Universidade Estadual de Londrina
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Lista 04

Dados de Identificação	
Professor:	Matheus Pimenta
Disciplina:	Cálculo Diferencial e Integral II
Aluno:	

Observação: Não precisa ser entregue.
Apenas para desenvolvimento do pensamento matemático.

1. Calcule o valor das integrais:

   (a) $\int_0^3 \int_1^2 x^2 y \, dy \, dx$ (b) $\int_1^2 \int_0^3 x^2 y \, dx \, dy$

   Calcule as integrais iteradas abaixo.

2. $\int_0^{\ln(2)} \int_0^{\ln(5)} e^{2x-y} \, dx \, dy$
   R:6

3. $\int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) dy \, dx$
   R:$\frac{21}{2} \ln(2)$

4. $\int_0^1 \int_y^{e^y} \sqrt{x} \, dx \, dy$
   R:$\frac{4}{9} e^{\frac{3}{2}} - \frac{32}{45}$

5. $\int_0^1 \int_x^{2x} (2x + 4y) \, dy \, dx$
   R:$\frac{8}{3}$

6. $\int_0^2 \int_{-y}^{y} \left(xy^2 + x \right) dx \, dy$
   R:0

7. $\int_1^e \int_{\ln(x)}^1 x, dy \, dx$
   R:$\frac{e^2}{4} - \frac{3}{4}$

8. $\displaystyle\int_0^{\pi}\int_0^{\text{sen}(x)} y\,dy\,dx$

R:$\dfrac{\pi}{4}$

9. $\displaystyle\int_0^{1}\int_0^{\sqrt{1-y^2}} x\,dx\,dy$

R:$\dfrac{1}{3}$

Resolva:

10. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R (x\text{sen}(x+y))\,dA$, onde $R = \left[0, \dfrac{\pi}{6}\right] \times \left[0, \dfrac{\pi}{3}\right]$

R:$\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} - \dfrac{\pi}{12}$

11. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R xe^{xy}\,dA$, onde $R = [0,1] \times [0,1]$

R:

12. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R x\cos(y)\,dA$, onde R é limitada por $y = 0$, $y = x^2$ e $x = 1$.

R:$\dfrac{1-\cos(1)}{2}$

13. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R y^3\,dA$, onde R é a região triangular com vértices $(0,2), (1,1), (3,2)$.

R:$\dfrac{147}{20}$

14. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R xy\,dA$, onde R é a região compreendida no primeiro quadrante entre os círculos $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 25$

R:$\dfrac{609}{8}$

15. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R e^{-x^2-y^2}\,dA$, onde R é a região limitada pelo semicírculo $x = \sqrt{4-y^2}$ e o eixo y.

R:$\dfrac{\pi}{2}(1-e^{-4})$

16. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R (1-6x^2y)\,dA$, onde $R = [0,2] \times [-1,1]$

R:4

17. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R y\text{sen}(xy)\,dA$, onde $R = [1,2] \times [0,\pi]$

R:0

18. Calcule a integral $\displaystyle\iint_R \text{sen}(x)\cos(y)\,dA$, onde $R = \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right] \times \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$

R:1

19. Use integral dupla para achar a área da região da forma indicada. Esboce o gráfico da equação polar e a região.

    (a) Rosácea de raio $\cos(2\theta)$
    R:

    (b) Um laço de raio $4\text{sen}(\theta)$
    R:$2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{4\text{sen}(\theta)} r\,dr\,d\theta = \frac{4\pi}{3}$

20. Calcule a integral $\displaystyle\iint_D (x+2y)\,dA$, onde D é a região limitada pelas parábolas $y = 2x^2$ e $y = 1 + x^2$
    R:$\dfrac{32}{15}$

21. Calcule a integral $\displaystyle\iint_D xy\,dA$, onde D é a região limitada pela reta $y = x - 1$ e pela parábola $y^2 = 2x + 6$
    R:36

22. Determine o volume do tetraedro limitada pelos planos $x + 2y + z = 2$, $x = 2y$, $x = 0$ e $z = 0$.
    R:$\dfrac{1}{3}$

23. Ache o volume do sólido do primeiro octante delimitado pelos planos coordenados, pelo paraboloide $z = x^2 + y^2 + 1$ e pelo plano $2x + y = 2$.
    R:$\dfrac{11}{6}$

24. Ache a área A da região do plano$-xy$ delimitada pelos gráficos de $2y = 16 - x^2$ e $x + 2y = 4$.
    R:$\dfrac{343}{12}$ (Dica: $A = \displaystyle\iint_R dA$)

25. Converta o ponto $\left(2, \dfrac{\pi}{3}\right)$ de coordenadas polares para cartesianas.
    R:$(1, \sqrt{3})$

26. Represente o ponto com coordenadas cartesianas $(1, -1)$ em termos de coordenadas polares.
    R:$\left(\sqrt{2}, -\dfrac{\pi}{4}\right)$ ou $\left(\sqrt{2}, \dfrac{7\pi}{4}\right)$

27. Calcule $\displaystyle\iint_R (3x + 4y^2)\,dA$, onde R é a região no semiplano superior limitada pelos círculos $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$.
    R:$\dfrac{15\pi}{2}$

28. Determine o volume do sólido limitado pelo plano $z = 0$ e pelo paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$
    R:$\dfrac{\pi}{2}$

29. Determine a área contida em um laço da rosácea de quatro pétalas $r = \cos(2\theta)$ com $\theta = \dfrac{\pi}{4}$.
R: $\dfrac{\pi}{8}$

Calcule as integrais iteradas abaixo.

30. $\displaystyle\int_3^4 \int_{-1}^1 \int_0^2 \left(xy^2 + yz^3\right)\, dz\, dx\, dy$
R: 28

31. $\displaystyle\int_{-2}^2 \int_{x^2}^4 \int_0^{4-y} dz\, dy\, dx$
R: $\dfrac{256}{15}$

32. $\displaystyle\int_0^1 \int_{x+1}^{2x} \int_z^{x+z} x\, dy\, dz\, dx$
R: $-\dfrac{1}{12}$

33. $\displaystyle\int_{-1}^2 \int_1^{x^2} \int_0^{x+y} \left(2x^2y\right)\, dz\, dy\, dx$
R: $\dfrac{513}{8}$

34. Calcule a integral tripla $\displaystyle\iiint_B 2x\, dV$ onde $B = \{(x,y,z); 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{4-y^2}, 0 \leq z \leq y\}$
R: 4

35. Calcule a integral tripla $\displaystyle\iiint_B xyz^2\, dV$ onde B é a caixa retangular dada por $B = [0,1] \times [-1,2] \times [0,3]$
R: $\dfrac{27}{4}$

36. Ache o volume do sólido delimitado pelo cilindro $y = x^2$ e pelos planos $y + z = 4$ e $z = 0$.
R: $\dfrac{256}{15}$

37. Encontre o volume do sólido delimitado pelas superfícies $z = x^2 + 3y^2$ e $z = 8 - x^2 - y^2$
R: $8\pi\sqrt{2}$

38. Ache o volume do sólido delimitado pelos gráficos de $z = 3x^2$, $z = 4 - x^2$, $y = 0$ e $z + y = 6$.
R: $\dfrac{304}{15}$

39. Calcule $\displaystyle\iiint_B \sqrt{x^2+z^2}\, dV$, onde B é a região limitada pelo paraboloide $y = x^2 + z^2$ e pelo plano $y = 4$.
R: $\dfrac{128\pi}{15}$

40. Calcule $\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{\sqrt{x^2+y2}}^{2}(x^2+y^2)\,dz\,dy\,dx$

R:$\dfrac{16\pi}{5}$

41. Ache o volume de um sólido delimitado pelo paraboloide $z = x^2 + y^2$, pelo cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e pelo plano$-xy$.

R:8π

42. Calcule $\iiint\limits_B e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\,dV$, onde B é a bola unitária $B = \{(x, y, z); x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$

R:$\dfrac{4\pi}{3}(e-1)$

43. Determine o volume de um sólido que está acima do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e abaixo da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = z$

R:$\dfrac{\pi}{8}$ (Dica:ϕ varia de 0 a $\frac{\pi}{4}$, ρ varia de 0 a $\cos(\phi)$, θ varia de 0 a 2π)