y que la esposa del delegado es sospechosa

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0, 0, 0, 0)	2.75	3	2	2, 1, 0, 0
(0, 0, 0, 1)	2.75	3	2	2, 1, 0, 0
(0, 0, 1, 0)	2.37	3	1	1, 1, 1, 0
(0, 0, 1, 1)	2, 37	3	1	1, 1, 1, 0
(0, 1, 0, 0)	2.5	4	2	2, 2, 0, 0
(0, 1, 0, 1)	2.75	3	2	2, 1, 0, 0
(0, 1, 1, 0)	1.87	4	1	1, 1, 1, 1
(0, 1, 1, 1)	2.37	3	1	1, 1, 1, 0
(1, 0, 0, 0)	2.5	3	1	1, 1, 1, 0
(1, 0, 0, 1)	2.5	3	1	1, 1, 1, 0
(1, 0, 1, 0)	2.62	3	2	2, 1, 0, 0
(1, 0, 1, 1)	2.62	3	2	2, 1, 0, 0
(1, 1, 0, 0)	2.75	3	2	2, 1, 0, 0
(1, 1, 0, 1)	3	2	1	1, 1, 0, 0
(1, 1, 1, 0)	2.37	3	1	1, 1, 1, 0
(1, 1, 1, 1)	2.87	2	1	1, 1, 0, 0

Tabla 4.5: Resultados del ejemplo E_5

y la interpretación $(1, 1, 1, 1)$ indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa, que Juan es sospechoso, y que la esposa del delegado es sospechosa.

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones $(0, 0, 1, 0)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 0)$, $(0, 1, 1, 1)$, $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 0, 0, 1)$, $(1, 1, 0, 1)$, $(1, 1, 1, 0)$ y $(1, 1, 1, 1)$, la interpretación $(0, 0, 1, 0)$ indica que Juan es sospechoso, la interpretación $(0, 0, 1, 1)$ indica que Juan es sospechoso y que la esposa del delegado es sospechosa, la interpretación $(0, 1, 1, 0)$ indica que Rocío no es sospechosa y que Juan es sospechoso, la interpretación $(0, 1, 1, 1)$ indica que Rocío no es sospechosa, Juan es sospechoso y que la esposa del delegado es sospechosa, la interpretación $(1, 0, 0, 0)$ indica que María y Pedro son sospechosos, la interpretación $(1, 0, 0, 1)$ indica María y Pedro son sospechosos y que la esposa del delegado es sospechosa, la interpretación $(1, 1, 0, 1)$ indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa y que la esposa del delegado es sospechosa, la interpretación $(1, 1, 1, 0)$ indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa y que Juan es sospechoso, y la interpretación $(1, 1, 1, 1)$ indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa, que Juan es sospechoso y que la esposa del delegado es sospechosa.

Con el método Δ_{gmax} , el resultado son las interpretaciones $(1, 1, 0, 1)$ y $(1, 1, 1, 1)$, la interpretación $(1, 1, 0, 1)$ indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa y que la esposa del delegado es sospechosa, y la interpretación $(1, 1, 1, 1)$ indica que María y Pedro son sospechosos, que Rocío no es sospechosa, que Juan es sospechoso y que la esposa del delegado es sospechosa.

Los métodos Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación $(1, 1, 1, 1)$, como parte de la fusión.

Los métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación $(1, 1, 0, 1)$, como parte de la fusión.

Ejemplo E_6 Vida de paciente en manos de médicos

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0, 0)	1.75	3	2	2, 1, 0
(0, 1)	1.75	2	1	1, 1, 0
(1, 0)	1.75	2	1	1, 1, 0
(1, 1)	2.25	1	1	1, 0, 0

Tabla 4.6: Resultados del ejemplo E_6

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación (1, 1), lo cual se interpreta que el paciente tiene cáncer y se debe operar.

El resultado del método Δ_{Σ} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones (0, 1), (1, 0) y (1, 1), la interpretación (0, 1) indica que el paciente se debe operar, la interpretación (1, 0) indica que el paciente tiene cáncer, la interpretación (1, 1) indica que el paciente tiene cáncer y se debe operar.

El resultado empleando el método Δ_{gmax} coincide con el de Δ_{ps} .

Los métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación (1, 1) como parte de la fusión.

Ejemplo E_7 Cambio de gerente

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0, 0)	2.25	1	1	1, 0, 0
(0, 1)	1.75	2	1	1, 1, 0
(1, 0)	1.75	2	1	1, 1, 0
(1, 1)	1.25	3	2	2, 1, 0

Tabla 4.7: Resultados del ejemplo E_7

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación $(0, 0)$, lo cual indica que el gerente no falsificó documentos y que no se debe cambiar al gerente.

El resultado empleando el método Δ_{Σ} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 0)$, la interpretación $(0, 0)$ indica que el gerente no falsificó documentos y que no se debe cambiar al gerente, la interpretación $(0, 1)$ indica que se debe cambiar al gerente y la interpretación $(1, 0)$ indica que el gerente falsificó documentos.

El resultado empleando el método Δ_{gmax} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Los métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación $(0, 0)$ como parte de la fusión.

Ejemplo E_8 Trato entre padre e hijos

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0, 0)	1.75	3	1	1, 1, 1
(0, 1)	1.25	3	2	2, 1, 0
(1, 0)	2.25	2	2	2, 0, 0
(1, 1)	2.5	2	1	1, 1, 0

Tabla 4.8: Resultados del ejemplo E_8

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación $(1, 1)$, la cual indica que se le debe comprar un Xbox a Pedro y una Laptop a María.

Con el método Δ_{Σ} , el resultado son las interpretaciones $(1, 0)$ y $(1, 1)$, la interpretación $(1, 0)$ indica que se le debe comprar un Xbox a Pedro y la interpretación $(1, 1)$ indica que se le debe comprar un Xbox a Pedro y una Laptop a María.

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones $(0, 0)$ y $(1, 1)$, la interpretación $(0, 0)$ indica que no se le debe comprar el Xbox a Pedro y no

se le debe comprar la Laptop a María y la interpretación $(1, 1)$ indica que se le debe comprar el Xbox a Pedro y que se le debe comprar la Laptop a María.

El resultado empleando el método Δ_{gmax} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Los métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación $(1, 1)$ como parte de la fusión.

Ejemplo E_9 Asistencia a una fiesta

w	Δ_{Ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
$(0, 0)$	2.75	4	2	2, 1, 1, 0
$(0, 1)$	1.5	5	2	2, 1, 1, 1
$(1, 0)$	3.25	1	1	1, 0, 0, 0
$(1, 1)$	2.75	2	1	1, 1, 0, 0

Tabla 4.9: Resultados del ejemplo E_9

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación $(1, 0)$, la cual indica que la persona se debe hacer un cambio de look.

El resultado empleando el método Δ_{Σ} coincide con el resultado de Δ_{ps} .

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones $(1, 0)$ y $(1, 1)$, la interpretación $(1, 0)$ indica que la persona se debe hacer un cambio de look y la interpretación $(1, 1)$ indica que la persona se debe hacer un cambio de look y puede asistir a la fiesta.

Con el método Δ_{gmax} , el resultado es la interpretación $(1, 0)$, la cual indica que la persona se debe hacer un cambio de look.

Los métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación $(1, 0)$ como parte de la fusión.

Ejemplo E_{10} Decisión tomada entre familia

w	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
(0, 0)	2.75	3	1	1, 1, 1, 0
(0, 1)	2.25	5	2	2, 2, 1, 0
(1, 0)	2.5	1	1	1, 0, 0, 0
(1, 1)	3.5	2	1	1, 1, 0, 0

Tabla 4.10: Resultados del ejemplo E_{10}

Con el método Δ_{ps} , el resultado es la interpretación (1, 1), la cual indica que Juan puede ver la televisión y Martha puede escuchar la música.

Con el método Δ_{Σ} , el resultado es la interpretación (1, 0), la cual indica que Juan puede ver la televisión y Martha no puede escuchar música.

Con el método Δ_{max} , el resultado son las interpretaciones (0, 0), (1, 0) y (1, 1), la interpretación (0, 0) indica que Juan no debe ver la televisión y que Martha no debe escuchar su música, la interpretación (1, 0) indica que Juan puede ver la televisión y Martha no debe escuchar su música y la interpretación (1, 1) indica que Juan puede ver la televisión y Martha debe escuchar su música.

En el método Δ_{gmax} , el resultado es la interpretación (1, 0), la cual indica que Juan puede ver la televisión y Martha no debe escuchar su música.

Los métodos Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} seleccionan la interpretación (1, 0) como parte de la fusión.

Los métodos Δ_{ps} y Δ_{max} seleccionan la interpretación (1, 1) como parte de la fusión.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusión

El objetivo de este trabajo fue realizar un estudio comparativo con métodos de fusión, los métodos que se estudian en esta tesis son Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} . Los ejemplos encontrados en la literatura fueron resueltos con los cuatro métodos.

El método Δ_{ps} es sencillo de entender, utiliza pocos cálculos. En este método el resultado obtenido logra satisfacer al máximo a la mayoría del grupo.

El método Δ_{Σ} es laborioso, utiliza más cálculos matemáticos para obtener la solución, este método coincide casi siempre con los resultados de Δ_{ps} .

El método Δ_{max} genera muchas opciones como resultado, no ayuda a la toma de decisiones, porque al tomar muchas opciones no ayuda a elegir una interpretación específica. No se recomienda este método para resolver problemas de fusión.

El método Δ_{gmax} proporciona beneficios para resolver los problemas de fusión, este método fija el resultado porque en pocas ocasiones obtuvo la solución en más de dos interpretaciones.

Después de hacer el estudio comparativo de los cuatro métodos Δ_{ps} , Δ_{Σ} , Δ_{max} y Δ_{gmax} , se llegó a la conclusión que el método Δ_{ps} es el menos costoso

para resolver problemas de contradicción, ya que permite obtener resultados óptimos mediante pocos cálculos en comparación con los demás.

A continuación se muestran los porcentajes de coincidencia en al menos una interpretación de los métodos.

El método Δ_{ps}

- Los resultados de Δ_{ps} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{ps} en un 100 %.
- Los resultados de Δ_{ps} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{Σ} en un 90 %.
- Los resultados de Δ_{ps} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{max} en un 90 %.
- Los resultados de Δ_{ps} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{gmax} en un 80 %.

El método Δ_{Σ}

- Los resultados de Δ_{Σ} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{ps} en un 90 %.
- Los resultados de Δ_{Σ} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{Σ} en un 100 %.
- Los resultados de Δ_{Σ} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{max} en un 90 %.
- Los resultados de Δ_{Σ} coinciden en al menos una interpretación con los resultados de Δ_{gmax} en un 90 %.

El método Δ_{max}

- Los resultados de Δ_{max} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{ps} en un 90 %.

- Los resultados de Δ_{max} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{Σ} en un 90 %.
- Los resultados de Δ_{max} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{max} en un 100 %.
- Los resultados de Δ_{max} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{gmax} en un 100 %.

El método Δ_{gmax}

- Los resultados de Δ_{gmax} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{ps} en un 80 %.
- Los resultados de Δ_{gmax} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{Σ} en un 90 %.
- Los resultados de Δ_{gmax} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{max} en un 100 %.
- Los resultados de Δ_{gmax} coinciden en al menos en una interpretación con los resultados de Δ_{gmax} en un 100 %.

En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de coincidencia entre métodos en al menos una interpretación.

	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
Δ_{ps}	100 %	90 %	90 %	80 %
Δ_{Σ}	90 %	100 %	90 %	90 %
Δ_{max}	90 %	90 %	100 %	100 %
Δ_{gmax}	80 %	90 %	100 %	100 %

Tabla 5.1: Coincidencias entre métodos en al menos una interpretación

Estos porcentajes se obtuvieron a partir de los resultados obtenidos de los diez ejemplos.

En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de errores relacionados con la tabla 5.1.

	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
Δ_{ps}	0 %	10 %	10 %	20 %
Δ_{Σ}	10 %	0 %	10 %	10 %
Δ_{max}	10 %	10 %	0 %	0 %
Δ_{gmax}	20 %	10 %	0 %	0 %

Tabla 5.2: Errores relacionados con la tabla 5.1

En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de coincidencia entre métodos en todas las interpretaciones que constituyen el resultado.

	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
Δ_{ps}	100 %	70 %	10 %	60 %
Δ_{Σ}	70 %	100 %	10 %	60 %
Δ_{max}	10 %	10 %	100 %	10 %
Δ_{gmax}	60 %	60 %	10 %	100 %

Tabla 5.3: Coincidencias entre métodos

En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de errores relacionados con la tabla 5.3.

	Δ_{ps}	Δ_{Σ}	Δ_{max}	Δ_{gmax}
Δ_{ps}	0 %	30 %	90 %	40 %
Δ_{Σ}	30 %	0 %	90 %	40 %
Δ_{max}	90 %	90 %	0 %	90 %
Δ_{gmax}	40 %	40 %	90 %	0 %

Tabla 5.4: Errores relacionados con la tabla 5.3

5.2. Trabajos futuros

Con el estudio comparativo que se realizó en este trabajo se puede decir que:

- Se puede continuar con este proyecto y realizar nuevas comparaciones con otros ejemplos.
- Se puede incluir otros métodos de fusión para resolver los ejemplos y relacionarlos con los métodos que se utilizaron en este trabajo.
- Sería útil crear un programa que se encargue de automatizar los cálculos matemáticos para obtener los resultados.
- Se puede implementar una herramienta que ayude a la toma de decisiones usando métodos de fusión.

Bibliografía

- [1] C.E. Alchourrón, P. Gärdenfors, and D. Makinson. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50:510-530, 1985.
- [2] Cuenca José (1986). *Lógica informática. Conceptos básicos del cálculo de predicados*, p. (113-123). Alianza Editorial, S.A. Madrid. México, 1986.
- [3] M. Dalal. Investigations into a theory of knowledge base revision. In: *Proceedings of the 7th National Conference of the American Association for Artificial Intelligence: Saint Paul, Minnesota*. 475-479, 1988.
- [4] H. Katsuno and A. O. Mendelzon. Propositional knowledgebase revision and minima change. *Artificial Intelligence*, 52:263-294, 1991.
- [5] C. Baral, S. Kraus, J. Minker, and V. S. Subrahmanian. Combining knowledge bases consisting of first-order theories. *Computational Intelligence*, 8(1):45-71, 1992.
- [6] P. Z. Revesz. On the semantics of theory change: arbitration between old and new information. In *Proceedings of the 12th ACM SIGACT-SIGMOD- SIGART Symposium on Principles of Database Systems*. 71-82, 1993.
- [7] Jinxin Lin. Consistent belief reasoning in the presence of inconsistency. In *Proceedings of Fifth Conference on Theoretical Aspects of Reasoning about Knowledge*, pages 80-94. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 1994.
- [8] E. Mendelson. *Introduction to Mathematical logic*. 4th ed. London:Chapman and Hall, 1997.

- [9] P. Z. Revesz. On the semantics of arbitration. *International Journal of Algebra and Computation*, 7(2):133-160, 1997.
- [10] P. Liberatore and M. Schaerf. Arbitration (or how to merge knowledge bases). *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 10(1):76-90, 1998.
- [11] S. Konieczny. On the difference between merging knowledge bases and combining them. In *Proceedings of the Seventh International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning: (KR'00)* 135-144, 2000.
- [12] V. Borja Macías, and P. Pozos Parra. Model-based belief merging without distance measures. In: *International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems*. Honolulu, Hawaii: ACM. 613-615, 2007.
- [13] Hernández, J. Alejandro (2008). Fusión de creencias basándose en Satisfacción Parcial. (Recuperado el día 15 mayo de 2008 de <http://www.utm.mx/edith/210808.pdf>)
- [14] Aguila, Arnoldo (2008). Creencias. (Recuperado el 5 de abril 2008 desde <http://www.arnoldoaguila.com/creencia.html>)

Glosario

Actualización de creencias: Es la integración de dos piezas de información, ambas totalmente confiables, refiriéndose a dos tiempos diferentes donde algunos cambios pueden haber ocurrido en medio.[Konieczny & Pino, 2002]

Base de creencias (conocimientos): Es un conjunto finito de fórmulas proposicionales que representan las creencias de un agente (Identificamos ésta con la conjunción de sus elementos).[Borja, 2007]

Catálogo: Instrumento administrativo que presenta en forma sumaria, ordenada y sistematizada, un listado de cosas o eventos relacionados con un fenómeno en particular.[Org, 2007]

Comparación: Confrontación de objetos con el fin de poner de manifiesto los rasgos de semejanza o de diferencia entre ellos (o unos y otros a la vez). Es una premisa importantísima de la generalización. Desempeña un gran papel en los razonamientos por analogía. Los juicios que expresan el resultado de la comparación sirven para descubrir el contenido de los conceptos acerca de los objetos que se comparan; en este sentido, la comparación constituye un recurso que complementa a la definición y a veces la sustituye.[Diccionario Soviético de filosofía, 2001]

Conocimiento: El Conocimiento se considera (en el dominio de los Sistemas Expertos) como un artículo que puede ser transferido entre personas y sistemas, en vez de una propiedad inherente como lo es la inteligencia. El conocimiento es la información acerca del mundo la cual permite a un ser tomar decisiones.[Javier, 2008]

Conocimiento científico: Es un conocimiento que exige mayor rigor, que trata de encontrar las regularidades en los conocimientos para explicarlos, conocerlos y predecirlos.

Conocimiento común: Es el que se adquiere de manera cotidiana, sin una planeación y sin la utilización de instrumentos especialmente diseñados.

Conocimiento empírico: Habla de todo sin límites precisos. En cambio el conocimiento científico es preciso y específico. [Lario, 2008]

Creencias: Es un modelo creado por la mente para satisfacer un deseo o describir un hecho (real o imaginario).

Función: Fórmula predefinida y con nombre que realiza un cálculo específico y devuelve un único valor específico. [Filemarke.pro, 2008]

Función lógica: Es la combinación de dos o más operadores lógicos.

Fusión de creencias: La integración de dos o más piezas de información que tiene el mismo grado de confiabilidad.

Hoja de cálculo: Es un programa que permite manipular datos numéricos y alfanuméricos dispuestos en forma de tablas (la cual es la unión de filas y columnas). Habitualmente es posible realizar cálculos complejos con fórmulas y funciones y dibujar distintos tipos de gráficas. [Orietta, 2007]

Lenguaje Formal: Son las fórmulas o signos (matemático, lógico, etc.)

Lenguaje Natural: Es el medio que se utiliza de manera cotidiana para establecer nuestra comunicación con las demás personas. Algunos ejemplos de lenguajes naturales son: inglés, alemán, español, etc.

Método: Procedimiento estructurado y ordenado seguido en la ciencia para hallar resultados y justificarlos.

Operadores lógicos: Se utilizan para combinar múltiples comparaciones en una expresión condicional. Un operador lógico toma uno o dos operandos cada uno de los cuales tienen un valor verdadero o falso y devuelve un valor verdadero o falso. [García, 2004]

Revisión de creencias: Es la integración de dos piezas de información, en la cual una es considerada totalmente confiable, mientras que la otra puede ser parcialmente incorrecta.