Universidade Estadual de Londrina
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Lista 01 - REVISÃO

Dados de Identificação	
Professor:	Matheus Pimenta
Disciplina:	Cálculo Diferencial e Integral II
Aluno:	

Observação: Confirme as respostas, você pode chegar em uma outra forma de apresentação das respostas.

---

1. Resolva:

   (a) Determine o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = -3x^2 + 2x$, no ponto $P(2, f(2))$.
   R: -10

   (b) Determine o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \sqrt{x}$, no ponto $P(1, 1)$.
   R: $\frac{1}{2}$

   (c) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ no ponto $P(2, 3)$
   R: $y = 7x - 11$

   (d) Um ponto em movimento obedece a euqação horária $S = t^2 + 3t$. Determine a velocidade do móvel no instante $t = 4s$, nas unidades S em metros e t em segundos.
   R: $v(t_0) = S'(t_0) = 11m/s$

   (e) Um móvel se desloca segundo a função horária $S = t^3 + t^2 + t$. Determine a aceleração do móvel no instante $t = 1s$. As unidades são as mesmas do item anterior.
   R: $a(t_0) = 8m/s^2$

2. Utilizando as propriedades operatórias e as regras de derivação, calcule as derivadas das função abaixo:

   (a) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + x - 4$
   R: $f'(x) = 15x^2 - 4x + 1$

   (b) $f(x) = x^4 - \frac{2}{x^3} - \frac{8}{x} + 2$
   R: $f'(x) = 4x^3 + \frac{6}{x^4} + \frac{8}{x^2}$

   (c) $f(x) = (5x - 2)^6(3x - 1)^3$
   R: $f'(x) = (5x - 2)^5(3x - 1)^2(135x - 48)$

(d) $f(x) = \sqrt[3]{(3x^2+6x-2)^2}$

R: $f'(x) = \dfrac{4(x+1)}{\sqrt[3]{3x^2+6x-2}}$

(e) $f(x) = \dfrac{a+\sqrt{x}}{a-\sqrt{x}}$

R: $f'(x) = \dfrac{a}{\sqrt{x}(a-\sqrt{x})^2}$

(f) $f(r) = \sqrt{\frac{1+r}{1-r}}$

R: $f'(r) = \dfrac{1}{(1-r)^2\sqrt{\frac{1+r}{1-r}}}$

(g) $f(x) = x^3\sqrt[4]{x^3}$

R: $f'(x) = \dfrac{15}{4}x^2\sqrt[4]{x^3}$

(h) $f(x) = \dfrac{1+\cos(x)}{1-\cos(x)}$

R: $f'(x) = \dfrac{-2\sin(x)}{(1-\cos(x))^2}$

(i) $f(x) = \dfrac{2-\sin(x)}{2+\cos(x)}$

R: $f'(x) = \dfrac{2\sin(x)-2\cos(x)-1}{(2+\cos(x))^2}$

(j) $f(x) = \dfrac{e^x}{\ln(x)}$

R: $f'(x) = \dfrac{xe^x\ln(x)-e^x}{x(\ln(x))^2}$

(k) $f(x) = \log_e\left(\dfrac{a+x}{a-x}\right)$

R: $f'(x) = \dfrac{2a}{a^2-x^2}$

(l) $f(x) = (x^3-2x)^{\ln(x)}$

R: $f'(x) = (x^3-2x)^{\ln(x)}\left[\left(\dfrac{3x^2-2}{x^3-2x}\right)\ln(x) + \dfrac{1}{x}\ln(x^3-2x)\right]$

(m) $f(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}$

R: $f'(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}\left(-\sin(x)\ln(\sin(x)) + \dfrac{\cos^2(x)}{\sin(x)}\right)$

(n) $f(x) = e^{\sin^3(x^w)}$

R: $f'(x) = 6xe^{\sin^3(x^2)}\sin^2(x^2)\cos(x^2)$

(o) $f(x) = \sqrt{4+\text{cossec}^2(3x)}$

R: $f'(x) = \dfrac{-3\text{cossec}^2(3x)\text{cotg}(3x)}{\sqrt{4+\text{cossec}^2(3x)}}$

(p) $f(x) = \ln\left(\sqrt{\dfrac{1+\sin(x)}{1-\sin(x)}}\right)$

R: $f'(x) = \sec(x)$

3. Determine a derivada de segunda ordem das seguintes funções:

(a) $y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$
R: $y'' = \dfrac{-x}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$

(b) $y = \ln(\sqrt[3]{1 + x^2})$
R: $y'' = \dfrac{2(1 - x^2)}{3(1 + x^2)^2}$

(c) $y = e^{x^2}$
R: $y'' = e^{x^2}(4x^2 + 2)$

(d) $y = (1 + x^2)\text{arctg}(x)$
R: $y'' = 2\text{arctg}(x) + \dfrac{2x}{1 + x^2}$

(e) $y = (\text{arcsin}(x))^2$
R: $y'' = \dfrac{2}{1 - x^2} + \dfrac{2x\text{arcsin}(x)}{(1 - x^2)^{\frac{3}{2}}}$

4. Expresse $\dfrac{\partial y}{\partial x}$ em termos de x e y, onde $y = y(x)$, é uma função derivável dada implicitamente pela equação:

(a) $e^y + \ln(y) = x$
R: $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{1}{e^y + \dfrac{1}{y}}$

(b) $xy + x - 2y = 1$
R: $\dfrac{\partial y}{\partial x} = -\dfrac{y + 1}{x - 2}$

(c) $2y + \sin(y) = x$
R: $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{1}{2 + \cos(y)}$

(d) $5y + \cos(y) = xy$
R: $\dfrac{\partial y}{\partial x} = \dfrac{y}{5 - \sin(y) - x}$

5. Determine a derivada de ordem 123 da função $y = \sin(x)$.
R: $y^{(123)} = -\cos(x)$

6. Demonstre que a função $y = \dfrac{1}{2}x^2e^x$, satisfaz a equação diferencial $y'' - 2y' + y = e^x$.

7. Um retângulo de dimensões x e y tem perímetro $2a$ (a é constante dada). Determinar x e y para que a sua área seja máxima.
R: $x = y = \dfrac{a}{2}$

8. A prefeitura de um município pretende construir um parque retangular, com área de $3600m^2$ e pretende protegê-lo com uma cerca. Que dimensões devem ter o parque para que o comprimento da cerca seja mínimo?
R: $60m$

9. Estima-se que daqui a t anos, a circulação de um jornal será $C(t) = 100t^2 + 400t + 5000$.

(a) Encontre uma expressão para a taxa de variação da circulação com o tempo daqui a t anos.
R: $C'(t) = 200t + 400$

(b) Qual será a taxa de variação da circulação com o tempo daqui a 5 anos? Nessa ocasião a circulação está aumentando ou diminuindo?
R: $C'(5) = 1400$, aumentando

(c) Qual será a variação da circulação durante o sexto ano?
R: 1500 exemplares

10. Utilizando a regra de L'Hôpital calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x \to 1} \dfrac{\ln(x)}{x-1}$
R: 1

(b) $\lim_{x \to \infty} e^x \ln(x)$
R: 0

(c) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{e^x}{x^2}$
R: $+\infty$

(d) $\lim_{x \to 0} \dfrac{2x}{e^x - 1}$
R: 2

(e) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\tan(x) - x}{x^3}$
R: $\dfrac{1}{3}$

(f) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin(x) - x}{\tan(x) - x}$
R: $-\dfrac{1}{2}$

11. Estude as funções abaixo.
Dica: verifique os pontos de descontinuidade, interseção do gráfico com os eixos, comportamento no infinito, crescimento ou decrescimento, a concavidade, pontos de inflexão, os gráficos e os extremantes.

(a) $f(x) = 2x^3 - 6x$

(b) $f(x) = (x-2)^2$

(c) $f(x) = 4x^3 - x^2 - 24x - 1$

(d) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$

(e) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 4$

(f) $f(x) = xe^x$