Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio
Departamento Acadêmico de Matemática

Lista 01

Dados de Identificação	
Professor:	Matheus Pimenta
Disciplina:	Geometria Analítica e Álgebra Linear - EC31G
Aluno:	

1. Determinar se as matrizes são inversíveis e no caso positivo, determinar sua inversa:

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

(c) $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(d) $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

2. Calcule o determinante das matrizes usando o desenvolvimento de Laplace.

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 7 \end{bmatrix}$

(b) $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 12 & -9 & 2 \\ 0 & 18 & -9 & 2 \end{bmatrix}$

(d) $D = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -9 & 6 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

3. Determine as matrizes inversas (se existirem) do exercício anterior.

4. Mostre que, sendo A uma matriz quadrada de ordem n e r um número real, temos a seguinte relação:

$$\det(rA) = r^n \det(A)$$

5. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcule:

(a) $\det(A) + \det(B)$

(b) $\det(A + B)$

6. Dada a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 7 \end{bmatrix}$$

Calcule:

(a) $adj(A)$

(b) $\det(A)$

(c) A^{-1}

7. Escreva a matriz $A = (a_{ij})_{2\times 3}$, onde $a_{ij} = 2i + 3j$

8. Escreva a matriz $B = (b_{ij})_{3\times 3}$, onde $b_{ij} = \frac{i}{j}$

9. Escreva a matriz $C = (c_{ij})_{4\times 1}$, onde $c_{ij} = i^2 + j$

10. Determine a matriz $A = (a_{ij})_{4\times 3}$, onde $a_{ij} = \begin{cases} 2, \text{ se } i \geq j; \\ -1, \text{ se } i < j \end{cases}$

11. Chama-se traço de uma matriz quadrada a soma dos elementos da diagonal principal. Determine o traço de cada uma das matrizes.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 3 & 5 & 2 \\ 22 & \sqrt{2} & -9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

12. Calcule os seguintes produtos, se possível.

(a) $5\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 12 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 7 & 9 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

13. Se A, $B \in \mathbb{M}_n(\mathbb{K})$, vale $AB = BA$? Demonstre ou dê um contra-exemplo.

14. Sejam A, B matrizes quadradas de ordem n. É verdadeiro que $(A+B)^2 = A^2+2AB+B^2$? Demonstre ou dê um contra-exemplo.

15. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ a & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} x & 3 \\ b & 3 \end{bmatrix}$ determinar a, b e x para que $A = B^t$.

16. Determine x e y na igualdade: $\begin{bmatrix} \log_3 x \\ y^2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 5 \end{bmatrix}$

17. Determine a matriz adjunta de $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 8 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$