

Lista 02

Dados de Identificação	
Professor:	Matheus Pimenta
Disciplina:	Matemática Discreta - EC34G
Aluno:	

-
1. Utilizando os conjuntos: $X = \{x; x^2 = 9 \wedge 2x = 4\}$, $Y = \{x; x \neq x\}$, $Z = \{x; x + 8 = 8\}$ responda:
- X é um conjunto vazio?
R: Sim.
 - Y é um conjunto vazio?
R: Sim. (em alguns livros essa é a definição de \emptyset)
 - Z é um conjunto vazio?
R: Não.
2. Seja $U = \mathbb{N}$, identifique quais dos conjuntos é igual a $\{2, 4\}$:
- (a) $A = \{\text{números pares menores que } 6\}$
 - (b) $B = \{x; x < 5\}$
 - (c) $C = \{x; (x - 2)(x - 4)(x + 2) = 0\}$
- R:** A, C
3. Prove as seguintes afirmações:
- (a) Para qualquer conjunto A , temos $\emptyset \subseteq A \subseteq U$
 - (b) Para qualquer conjunto A , temos $A \subset A$
 - (c) Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$ então $A \subseteq C$.
 - (d) $A = B$ se, e somente se, $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$.
4. Sejam os conjuntos: $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$
- (a) Determine: $(A \cup B)$, $(A \cup C)$, $(B \cup C)$ e $(B \cup B)$
 - (b) $(A \cup B) \cup C$ e $A \cup (B \cup C)$
 - (c) $(A \cap B) \cap C$ e $A \cap (B \cap C)$
 - (d) $(A \cap B)$, $(A \cap C)$, $(B \cap C)$ e $(B \cap B)$
 - (e) A^C , B^C e C^C
 - (f) $A - B$, $C - A$, $B - C$, $B - A$ e $B - B$

- (g) $(A \cup B)^C$ e $A^C \cap B^C$
- (h) $A \cap (B \cup C)$ e $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (i) $(A \cap B) - C$ e $(A - B)^C$
5. Prove que $(A \cap B) \subseteq A \subseteq (A \cup B)$ e $(A \cap B) \subseteq B \subseteq (A \cup B)$
6. Utilizando diagramas de *Venn* represente:
- (a) $(A \cup B)^C$
- (b) $(A \cap B^C)$
- (c) $(B - A)^C$
- (d) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (e) $A \cup (B \cap C)$
- (f) $A^C \cup B \cup C$
7. Utilizando as propriedades apresentadas em sala, mostre e justifique:
- (a) $A \cup A = A$
- (b) $A \cap A = A$
- (c) $A \cup U = U$
- (d) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- (e) $(U \cap A) \cup (B \cap A) = A$
- (f) $(\emptyset \cup A) \cap (B \cup A) = A$
- (g) $(A \cup B) \cap (A \cup B^C) = A$
- (h) Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$ então $A \subseteq C$.
8. Em um jantar, cinco pessoas pediram o especial do dia, duas pessoas escolheram somente a entrada e uma pessoa pediu apenas salada. Quantas pessoas jantaram?
9. Existem 22 estudantes do sexo feminino e 18 estudantes do sexo masculino em uma sala, quantos estudantes há ao todo?
10. De 32 pessoas que reciclam papéis e embalagens, 30 reciclam papel e 14 reciclam embalagens. Determine:
- (a) Quantas pessoas reciclam embalagens.
R: 12
- (b) Quantas pessoas reciclam apenas papel.
R: 18
- (c) Quantas pessoas reciclam apenas embalagem.
R: 2
11. Os estudantes de uma moradia estudantil responderam a uma pesquisa sobre o uso de dicionário e enciclopédia nos dias atuais. Os resultados mostraram que 650 estudantes possuem dicionário em seus quartos e 150 não possuem dicionário em seus quartos, 175 possuem enciclopédias em seus dormitórios e 50 estudantes não possuem nem dicionário e nem enciclopédia em seus quartos. Determine o número k de estudantes que:

- (a) residem na moradia estudantil.
R: 800
- (b) possuem tanto dicionário e enciclopédia.
R: 75
- (c) possuem apenas enciclopédia em seu quarto.
R: 100
12. Em uma outra pesquisa a respeito sobre a leitura de revistas, foram entrevistadas 60 pessoas e obtidos os seguintes resultados: 25 leem Veja, 26 leem Exame e 26 leem Caras. 9 pessoas leem Veja e Caras, 11 leem Veja e Exame, 8 leem Exame e Caras e 8 não leem nenhuma revista. Determine:
- (a) Quantidade de pessoas que leem as três revistas simultaneamente.
R: 3
- (b) Represente através de diagrama de Venn.
- (c) Determine o número de pessoas que leem apenas uma revista.
R: 30
13. Suponha que 100 de 120 engenheiros da UTFPR estudem outros idiomas, sendo o seguinte: 65 estudam francês, 45 estudam alemão, 42 estudam russo, 20 estudam francês e alemão, 25 estudam francês e russo e 15 estudam alemão e russo. Determine:
- (a) A quantidade de estudantes que estudam os três idiomas.
R: 8
- (b) Represente através de diagrama de Venn.
- (c) Determine o número de estudantes que estudam apenas um idioma. E dois idiomas.
R: 56 e 36
14. Em uma amostra de 25 carros de uma concessionária, foi obtido o seguinte levantamento: 15 carros possuíam ar condicionado, 12 possuíam rádio, 5 possuíam ar condicionado e vidros elétricos, 9 possuíam ar condicionado e rádio, 4 possuíam rádio e vidros elétricos, 3 possuíam todos os três opcionais e 2 carros não possuíam nenhum opcional. Determine a quantidade de carros que possuíam:
- DICA:** Represente através de um diagrama de Venn.
- (a) Apenas vidros elétricos;
R: 5
- (b) Apenas ar condicionado;
R: 4
- (c) Apenas rádio;
R: 2
- (d) Rádio e vidros elétricos, mas sem ar condicionado;
R: 4
- (e) Ar condicionado e rádio, mas sem vidros elétricos;
R: 6
- (f) Apenas um opcional.
R: 11

15. Suponha que certa identificação é composta por duas letras e três números, onde o primeiro número deve ser obrigatoriamente diferente de 0. Quantas possibilidades de combinação é possível? **R:** 608400
16. Suponha que certa identificação é composta por duas letras e três números, onde cada caractere deve ser diferente? **R:** 468000
17. Suponha que certa identificação é composta por duas letras e três números, onde o primeiro número deve ser obrigatoriamente diferente de 0 e nenhum caractere pode ser repetido. Quantas possibilidades de combinação é possível? **R:** 421200
18. Determine o número de possibilidades de uma eleição para o grêmio estudantil, onde estão concorrendo 26 candidatos para as vagas de presidente, secretário e tesoureiro. (Um candidato não pode assumir duas vagas) **R:** 15600
19. Simplifique $\frac{(n-r+1)!}{(n-r-1)!}$
20. Simplifique $\frac{(n-r)!}{(n-r-2)!}$
21. O símbolo $\binom{n}{r}$, onde n e r são números naturais com $r \leq n$ é definido por: $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{1.2.3\dots(r-1)r}$. Observe que tem r elementos tanto no numerador, quanto no denominador. Assim, determine:
- $\binom{16}{3}$
R: 560
 - $\binom{12}{4}$
R: 495
 - $\binom{8}{2}$
R: 28
 - $\binom{9}{4}$
R: 126
 - $\binom{10}{3}$
R: 120
22. Determine quantas possibilidades de anagramas com três elementos podemos ter com as seguintes letras, sem repetição.
- a, b, c, e, d, r
 - e, h, y, t
 - e, b, g
 - $e, d, q, s, c, f, g, y, u$
23. Repetições não são permitidas. Quantos numerais de três dígitos podem ser formados com:
- Os seguintes seis dígitos: 2, 3, 4, 5, 7 e 9?
R: 120
 - Quantos desses são menores que 400?
R: 40
 - Quantos desses são pares?
R: 40

(d) Quantos são ímpares?

R: 80

(e) Quantos são múltiplos de 5?

R: 20

24. Repetições são permitidas. Quantos numerais de três dígitos podem ser formados com:

(a) Os seguintes seis dígitos: 2, 3, 4, 5, 7 e 9?

R: 216

(b) Quantos desses são menores que 400?

R: 72

(c) Quantos desses são pares?

R: 72

(d) Quantos são ímpares?

R: 144

(e) Quantos são múltiplos de 5?

R: 36

25. Uma caixa contém 10 lâmpadas coloridas. Determine:

(a) Retirando-se 3 lâmpadas com repetição.

R: 1000

(b) Retirando-se 3 lâmpadas sem repetição.

R: 720

26. Resolva o anterior agora com:

(a) Retirando-se 4 lâmpadas com repetição.

R: 10000

(b) Retirando-se 5 lâmpadas sem repetição.

R: 5824

27. Um fazendeiro compra três vacas, dois porcos e quatro galinhas de um vendedor que possui seis vacas, cinco porcos e oito galinhas. Quantas possibilidades o fazendeiro possui para a compra?

R: 14000

28. Um mochila contém 5 bolinhas de gude vermelhas e 6 bolinhas de gude brancas. Determine:

(a) O número de possibilidades para se retirar 4 bolinhas de gude da mochila?

R: 330

(b) O número de possibilidades se duas bolinhas de gude for vermelha e duas forem brancas?

R: 150

(c) O número de possibilidades se forem de uma mesma cor as quatro bolinhas retiradas?

R: 20

29. Nosso alfabeto possui 26 letras, sendo 21 letras consoantes. Determine a quantidade de palavras com cinco letras podemos ter com 3 consoantes diferentes e 2 vogais diferentes.

R: 1596000