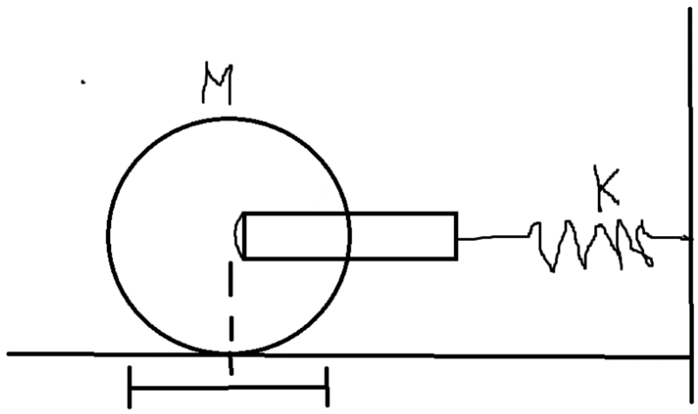
1. un cilindro de masa M y radio R se conecta por medio de un resorte de constante k como se encuentra en la figura, si el cilindro tiene libertad de rodar sobre la superficie horizontal sin resbalar, demuestre que en estas condiciones el centro de masa del cilindro efectúa un movimiento armónico simple con periodo igual:



2.

verifico si hay fricción o no, la constante es la energía mecánica, como es un cuerpo rígido hay dos contribuciones a la energía cinética, una la hace el centro de masa y la otra la hace la rotación del cuerpo rígido, el primer componente es la energía cinética con respecto al centro de masa, la segunda es la de rotación y la tercera es la energía potencial elástica, porque hay un resorte, es decir un muelle, y las fórmulas esta abajo.

$$E_{mecanica} = E_{cCM} + E_{c_R} + E_{P_e}$$

$$E_{c_{centro\ de\ masa}} = \frac{1}{2}MV_{cm}^2$$

$$E_{c_R} = \frac{1}{2}I\frac{V_{cm}^2}{R^2}$$

$$E_{c_R} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}MR^2)\frac{V_{cm}^2}{R^2}$$

$$E_{Potencial_{elastica}} = \frac{1}{2}kX^2$$

$$I(Momento\ de\ inercia\ de\ un\ cilindro) = \frac{2}{2}\ MR^2$$

$$\underline{(Este\ momento\ de\ inercia\ puede\ variar, es\ decir\ hay\ que\ buscar\ la\ formula)}$$

Luego la energía mecánica total del sistema es:

$$E_m = \frac{1}{2}MV_{cm}^2 + \frac{1}{4}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}kX^2$$

$$E_m = \frac{6}{8}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}kX^2$$

$$E_m = \frac{3}{4}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}kX^2$$

Como el sistema es conservativo yo derivo la enérgica mecánica con respecto al tiempo.

La fuerza no conservativa se llama fuerza de fricción, cuando yo tenga la funcional de energía mecánica y lo derive con respecto al tiempo va a ser una constante, si lo derivo la derivada con respecto al tiempo de la energía debe ser igual a cero.

Como el sistema es conservativo:

$$\frac{dEm}{dt} = 0 \quad \rightarrow \frac{d}{dt}\left[\frac{Em}{}\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{3}{4}MV_{cm}^2 + \frac{1}{2}kX^2\right] = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{3}{4}MV_{cm}^2\right] + \frac{d}{dt}\left[\frac{3}{4}MV_{cm}^2\right] = 0$$

Tiene que ser igual a cero porque la energía mecánica es una constante en el problema.

$$\frac{3}{4}M\frac{d}{dt}(V_{cm}^2) + \frac{1}{2}K\frac{d}{dt}(X^2) = 0$$

$$\frac{3}{4}M\left(2V_{cm}\right)\frac{V_{cm}}{dt} + \frac{1}{2}k(2x)\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{3}{2}MV_{cm}\frac{dV_{cm}}{dt} + kx\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{3}{2}MV_{cm}a_{cm} + kxV_{cm} = 0$$

$$V_{cm}\left|\frac{3}{2}Ma_{cm} + KX\right| = 0$$

$$\rightarrow \frac{3}{2}Ma_{cm} + KX = 0$$

Pero

$$a_{cm} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2}M\ddot{x} + kx = 0$$

$$\rightarrow \frac{2}{3M}\left[\frac{3}{2}M\ddot{x} + kx\right] = 0$$

$$\rightarrow \frac{2}{3M}\left[\frac{3}{2}M\ddot{x}\right] + \frac{2}{3M}\left[\frac{3}{2}kx\right] = 0$$

$$\rightarrow \frac{2}{3M}$$

$$\rightarrow \ddot{x} + \frac{2k}{3M}x = 0\ (Encontramos\ la\ ecuacion\ armonica)$$

Luego

$$W^2 = \frac{2k}{3M}$$

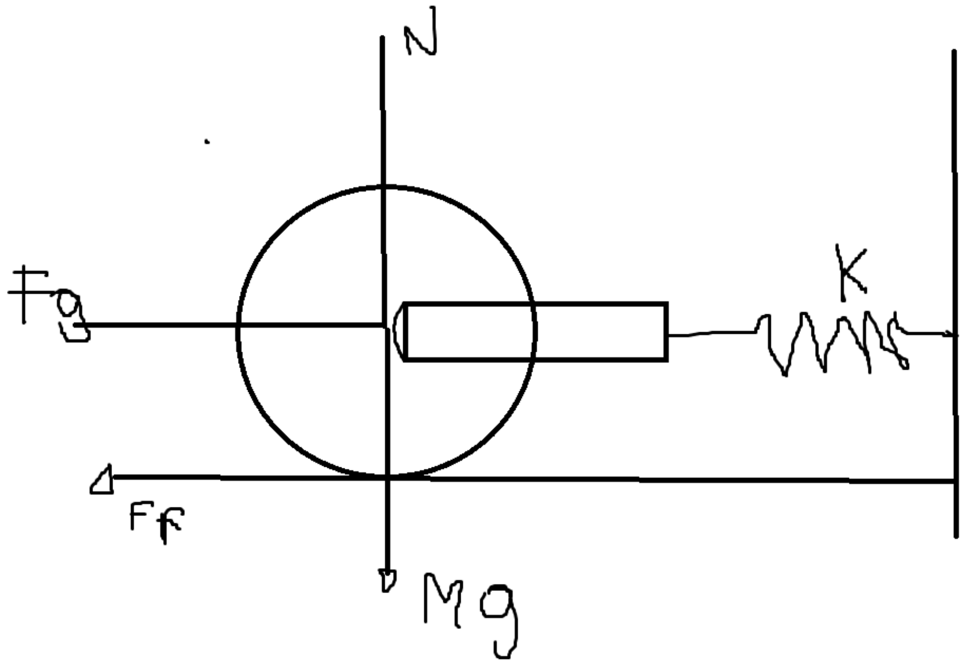
$$w = \sqrt{\frac{2k}{3M}}$$

$$\frac{1}{w} = \sqrt{\frac{3M}{2k}}$$

Luego el periodo del movimiento armónico simple es:

$$T = \frac{2\pi}{w} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$$

Ahora resolver por torques:



Aplicando la segunda ley de Newton:

Toda fuerza que este aplicada en el eje de rotación no produce torque

$$\sum F_X = Ma = \ M\ddot{X}$$

$$\sum F_X =$$

Entonces

$$M\ddot{X} =$$