

**FACULDADE DE TECNOLOGIA DE JACAREÍ – Prof. Francisco de Moura**

**TECNOLOGIA EM DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE MULTIPLATAFORMA**

## **ESTATÍSTICA APLICADA**



**Rita von Randow**

[rita.randow@fatec.sp.gov.br](mailto:rita.randow@fatec.sp.gov.br)

**1º semestre 2025**

# DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS CASO DISCRETO



# DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

É uma **série estatística** específica.

Os dados encontram-se dispostos em classes juntamente com as frequências correspondentes.

**Distribuição de frequências** é uma técnica estatística usada para apresentar uma coleção de objetos classificados em subconjuntos de modo a mostrar o número existente em cada um desses subconjuntos.

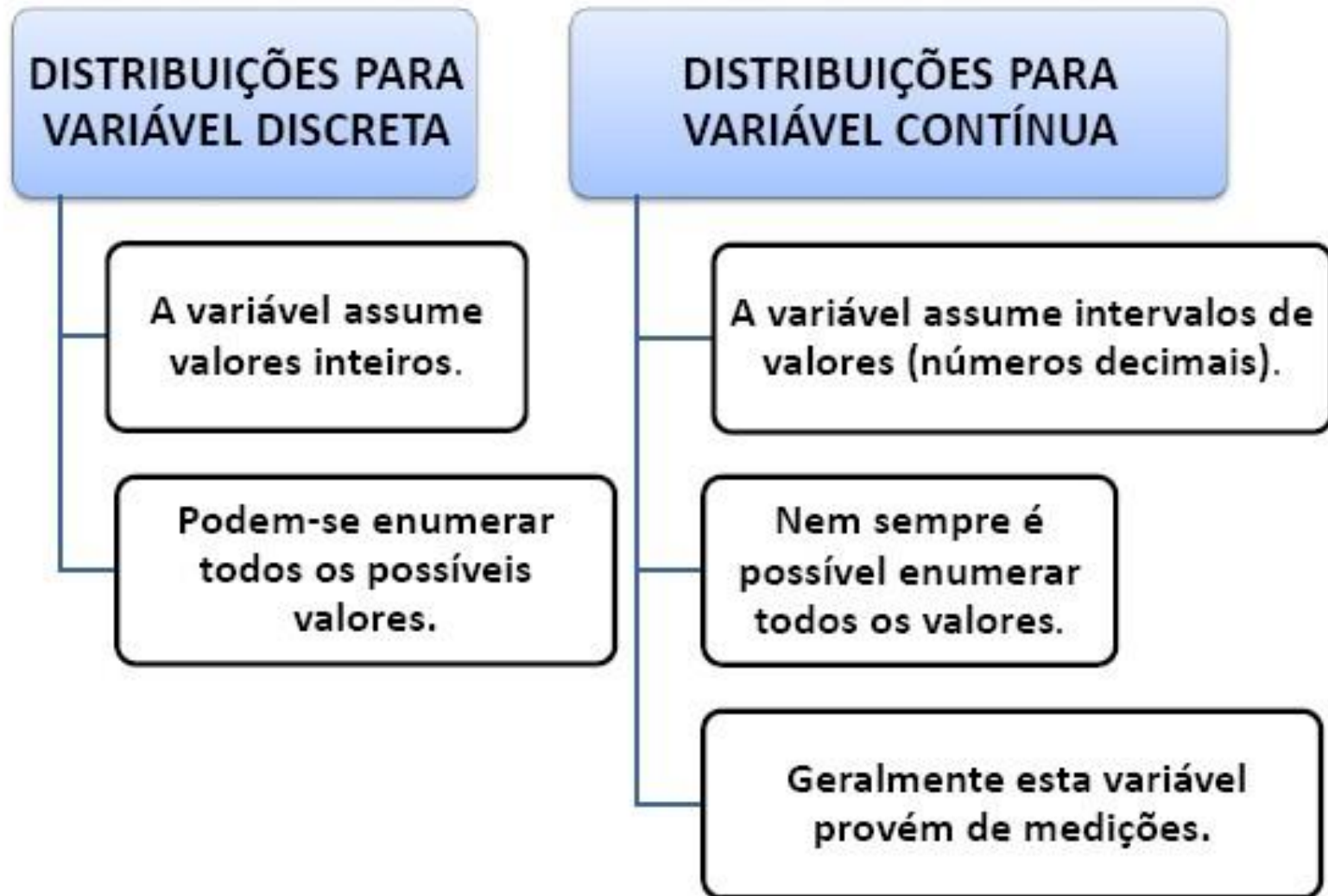
Quando se fala de distribuição de Frequência, estamos falando de como agrupar e apresentar dados quantitativos.

**Frequência** é o número de vezes em que uma característica de uma população ou amostra se repete.

# **Elaboração de tabelas de distribuição de frequências.**

Para a elaboração de uma distribuição de frequências, tem-se dois casos a considerar: quando a variável em estudo for discreta e quando a variável for contínua.

# TIPOS DE DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS



→→ **Variável discreta** é aquela que apresenta valores em pontos da reta real. Por exemplo: idade de pessoas. Número de filhos de um casal.

→→ **Variável contínua** é aquela que pode assumir teoricamente qualquer valor dentro de certo intervalo da reta real. Por exemplo: peso de determinadas peças, pois, teoricamente o peso depende do contexto do aparelho de medição. A temperatura é uma variável contínua, pois pode variar de forma suave dentro de uma escala, como de  $-10^{\circ}\text{C}$  a  $30^{\circ}\text{C}$ . Os dados que possuem esta característica são também chamados de dados quantitativos.

## Exemplos de VARIÁVEL DISCRETA

1. Número de alunos de uma classe.
2. Número de acidentes numa rodovia num determinado período.
3. Número de livros de uma biblioteca.
4. Número de peças defeituosas num lote.



# TIPOS DE FREQUÊNCIAS

## FREQUÊNCIA SIMPLES OU ABSOLUTA: $f_i$

- São os valores que representam o número de dados de cada classe.

## FREQUÊNCIA TOTAL: $\sum f_i$

- É o número total de dados coletados .

## FREQUÊNCIA RELATIVA: $fr_i$

- São valores das razões entre frequência simples da classe e frequência total.

$$fr_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$$

## FREQUÊNCIA ACUMULADA: $F_i$

- É o total das frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe.

## FREQUÊNCIA ACUMULADA RELATIVA: $Fr_i$

- É a frequência acumulada da classe dividida pela frequência total da distribuição.

$$Fr_i = \frac{F_i}{\sum f_i}$$

## EXEMPLO

### DISTRIBUIÇÃO de FREQUÊNCIA com VARIÁVEL DISCRETA

Número de irmãos dos alunos de uma turma  
do 1º Tecnólogo em Aeronáutica, FATEC-São José dos Campos,  
Agosto/2012

i	Nº de irmãos	f <sub>i</sub>
1	0	1
2	1	5
3	2	12
4	3	15
5	5	1
		$\Sigma f_i = 34$

Fonte: Profª Nanci

## EXEMPLO

### DISTRIBUIÇÃO de FREQUÊNCIA com VARIÁVEL DISCRETA

Número de irmãos dos alunos de uma turma  
do 1º Tecnólogo em Aeronáutica, FATEC-São José dos Campos,  
Agosto/2012

Mas o  
que isso  
significa?

i	Nº de irmãos	$f_i$	$f_{ri}$	$F_i$	$F_{ri}$
1	0	1	0,0294	1	0,0294
2	1	5	0,1471	6	0,1765
3	2	12	0,3529	18	0,5294
4	3	15	0,4412	33	0,9706
5	5	1	0,0294	34	1,0000
		$\Sigma f_i = 34$	$\Sigma f_{ri} = 1,0000$		

Fonte: Profª Nanci

# EXERCÍCIOS



Construir uma tabela de distribuição de frequências ( frequência simples, frequência relativa absoluta, frequência acumulada e frequência acumulada relativa ) para as medidas, em mm, do diâmetro de uma barra de metal (**variável discreta**), conforme os seguintes dados brutos (fonte desconhecida):

325	324	328	327	326
328	328	329	329	330
326	327	324	326	327
330	326	328	328	328

Construir uma tabela de distribuição de frequências ( frequência simples, frequência relativa absoluta, frequência acumulada e frequência acumulada relativa ) para as medidas, em mm, do diâmetro de uma barra de metal (**variável discreta**), conforme os seguintes dados brutos (fonte desconhecida):

325	324	328	327	326
328	328	329	329	330
326	327	324	326	327
330	326	328	328	328

#### FREQÜÊNCIA SIMPLES OU ABSOLUTA: $f_i$

- São os valores que representam o número de dados de cada classe.

#### FREQÜÊNCIA TOTAL: $\sum f_i$

- É o número total de dados coletados .

#### FREQÜÊNCIA RELATIVA: $fr_i$

- São valores das razões entre frequência simples da classe e frequência total.

$$fr_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$$

#### FREQÜÊNCIA ACUMULADA: $F_i$

- É o total das frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe.

#### FREQÜÊNCIA ACUMULADA RELATIVA: $Fr_i$

- É a frequência acumulada da classe dividida pela frequência total da distribuição.

$$Fr_i = \frac{F_i}{\sum f_i}$$

## Exemplos de VARIÁVEL CONTÍNUA

1. Pesos dos alunos de uma série.
2. Lucro de uma empresa.
3. Tempo de duração de um transistor.
4. Notas dos alunos.

## EXEMPLO

### DISTRIBUIÇÃO de FREQUÊNCIA com VARIÁVEL CONTÍNUA

Notas dos 40 estudantes aprovados no vestibular,  
no Curso de Manutenção de Aeronaves,  
FATEC - São José dos Campos, 1º sem/2012

Notas	frequência
49   — 53	8
53   — 57	12
57   — 61	6
61   — 65	5
65   — 69	4
69   — 73	4
73   — 78	1
	$\Sigma f_i = 40$

Fonte:

[http://www.vestibularfatec.com.br/classificacao/sel\\_unidade.asp?s=1](http://www.vestibularfatec.com.br/classificacao/sel_unidade.asp?s=1)



# Como Construir uma Tabela de Distribuição de Frequências com Variável Contínua?

Dados brutos: São aqueles valores a que se chegou pela simples coleta, sem qualquer preocupação quanto à sua ordenação.

50 estudantes fizeram exame em certa matéria e alcançaram os seguintes pontos:

60	33	85	52	65	77	84	65	57	74
71	81	35	50	35	64	74	47	68	54
80	41	61	91	55	73	59	53	45	77
41	78	55	48	69	85	67	39	76	60
94	66	98	66	73	42	65	94	89	88

**ROL:** é o arranjo dos dados brutos em ordem de grandeza crescente ou decrescente.

33	41	50	55	61	66	71	76	81	89
35	42	52	57	64	66	73	77	84	91
35	45	53	59	65	67	73	77	85	94
39	47	54	60	65	68	74	78	85	94
41	48	55	60	65	69	74	80	88	98

**NÚMERO DE CLASSES ou LINHAS ( $i$ ):** O pesquisador pode estabelecer o melhor número de classes de uma distribuição de frequências, levando-se em conta um intervalo de classe que facilite os posteriores cálculos numéricos. Para unificarmos a resolução de problemas, vamos considerar uma regra, a **REGRA DE STRUGES**.

$$i = 1 + 3,3 \cdot \log n$$

onde

$i$  = número de linhas

$n$  = total de dados ou observações

**Do nosso exemplo:**

$n = 50$  (número total de estudantes)

$i = ?$

$$i = 1 + 3,3 \cdot \log 50 \Rightarrow i = 1 + 3,3 \cdot (1,70)$$

$$\Rightarrow i = 1 + 5,61 \Rightarrow i = 6,61 \text{ (sem arredondamento)}$$

$$\Rightarrow i = 7 \text{ (arredondando para inteiro)}$$

***Portanto,  $i = 7$  é o número de classes ou linhas da distribuição de frequências.***

# **AMPLITUDE TOTAL DO RANGE**

É a diferença entre o maior e o menor valor do rol.

**AMPLITUDE DE CLASSES (h):** É o “tamanho” dos intervalos de classes. Fórmula:

$$h = \frac{AT}{i}$$

onde

*h = amplitude de classes*

*AT = (X<sub>máx</sub> – X<sub>mín</sub>) do rol = AMPLITUDE TOTAL*

*i = número de classes (linhas)*

Usar o valor do i  
não arredondado

**No nosso exemplo:**

$$h = \frac{AT}{i} = \frac{98-33}{6,61} = \frac{65}{6,61} = 9,83 \cong 10 \Rightarrow h = 10$$

Para a construção dos intervalos de classe, iniciamos pelo  $X_{\min}$  do rol, ou seja, pelo menor valor do rol, e vamos adicionando o valor de  $h$  para cada uma das classes. Assim:

1ª classe:  $33 + 10 = 43 \rightarrow$                       33 | — 43

2ª classe:  $43 + 10 = 53 \rightarrow$                       43 | — 53

e assim sucessivamente.

A representação  $33 \mid - 43$  compreende todos os valores entre 33 (inclusive) e 43 (exclusive).

**LIMITES DE CLASSE** - são os números extremos de cada classe. **No exemplo anterior:**

**1ª classe:**  $33 \mid - 43 \Rightarrow 33$  é o limite inferior e  $43$  é o limite superior



# **Frequência absoluta**

Frequência é o número de vezes em que uma característica de uma população ou amostra se repete.

# **Distribuição de Frequência**

É o arranjo dos valores e o número de vezes em que se repetem. A distribuição das frequências é apresentada geralmente em forma de tabela.

Após estas definições, pode-se construir uma tabela que apresenta a frequência de ocorrência de cada grupo de interesse dos dados em análise.

# Calculando as frequências do nosso exemplo

50 estudantes fizeram exame em certa matéria e alcançaram os seguintes pontos:

60	33	85	52	65	77	84	65	57	74
71	81	35	50	35	64	74	47	68	54
80	41	61	91	55	73	59	53	45	77
41	78	55	48	69	85	67	39	76	60
94	66	98	66	73	42	65	94	89	88

O Rol é:

33	41	50	55	61	66	71	76	81	89
35	42	52	57	64	66	73	77	84	91
35	45	53	59	65	67	73	77	85	94
39	47	54	60	65	68	74	78	85	94
41	48	55	60	65	69	74	80	88	98

O número de classes é:  $i = 1 + 3,3 \cdot \log 50 \Rightarrow i = 1 + 3,3 \cdot (1,70)$

A amplitude é:  $h = \frac{AT}{i} = \frac{98-33}{6,61} = \frac{65}{6,61} = 9,83 \cong 10 \Rightarrow h = 10$

# Calculando as frequências do nosso exemplo

(ver o significado de cada uma delas a partir da próxima página)

Notas de exame de 50 alunos em certa disciplina, Escola X, Ano Y

i	notas	$f_i$	$fr_i$	$F_i$	$Fr_i$
1	33  ----- 43				
2	43  ----- 53				
3	53  ----- 63				
4	63  ----- 73				
5	73  ----- 83				
6	83  ----- 93				
7	93  ----- 103				

Fonte: Secretaria

# Calculando as frequências do nosso exemplo

100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700 1800 1900 2000 2100 2200 2300 2400 2500 2600 2700 2800 2900 3000 3100 3200 3300 3400 3500 3600 3700 3800 3900 4000 4100 4200 4300 4400 4500 4600 4700 4800 4900 5000 5100 5200 5300 5400 5500 5600 5700 5800 5900 6000 6100 6200 6300 6400 6500 6600 6700 6800 6900 7000 7100 7200 7300 7400 7500 7600 7700 7800 7900 8000 8100 8200 8300 8400 8500 8600 8700 8800 8900 9000 9100 9200 9300 9400 9500 9600 9700 9800 9900 10000

Notas de exame de 50 alunos em certa disciplina, Escola X, Ano Y

i	notas	$f_i$	$fr_i$	$F_i$	$Fr_i$
1	33  ----- 43	7	0,140	7	0,140
2	43  ----- 53	5	0,100	12	0,240
3	53  ----- 63	9	0,180	21	0,420
4	63  ----- 73	10	0,200	31	0,620
5	73  ----- 83	10	0,200	41	0,820
6	83  ----- 93	6	0,120	47	0,940
7	93  ----- 103	3	0,060	50	1,000
		$\Sigma f_i = 50$	$\Sigma fr_i = 1,000$		

Fonte: Secretaria

Interprete!

# EXERCÍCIOS



Os salários, em número de salários mínimos, de 34 funcionários são as seguintes:

7,5	5,3	6,3	6,6	7,3	7,8	7,3	6,7	6,4	7,6
6,4	6,2	6,8	5,8	5,8	5,3	5,6	5,8	4,0	6,8
5,8	6,5	5,7	5,2	5,9	7,1	5,8	5,0	5,4	6,4
4,6	7,2	5,8	5,2						

Monte sua tabela de distribuição de frequências.

Para isso, determine:

- O rol
- A amplitude amostral
- O número de classes
- Os limites das classes e os pontos médios
- Contagem dos empregados em cada classe
- Frequência absoluta
- Frequência relativa

# Resposta

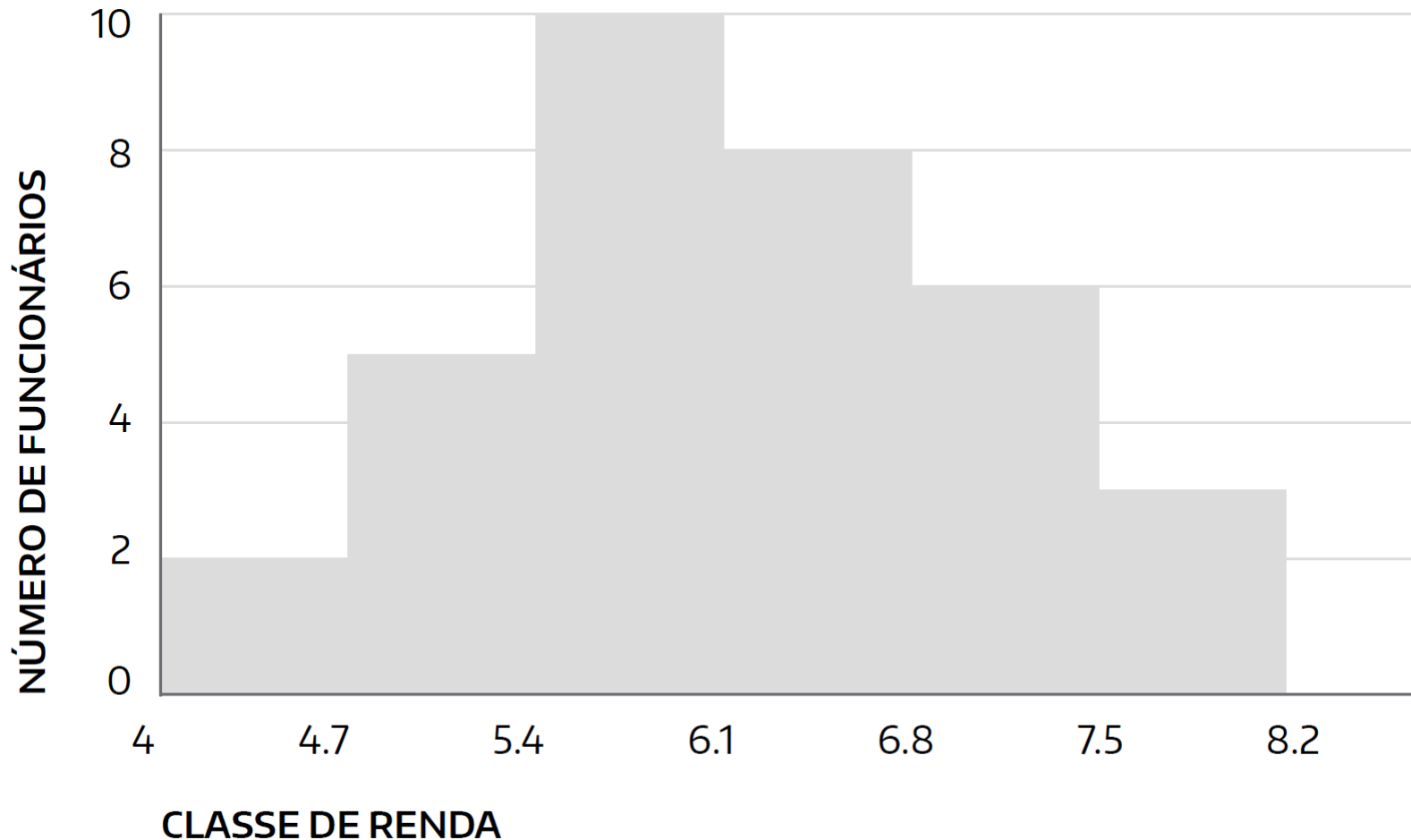
CLASSE DE SALÁRIOS	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
4.0 até menos de 4.7	2	0.1
4.7 até menos de 5.4	5	0.1
5.4 até menos de 6.1	10	0.3
6.1 até menos de 6.8	8	0.2
6.8 até menos de 7.5	6	0.2
7.5 até menos de 8.2	3	0.1
soma	34.0	1.0

Com essa tabela, tem-se a distribuição de frequências dos salários dos 34 funcionários.

Passemos agora para a apresentação da distribuição de frequências para variável contínua em gráfico.

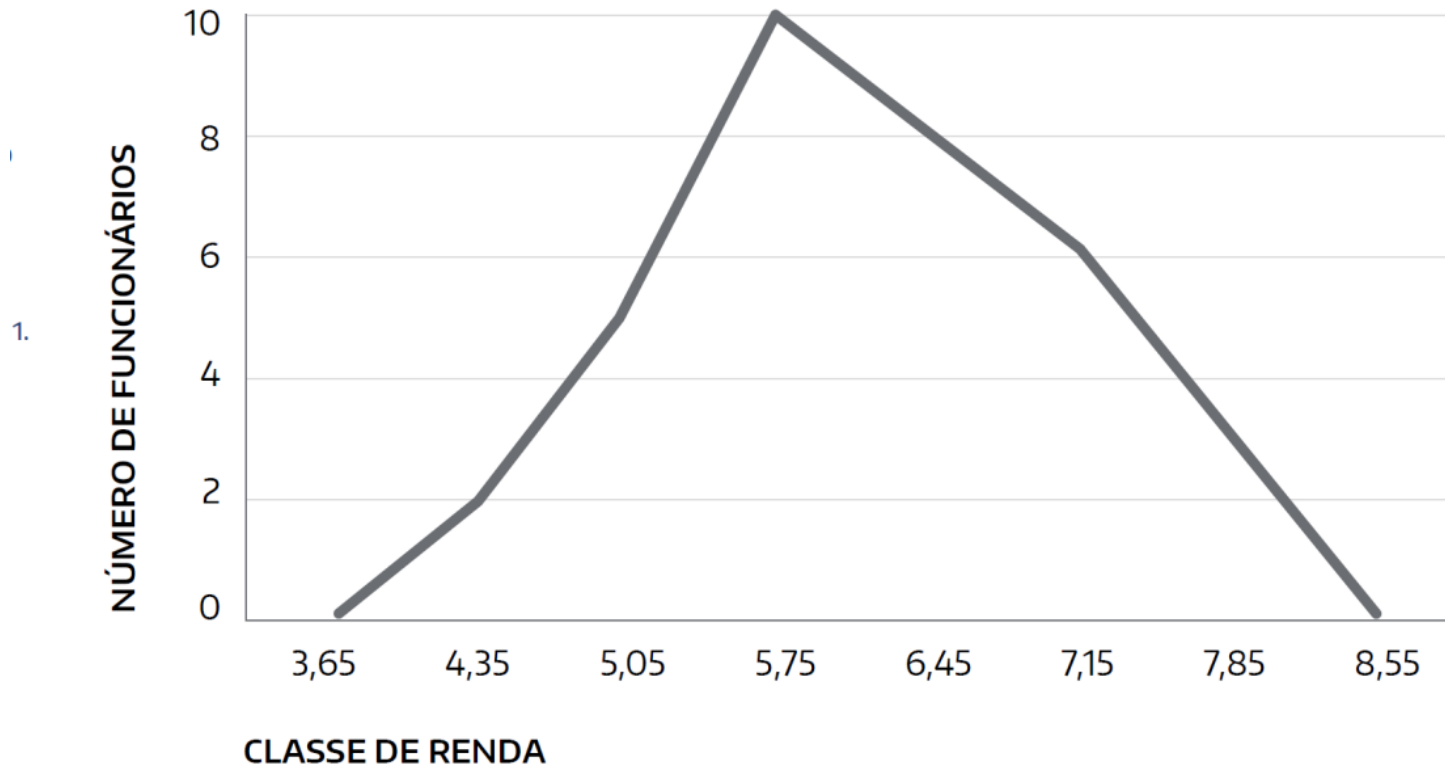


# HISTOGRAMA DE FREQUÊNCIA



“**Histograma** é um gráfico no qual as classes são marcadas no eixo horizontal, e as frequências, as frequências relativas ou as porcentagens são marcadas no eixo vertical” (Mann, 2006).

# POLÍGONOS DE FREQUÊNCIA



O **polígono de frequência** usa segmentos de reta ligados a pontos localizados aos valores dos pontos médios de cada classe. (Triola , 2005)

# Referências

MANN, P. S . **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

SANTIAGO, M. S.; AKAMINE, C. T.; MORSELLI, N. V. Estatística Aplicada à Gestão. UNIVESP. São Paulo, 2016.