

Lista 01 - REVISÃO

Dados de Identificação	
Professor:	Matheus Pimenta
Disciplina:	Cálculo Diferencial e Integral II - 1MAT180
Aluno:	

Observação: Confirme as respostas, você pode chegar em uma outra forma de apresentação das respostas.

1. Resolva:

- (a) Determine o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = -3x^2 + 2x$, no ponto $P(2, f(2))$.

R: -10

- (b) Determine o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \sqrt{x}$, no ponto $P(1, 1)$.

R: $\frac{1}{2}$

- (c) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ no ponto $P(2, 3)$

R: $y = 7x - 11$

- (d) Um ponto em movimento obedece a equação horária $S = t^2 + 3t$. Determine a velocidade do móvel no instante $t = 4s$, nas unidades S em metros e t em segundos.

R: $v(t_0) = S'(t_0) = 11m/s$

- (e) Um móvel se desloca segundo a função horária $S = t^3 + t^2 + t$. Determine a aceleração do móvel no instante $t = 1s$. As unidades são as mesmas do item anterior.

R: $a(t_0) = 8m/s^2$

2. Utilizando as propriedades operatórias e as regras de derivação, calcule as derivadas das função abaixo:

- (a) $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + x - 4$

R: $f'(x) = 15x^2 - 4x + 1$

- (b) $f(x) = x^4 - \frac{2}{x^3} - \frac{8}{x} + 2$

R: $f'(x) = 4x^3 + \frac{6}{x^4} + \frac{8}{x^2}$

- (c) $f(x) = (5x - 2)^6(3x - 1)^3$

R: $f'(x) = (5x - 2)^5(3x - 1)^2(135x - 48)$

- (d) $f(x) = \sqrt[3]{(3x^2 + 6x - 2)^2}$
R: $f'(x) = \frac{4(x+1)}{\sqrt[3]{3x^2 + 6x - 2}}$
- (e) $f(x) = \frac{a + \sqrt{x}}{a - \sqrt{x}}$
R: $f'(x) = \frac{a}{\sqrt{x}(a - \sqrt{x})^2}$
- (f) $f(r) = \sqrt{\frac{1+r}{1-r}}$
R: $f'(r) = \frac{1}{(1-r)^2 \sqrt{\frac{1+r}{1-r}}}$
- (g) $f(x) = x^3 \sqrt[4]{x^3}$
R: $f'(x) = \frac{15}{4} x^2 \sqrt[4]{x^3}$
- (h) $f(x) = \frac{1 + \cos(x)}{1 - \cos(x)}$
R: $f'(x) = \frac{-2 \sin(x)}{(1 - \cos(x))^2}$
- (i) $f(x) = \frac{2 - \sin(x)}{2 + \cos(x)}$
R: $f'(x) = \frac{2 \sin(x) - 2 \cos(x) - 1}{(2 + \cos(x))^2}$
- (j) $f(x) = \frac{e^x}{\ln(x)}$
R: $f'(x) = \frac{x e^x \ln(x) - e^x}{x(\ln(x))^2}$
- (k) $f(x) = \log_e \left(\frac{a+x}{a-x} \right)$
R: $f'(x) = \frac{2a}{a^2 - x^2}$
- (l) $f(x) = (x^3 - 2x)^{\ln(x)}$
R: $f'(x) = (x^3 - 2x)^{\ln(x)} \left[\left(\frac{3x^2 - 2}{x^3 - 2x} \right) \ln(x) + \frac{1}{x} \ln(x^3 - 2x) \right]$
- (m) $f(x) = (\sin(x))^{\cos(x)}$
R: $f'(x) = (\sin(x))^{\cos(x)} \left(-\sin(x) \ln(\sin(x)) + \frac{\cos^2(x)}{\sin(x)} \right)$
- (n) $f(x) = e^{\sin^3(x^w)}$
R: $f'(x) = 6x e^{\sin^3(x^2)} \sin^2(x^2) \cos(x^2)$
- (o) $f(x) = \sqrt{4 + \operatorname{cosec}^2(3x)}$
R: $f'(x) = \frac{-3 \operatorname{cosec}^2(3x) \cotg(3x)}{\sqrt{4 + \operatorname{cosec}^2(3x)}}$
- (p) $f(x) = \ln \left(\sqrt{\frac{1 + \sin(x)}{1 - \sin(x)}} \right)$
R: $f'(x) = \sec(x)$

3. Determine a derivada de segunda ordem das seguintes funções:

$$(a) \quad y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$$

$$\mathbf{R:} \quad y'' = \frac{-x}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$$

$$(b) \quad y = \ln(\sqrt[3]{1 + x^2})$$

$$\mathbf{R:} \quad y'' = \frac{2(1 - x^2)}{3(1 + x^2)^2}$$

$$(c) \quad y = e^{x^2}$$

$$\mathbf{R:} \quad y'' = e^{x^2}(4x^2 + 2)$$

$$(d) \quad y = (1 + x^2)\operatorname{arctg}(x)$$

$$\mathbf{R:} \quad y'' = 2\operatorname{arctg}(x) + \frac{2x}{1 + x^2}$$

$$(e) \quad y = (\arcsin(x))^2$$

$$\mathbf{R:} \quad y'' = \frac{2}{1 - x^2} + \frac{2x\arcsin(x)}{(1 - x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

4. Expresse $\frac{\partial y}{\partial x}$ em termos de x e y , onde $y = y(x)$, é uma função derivável dada implicitamente pela equação:

$$(a) \quad e^y + \ln(y) = x$$

$$\mathbf{R:} \quad \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{e^y + \frac{1}{y}}$$

$$(b) \quad xy + x - 2y = 1$$

$$\mathbf{R:} \quad \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{y + 1}{x - 2}$$

$$(c) \quad 2y + \sin(y) = x$$

$$\mathbf{R:} \quad \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{2 + \cos(y)}$$

$$(d) \quad 5y + \cos(y) = xy$$

$$\mathbf{R:} \quad \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y}{5 - \sin(y) - x}$$

5. Determine a derivada de ordem 123 da função $y = \sin(x)$.

$$\mathbf{R:} \quad y^{(123)} = -\cos(x)$$

6. Demonstre que a função $y = \frac{1}{2}x^2e^x$, satisfaz a equação diferencial $y'' - 2y' + y = e^x$.

7. Um retângulo de dimensões x e y tem perímetro $2a$ (a é constante dada). Determinar x e y para que a sua área seja máxima.

$$\mathbf{R:} \quad x = y = \frac{a}{2}$$

8. A prefeitura de um município pretende construir um parque retangular, com área de $3600m^2$ e pretende protegê-lo com uma cerca. Que dimensões devem ter o parque para que o comprimento da cerca seja mínimo?

$$\mathbf{R:} \quad 60m$$

9. Estima-se que daqui a t anos, a circulação de um jornal será $C(t) = 100t^2 + 400t + 5000$.

(a) Encontre uma expressão para a taxa de variação da circulação com o tempo daqui a t anos.

$$\mathbf{R:} \quad C'(t) = 200t + 400$$

- (b) Qual será a taxa de variação da circulação com o tempo daqui a 5 anos? Nessa ocasião a circulação está aumentando ou diminuindo?

R: $C'(5) = 1400$, aumentando

- (c) Qual será a variação da circulação durante o sexto ano?

R: 1500 exemplares

10. Utilizando a regra de L'Hôpital calcule os limites abaixo:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x - 1}$
R: 1

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x \ln(x)$
R: 0

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$
R: $+\infty$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^x - 1}$
R: 2

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x^3}$
R: $\frac{1}{3}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{\tan(x) - x}$
R: $-\frac{1}{2}$

11. Estude as funções abaixo.

Dica: verifique os pontos de descontinuidade, interseção do gráfico com os eixos, comportamento no infinito, crescimento ou decrescimento, a concavidade, pontos de inflexão, os gráficos e os extremantes.

(a) $f(x) = 2x^3 - 6x$

(b) $f(x) = (x - 2)^2$

(c) $f(x) = 4x^3 - x^2 - 24x - 1$

(d) $f(x) = \frac{x + 1}{x - 3}$

(e) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 4$

(f) $f(x) = xe^x$