Universidade Estadual de Londrina
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Lista 02

Dados de Identificação	
Professor:	Matheus Pimenta
Disciplina:	Cálculo Diferencial e Integral II
Aluno:	

Observação: Não precisa ser entregue. Apenas para desenvolvimento do pensamento matemático.

---

1. Determine o limite (se existir) da sequência $X_n = \dfrac{\operatorname{sen}(n\pi)}{n}$

2. Determine o limite (se existir) da sequência $X_n = \dfrac{\log(n)}{n}$
   DICA: Use que $\forall n \in \mathbb{N}, \sqrt{n} < e^{\sqrt{n}}$

3. Apresente dois exemplos de sequências de termos a_n, satisfazendo simultaneamente as condições abaixo:
   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$
   (b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

4. Apresente um exemplo de uma sequência limitada que não é convergente.

5. Determine o limite (se existir) das sequências abaixo:
   (a) $\dfrac{\cos(x)}{n}$
   (b) $\dfrac{1}{2^n}$
   (c) $a_n = \left(\dfrac{n+1}{n-1}\right)^n$

6. Encontre a fórmula para o $n-$ésimo termo das sequências abaixo:
   (a) $1, -1, 1, -1, \ldots$
   (b) $-1, 1, -1, 1, \ldots$
   (c) $1, 4, 9, 16, 25, \ldots$

(d) $1, -\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{16}, \ldots$

7. Analise a série $\sum \frac{1+n}{n}$

8. Analise a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^{\frac{3}{2}}}$

9. Analise a série $\sum \frac{(2n)!}{n!n!}$

10. Mostre que a série Telescópica é convergente.

11. Mostre que a série Harmônica é divergente.

12. Mostre que a série Harmônica alternada é convergente.

13. Analise a série $\sum \frac{1}{n\ln(n)}$

14. Analise a série $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-1}{n!}$

15. Analise a série $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

16. Mostre que a sequência $X_n = \frac{(n!)^{\frac{1}{n}}}{n}$ converge para $\frac{1}{e}$
DICA: Use que $\forall n \in \mathbb{N}, en^n e^{-n} < n! < en^{n+1}e^{-n}$

17. Para quais valores de $a > 0$ a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n}$ converge?

18. Estude a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$. Para quais valores de p a série é convergente? E para quais valores de p a série é divergente?

19. Analise a série $\sum \frac{(-1)^n}{n}$

20. Analise a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(3\pi^2 n)}{n^2}$

21. Analise a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

22. Encontre a série de Taylor e os polinômios de Taylor gerados por $f(x) = e^x$ em $x = 0$.

23. **DESAFIO:** Mostre que se $a > 0$, então $X_n = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ é tal que o limite de X_n é 1.

24. **DESAFIO:** Analise a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{n^3+\sqrt{n}}$
DICA: Use estimativas $\frac{4n+3}{n^3\sqrt{n}} < \frac{4n}{n^3}$