Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio
Departamento Acadêmico de Matemática

Lista 01

Dados de Identificação	
Professor:	Matheus Pimenta
Disciplina:	Matemática Discreta - EC34G
Aluno:	

1. Indique o antecedente e o consequente em cada uma das sentenças:

   DICA: Reescreva na forma de *se-então*.

   (a) Se a chuva continuar, o rio vai transbordar.
   (b) Uma condição suficiente para a falha de uma rede é que a chave geral pare de funcionar.
   (c) Os abacates só estão maduros quando estão escuros e macios.
   (d) Uma boa dieta é uma condição necessária para um gato saudável.

2. Construa as tabelas-verdade para as seguintes *wffs*.

   DICA: $A \leftrightarrow B$ só é verdade quando A e B possuem o mesmo valor-verdade.

   (a) $(A \to B) \leftrightarrow (B \to A)$
   (b) $(A \vee \neg A) \to (B \vee \neg B)$
   (c) $\neg[(A \wedge \neg B) \to \neg C]$
   (d) $(A \to B) \leftrightarrow (\neg B \to \neg A)$

3. Apresente a tabela-verdade para a seguinte proposição:

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (q \to p)$$

   Que é a tabela-verdade para a *bicondição*

4. Apresente a tabela-verdade para a seguinte proposição:

$$p \to q \Leftrightarrow \neg q \to \neg p$$

   Que é a tabela-verdade para a *contraposição*

5. Apresente a tabela-verdade para a seguinte proposição:

$$p \to q \Leftrightarrow p \wedge \neg q \to Falso$$

   Que é a tabela-verdade para a *redução ao absurdo*

6. Suponha o conjunto universo $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Apresente a negação de cada proposição e se possível um contra-exemplo de cada.

   (a) $(\forall x)(x + 5 < 12)$
   (b) $(\forall x)(x \text{ é primo})$
   (c) $(\forall x)(x^2 > 1)$
   (d) $(\forall x)(x \text{ é par})$

7. Determine o valor-verdade (VERDADEIRO ou FALSO) para cada uma das seguintes proposições sabendo que o conjunto universo a ser considerado é $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$:

   (a) $(\forall x)(\forall y)(x + 5 < y + 12)$
   (b) $(\forall x)(\exists y)(xy \text{ não é primo})$
   (c) $(\exists y)(\forall x)(xy \text{ não é primo})$
   (d) $(\exists x)(\exists y)(x^2 > y)$
   (e) $(\forall x)(\exists y)(x^2 > y)$
   (f) $(\exists x)(\forall y)(x^2 > y)$
   (g) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(x + y > z)$
   (h) $(\exists x)(\forall y)(\forall z)(x + y > z)$
   (i) $(\forall x)(\exists y)(\forall z)(x + y > z)$
   (j) $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(x + y > z)$
   (k) $(\forall x)(\exists y)(\exists z)(x + y > z)$
   (l) $(\exists x)(\forall y)(\exists z)(x + y > z)$
   (m) $(\exists x)(\exists y)(\forall z)(x + y > z)$

8. Negue todas as proposições do exercício anterior.

9. Mostre que se elevarmos um número ímpar ao quadrado, seu resultado também será um número ímpar.

10. Mostre que se elevarmos agora um número par ao quadrado, seu resultado será um número par.

11. Se somarmos dois números $m+n$ e o resultado for um número par, então m e n são pares. Prove essa afirmação.

12. Mostre que os números primos são infinitos.

13. Mostre que:
$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n = \frac{(n + 1)n}{2}$$

14. Mostre que:
$$2^n \geq 1 + n, \forall n \in \mathbb{N}$$

15. Mostre que:
$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 > \frac{n^4}{4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

16. Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}$:
$$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \cdots + (2 + 3n) = \frac{(n + 1)(4 + 3n)}{2}$$

17. Mostre que:
$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n = (n + 1)n$$