Probabilidade e Estatística

Matheus Pimenta

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio

ADNP 2020

Testes de Hipóteses para Médias

Suponha que uma certa distribuição dependa de um parâmetro θ e que não se conheça θ ou, então, haja razões para acreditar que o θ variou, seja pelo passar do tempo ou por modificações do processo de produção, por exemplo.

Testes de Hipóteses para Médias

Suponha que uma certa distribuição dependa de um parâmetro θ e que não se conheça θ ou, então, haja razões para acreditar que o θ variou, seja pelo passar do tempo ou por modificações do processo de produção, por exemplo.

A inferência estatística fornece um processo de análise denominado *teste de hipóteses*, que permite se decidir por um valor do parâmetro θ ou por sua modificação com um grau de risco conhecido.

Hipóteses

São formuladas duas hipóteses básicas:

H_0: chamada de hipótese nula ou da existência;

H_1: chamada de hipótese alternativa.

Hipóteses

São formuladas duas hipóteses básicas:

H_0: chamada de hipótese nula ou da existência;

H_1: chamada de hipótese alternativa.

Testamos hipóteses para tomarmos uma decisão entre duas alternativas. Por essa razão, o *teste de hipótese* é um processo de decisão estatística.

Exemplos

1. As lâmpadas da marca A possui vida média de $\mu = \mu_0$;

Exemplos

1. As lâmpadas da marca A possui vida média de $\mu = \mu_0$;
2. O nível de aprovação de uma população de universitários é $\mu = \mu_0$;

Exemplos

1. As lâmpadas da marca A possui vida média de $\mu = \mu_0$;
2. O nível de aprovação de uma população de universitários é $\mu = \mu_0$;
3. Uma propaganda produz efeito positivo nas vendas;

Exemplos

1. As lâmpadas da marca A possui vida média de $\mu = \mu_0$;
2. O nível de aprovação de uma população de universitários é $\mu = \mu_0$;
3. Uma propaganda produz efeito positivo nas vendas;
4. O processo de produção A é mais eficiente que o processo de produção B;

Exemplos

1. As lâmpadas da marca A possui vida média de $\mu = \mu_0$;
2. O nível de aprovação de uma população de universitários é $\mu = \mu_0$;
3. Uma propaganda produz efeito positivo nas vendas;
4. O processo de produção A é mais eficiente que o processo de produção B;
5. Certa qualidade de semente tem uma produção maior;

Exemplos

1. As lâmpadas da marca A possui vida média de $\mu = \mu_0$;
2. O nível de aprovação de uma população de universitários é $\mu = \mu_0$;
3. Uma propaganda produz efeito positivo nas vendas;
4. O processo de produção A é mais eficiente que o processo de produção B;
5. Certa qualidade de semente tem uma produção maior;
6. A vacina A produz maiores taxas de imunização;

Hipóteses

De maneira genérica podemos apresentar as hipóteses genéricas que englobam a maioria dos casos:

Hipóteses

De maneira genérica podemos apresentar as hipóteses genéricas que englobam a maioria dos casos:

1. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$ São os testes bilaterais.

Hipóteses

De maneira genérica podemos apresentar as hipóteses genéricas que englobam a maioria dos casos:

1. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$ São os testes bilaterais.
2. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$ São os testes unilaterais à direita.

Hipóteses

De maneira genérica podemos apresentar as hipóteses genéricas que englobam a maioria dos casos:

1. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$ São os testes bilaterais.
2. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$ São os testes unilaterais à direita.
3. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta < \theta_0 \end{cases}$ São os testes unilaterais à esquerda.

Hipóteses

De maneira genérica podemos apresentar as hipóteses genéricas que englobam a maioria dos casos:

1. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \neq \theta_0 \end{cases}$ São os testes bilaterais.
2. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$ São os testes unilaterais à direita.
3. $\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta < \theta_0 \end{cases}$ São os testes unilaterais à esquerda.
4. E ainda é possível realizar um teste de hipótese após realizar um dos testes acima.

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Definem-se as hipóteses do teste: nula e alternativa;

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Definem-se as hipóteses do teste: nula e alternativa;
- Fixa-se um nível de significância α;

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Definem-se as hipóteses do teste: nula e alternativa;
- Fixa-se um nível de significância α;
- Levanta-se uma amostra de tamanho n e calcula-se uma estimativa $\hat{\theta}_0$ do parâmetro θ;

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Definem-se as hipóteses do teste: nula e alternativa;
- Fixa-se um nível de significância α;
- Levanta-se uma amostra de tamanho n e calcula-se uma estimativa $\hat{\theta}_0$ do parâmetro θ;
- Usa-se para cada tipo de teste uma variável cuja distribuição amostral do estimador do parâmetro seja a mais concentrada em torno do verdadeiro valor do parâmetro;

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Definem-se as hipóteses do teste: nula e alternativa;
- Fixa-se um nível de significância α;
- Levanta-se uma amostra de tamanho n e calcula-se uma estimativa $\hat{\theta}_0$ do parâmetro θ;
- Usa-se para cada tipo de teste uma variável cuja distribuição amostral do estimador do parâmetro seja a mais concentrada em torno do verdadeiro valor do parâmetro;
- Calcula-se com o valor do parâmetro θ_0, dado por H_0, o valor crítico, valor observado na amostra ou valor calculado (V_{calc});

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Definem-se as hipóteses do teste: nula e alternativa;
- Fixa-se um nível de significância α;
- Levanta-se uma amostra de tamanho n e calcula-se uma estimativa $\hat{\theta}_0$ do parâmetro θ;
- Usa-se para cada tipo de teste uma variável cuja distribuição amostral do estimador do parâmetro seja a mais concentrada em torno do verdadeiro valor do parâmetro;
- Calcula-se com o valor do parâmetro θ_0, dado por H_0, o valor crítico, valor observado na amostra ou valor calculado (V_{calc});

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Fixam-se duas regiões: uma de *não rejeição* de H_0 *(RNR)* e uma de *rejeição* de H_0 ou *crítica (RC)* para o valor calculado, ao nível de risco dado;

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Fixam-se duas regiões: uma de *não rejeição* de H_0 *(RNR)* e uma de *rejeição* de H_0 ou *crítica (RC)* para o valor calculado, ao nível de risco dado;
- Se o valor observado $(V_{calc}) \in$ região de não rejeição, a decisão é a de não rejeitar H_0;

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Fixam-se duas regiões: uma de *não rejeição* de H_0 *(RNR)* e uma de *rejeição* de H_0 ou *crítica (RC)* para o valor calculado, ao nível de risco dado;
- Se o valor observado $(V_{calc}) \in$ região de não rejeição, a decisão é a de não rejeitar H_0;
- Se $(V_{calc}) \in$ região crítica, a decisão é a de rejeitar H_0.

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Fixam-se duas regiões: uma de *não rejeição* de H_0 *(RNR)* e uma de *rejeição* de H_0 ou *crítica (RC)* para o valor calculado, ao nível de risco dado;
- Se o valor observado $(V_{calc}) \in$ região de não rejeição, a decisão é a de não rejeitar H_0;
- Se $(V_{calc}) \in$ região crítica, a decisão é a de rejeitar H_0.

No caso dos testes bilaterais, quando se fixa α os valores críticos, V_α são dados, tais que:

Procedimento Padrão para a Realização de um Teste de Hipótese

- Fixam-se duas regiões: uma de *não rejeição* de H_0 *(RNR)* e uma de *rejeição* de H_0 ou *crítica (RC)* para o valor calculado, ao nível de risco dado;
- Se o valor observado $(V_{calc}) \in$ região de não rejeição, a decisão é a de não rejeitar H_0;
- Se $(V_{calc}) \in$ região crítica, a decisão é a de rejeitar H_0.

No caso dos testes bilaterais, quando se fixa α os valores críticos, V_α são dados, tais que:

- $P(|V_{calc}| < V_\alpha) = 1 - \alpha \implies RNR$
- $P(|V_{calc}| \geq V_\alpha) = \alpha \implies RC$

Testes de Hipóteses para a Média de Populações Normais com Variâncias (σ^2) Conhecidas - Testes Bilaterais

Exemplo 01: De uma população normal com variância 36, toma-se uma amostra casual de tamanho 16. obtendo-se $\bar{x} = 43$. Ao nível de 10%, testar as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 45 \\ H_1 : \mu \neq 45 \end{cases}$$

Exemplo 01 - Solução

Como a variância é conhecida, utilizamos um *Teste de Hipótese para a Média de Populações Normais com Variância Conhecida*, e utilizamos a variável $Z : N(0,1)$ com as seguintes variáveis:

Exemplo 01 - Solução

Como a variância é conhecida, utilizamos um *Teste de Hipótese para a Média de Populações Normais com Variância Conhecida*, e utilizamos a variável $Z : N(0,1)$ com as seguintes variáveis:

$$\sigma^2 = 36 \ ; \ \bar{x} = 43 \ ; \ n = 16$$

Exemplo 01 - Solução

Como a variância é conhecida, utilizamos um *Teste de Hipótese para a Média de Populações Normais com Variância Conhecida*, e utilizamos a variável $Z : N(0, 1)$ com as seguintes variáveis:

$$\sigma^2 = 36 \; ; \; \bar{x} = 43 \; ; \; n = 16$$

Assim,

Exemplo 01 - Solução

Como a variância é conhecida, utilizamos um *Teste de Hipótese para a Média de Populações Normais com Variância Conhecida*, e utilizamos a variável $Z : N(0, 1)$ com as seguintes variáveis:

$$\sigma^2 = 36 \ ; \ \bar{x} = 43 \ ; \ n = 16$$

Assim,

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Exemplo 01 - Solução

Como a variância é conhecida, utilizamos um *Teste de Hipótese para a Média de Populações Normais com Variância Conhecida*, e utilizamos a variável $Z : N(0,1)$ com as seguintes variáveis:

$$\sigma^2 = 36 \; ; \; \bar{x} = 43 \; ; \; n = 16$$

Assim,

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Onde $\sigma_{\bar{x}}$ é dada por:

Exemplo 01 - Solução

Como a variância é conhecida, utilizamos um *Teste de Hipótese para a Média de Populações Normais com Variância Conhecida*, e utilizamos a variável $Z : N(0,1)$ com as seguintes variáveis:

$$\sigma^2 = 36 \ ; \ \bar{x} = 43 \ ; \ n = 16$$

Assim,

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Onde $\sigma_{\bar{x}}$ é dada por:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{16}} = \frac{6}{4} \implies \sigma_{\bar{x}} = 1,5$$

.

Exemplo 01 - Solução

Como a variância é conhecida, utilizamos um *Teste de Hipótese para a Média de Populações Normais com Variância Conhecida*, e utilizamos a variável $Z : N(0,1)$ com as seguintes variáveis:

$$\sigma^2 = 36 \ ; \ \bar{x} = 43 \ ; \ n = 16$$

Assim,

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Onde $\sigma_{\bar{x}}$ é dada por:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{16}} = \frac{6}{4} \implies \sigma_{\bar{x}} = 1,5$$

. Sendo $\mu_{H_0} = 45$, segue:

$$Z_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}}} = Z_{calc} = \frac{43 - 45}{1,5} = -1,33$$

.

Exemplo 01 - Solução

Como o teste é um teste bilateral e $\alpha = 10\%$, a região de não rejeição, *RNR*, é:

Exemplo 01 - Solução

Como o teste é um teste bilateral e $\alpha = 10\%$, a região de não rejeição, *RNR*, é:

$$P(|Z| < Z_{\alpha}) = 1 - \alpha \implies P(|Z| < 1,64) = 0,90$$

Exemplo 01 - Solução

Como o teste é um teste bilateral e $\alpha = 10\%$, a região de não rejeição, *RNR*, é:

$$P(|Z| < Z_\alpha) = 1 - \alpha \implies P(|Z| < 1,64) = 0,90$$

E assim, $Z_\alpha = Z_{5\%} = 1,64$.
A região de rejeição (RC) é dada por
$P(|Z| \geq Z_\alpha) = \alpha \implies P(|Z| \geq 1,64) = 0,10.$

Exemplo 01 - Solução

Como o teste é um teste bilateral e $\alpha = 10\%$, a região de não rejeição, RNR, é:

$$P(|Z| < Z_\alpha) = 1 - \alpha \implies P(|Z| < 1,64) = 0,90$$

E assim, $Z_\alpha = Z_{5\%} = 1,64$.
A região de rejeição (RC) é dada por
$P(|Z| \geq Z_\alpha) = \alpha \implies P(|Z| \geq 1,64) = 0,10.$
GRÁFICO

Exemplo 01 - Solução

Como o teste é um teste bilateral e $\alpha = 10\%$, a região de não rejeição, RNR, é:

$$P(|Z| < Z_{\alpha}) = 1 - \alpha \implies P(|Z| < 1,64) = 0,90$$

E assim, $Z_{\alpha} = Z_{5\%} = 1,64$.
A região de rejeição (RC) é dada por
$P(|Z| \geq Z_{\alpha}) = \alpha \implies P(|Z| \geq 1,64) = 0,10$.
GRÁFICO
Como $Z_{calc} = -1,33$ temos que $Z_{calc} \in RNR$.

Exemplo 01 - Solução

Como o teste é um teste bilateral e $\alpha = 10\%$, a região de não rejeição, RNR, é:

$$P(|Z| < Z_{\alpha}) = 1 - \alpha \implies P(|Z| < 1,64) = 0,90$$

E assim, $Z_{\alpha} = Z_{5\%} = 1,64$.
A região de rejeição (RC) é dada por
$P(|Z| \geq Z_{\alpha}) = \alpha \implies P(|Z| \geq 1,64) = 0,10$.
GRÁFICO
Como $Z_{calc} = -1,33$ temos que $Z_{calc} \in RNR$.
Assim, a decisão é de não rejeitar H_0, isto é, a média é 45 com 10% de risco de não rejeitarmos uma hipótese falsa.

$\square$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_{\alpha} \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_{\alpha} \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:

$\bar{x}_1 = \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 - 1,64 \cdot 1,5 = 42,54$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:

$\bar{x}_1 = \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 - 1,64 \cdot 1,5 = 42,54$
$\bar{x}_2 = \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 + 1,64 \cdot 1,5 = 47,46$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:
$\bar{x}_1 = \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 - 1,64 \cdot 1,5 = 42,54$
$\bar{x}_2 = \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 + 1,64 \cdot 1,5 = 47,46$
O que produz:

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:
$\bar{x}_1 = \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 - 1,64 \cdot 1,5 = 42,54$
$\bar{x}_2 = \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 + 1,64 \cdot 1,5 = 47,46$
O que produz:
$RNR = (42,54; 47,46)$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:

$\bar{x}_1 = \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 - 1,64 \cdot 1,5 = 42,54$

$\bar{x}_2 = \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 + 1,64 \cdot 1,5 = 47,46$

O que produz:

$RNR = (42,54; 47,46)$

$RC = (\infty; 42,54] \cup [47,46; +\infty)$

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:

$\bar{x}_1 = \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 - 1,64 \cdot 1,5 = 42,54$

$\bar{x}_2 = \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 + 1,64 \cdot 1,5 = 47,46$

O que produz:

$RNR = (42,54; 47,46)$

$RC = (\infty; 42,54] \cup [47,46; +\infty)$

Como $\bar{x} = 43$, então $\bar{x} \in RNR$.

Exemplo 01 - Solução

Uma outra forma de resolver o mesmo exercício é utilizando os Intervalos de Confiança, como segue:

$$RNR \implies P(\mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} < \bar{x} < \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$P(\bar{x}_1 < \bar{x} < \bar{x}_2) = 1 - \alpha$$

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \bar{x}_1 \text{ ou } \bar{x} \geq \bar{x}_2)$$

Assim, temos:

$\bar{x}_1 = \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 - 1,64 \cdot 1,5 = 42,54$

$\bar{x}_2 = \mu_{H_0} + Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}} = 45 + 1,64 \cdot 1,5 = 47,46$

O que produz:

$RNR = (42,54; 47,46)$

$RC = (\infty; 42,54] \cup [47,46; +\infty)$

Como $\bar{x} = 43$, então $\bar{x} \in RNR$. Logo, não se rejeita H_0 também.

Testes Unilateral (monocaudal)

Os testes unilaterais são quando não estamos interessados em verificar uma desigualdade do tipo $\neq$ e sim quando estamos em busca de verificar $<$ ou $>$. Será realizado um exemplo para a explicação, no caso do Teste Unilateral à esquerda, o caso unilateral a direita é análogo.

Exemplo 02

Exemplo 02: Uma fábrica anuncia que o índice de nicotina dos cigarros da marca X apresenta-se abaixo de 26mg por cigarro. Um laboratório realiza 10 análises do índice obtendo: $26, 24, 23, 22, 28, 25, 27, 26, 28, 24$. Sabe-se que o índice de nicotina dos cigarros da marca X se distribui normalmente com variância $5,36\text{mg}^2$. Pode-se aceitar a afirmação do fabricante, ao nível de 5%?

Exemplo 02 - Solução

Solução:

Temos as seguintes hipóteses:

Exemplo 02 - Solução

Solução:

Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Exemplo 02 - Solução

Solução:

Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Com $\alpha = 5\%$ e $n = 10$.

Exemplo 02 - Solução

Solução:

Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Com $\alpha = 5\%$ e $n = 10$.

Para determinarmos a média:

Exemplo 02 - Solução

Solução:

Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Com $\alpha = 5\%$ e $n = 10$.

Para determinarmos a média:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = \frac{253}{10} \implies \bar{x} = 25,3$$

Exemplo 02 - Solução

Solução:

Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Com $\alpha = 5\%$ e $n = 10$.

Para determinarmos a média:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = \frac{253}{10} \implies \bar{x} = 25,3$$

E o desvio padrão da amostra:

Exemplo 02 - Solução

Solução:

Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Com $\alpha = 5\%$ e $n = 10$.

Para determinarmos a média:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = \frac{253}{10} \implies \bar{x} = 25,3$$

E o desvio padrão da amostra:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{5,36}{10}} = \sqrt{0,536} = 0,73$$

Exemplo 02 - Solução

Solução:
Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Com $\alpha = 5\%$ e $n = 10$.
Para determinarmos a média:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = \frac{253}{10} \implies \bar{x} = 25,3$$

E o desvio padrão da amostra:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{5,36}{10}} = \sqrt{0,536} = 0,73$$

O valor de $Z_{calc} = \frac{25,3-26}{0,73} = -0,959$.

Exemplo 02 - Solução

Solução:
Temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 26 \\ H_1 : \mu < 26 \end{cases}$$

Com $\alpha = 5\%$ e $n = 10$.
Para determinarmos a média:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = \frac{253}{10} \implies \bar{x} = 25,3$$

E o desvio padrão da amostra:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{5,36}{10}} = \sqrt{0,536} = 0,73$$

O valor de $Z_{calc} = \frac{25,3-26}{0,73} = -0,959$.
O valor de $Z_{\alpha} = z_{5\%} = 1,64$.

Exemplo 02 - Solução

Com isto, temos:

Exemplo 02 - Solução

Com isto, temos: $RNR = (-1,64; +\infty)$

Exemplo 02 - Solução

Com isto, temos: $RNR = (-1,64; +\infty)$
$RC = (-\infty; -1,64]$

Exemplo 02 - Solução

Com isto, temos: $RNR = (-1,64; +\infty)$
$RC = (-\infty; -1,64]$
$\therefore Z_{calc} \in RNR.$

Exemplo 02 - Solução

Com isto, temos: $RNR = (-1,64; +\infty)$
$RC = (-\infty; -1,64]$
$\therefore Z_{calc} \in RNR$.
Ou seja, ao nível de 5%, podemos concluir que a afirmação do fabricante é falsa, ou seja, não se rejeita H_0.

$\square$

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_{\alpha} \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$$

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$$

$P(\bar{x} > 26 - 1,64 \cdot 0,73) = 0,95$

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$$

$P(\bar{x} > 26 - 1,64 \cdot 0,73) = 0,95$
$RNR \implies P(\bar{x} > 24,803) = 0,95$

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$$

$P(\bar{x} > 26 - 1,64 \cdot 0,73) = 0,95$
$RNR \implies P(\bar{x} > 24,803) = 0,95$
$RC \implies P(\bar{x} \leq 24,803) = 0,10.$

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$$

$P(\bar{x} > 26 - 1,64 \cdot 0,73) = 0,95$
$RNR \implies P(\bar{x} > 24,803) = 0,95$
$RC \implies P(\bar{x} \leq 24,803) = 0,10.$
Como $\bar{x} = 25,3$, concluímos que $\bar{x} \in RNR$, o que conclui para não rejeitar H_0.

■

Exemplo 02 - Solução

Resolvendo através de Intervalos de Confiança, segue:

$$RNR \implies P(\bar{x} > \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Ou ainda,

$$RC \implies P(\bar{x} \leq \mu_{H_0} - Z_\alpha \cdot \sigma_{\bar{x}}) = \alpha$$

$P(\bar{x} > 26 - 1,64 \cdot 0,73) = 0,95$
$RNR \implies P(\bar{x} > 24,803) = 0,95$
$RC \implies P(\bar{x} \leq 24,803) = 0,10.$
Como $\bar{x} = 25,3$, concluímos que $\bar{x} \in RNR$, o que conclui para não rejeitar H_0.

■

No caso do teste unilateral à direita, a resolução é análoga, levando em consideração que estamos interessados na região à direita.