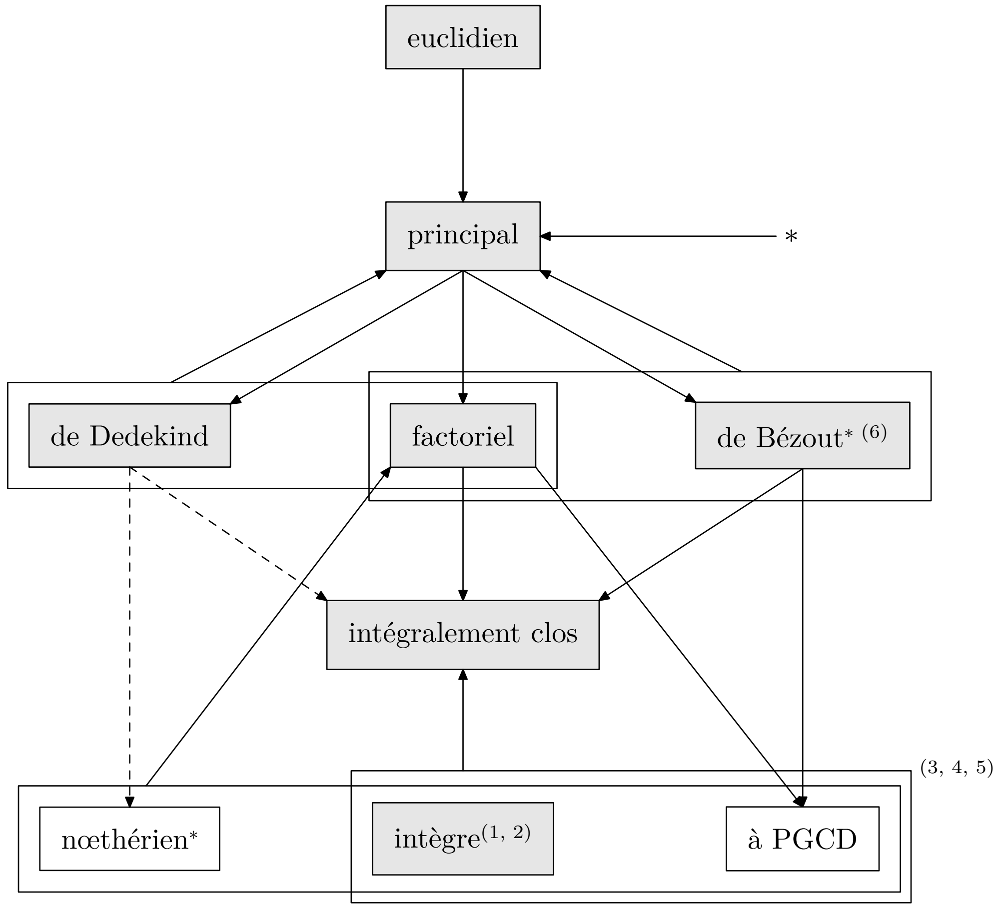
B.a-ba des a.c.u.

Lionel Vidal

Un court aide-mémoire [1, 2, 3] sur une partie de la famille des anneaux commutatifs unitaires (a.c.u.) et les relations particulières qui unissent ses membres.

Les flèches se lisent ici comme des implications, et en pointillées, elles soulignent une relation de définition : par exemple, si un anneau est factoriel, alors il est intégralement clos, ou encore, un anneau de Dedekind est par définition nœthérien. Les anneaux sur fond grisé sont intègres par définition. Les notes précisent les domaines de validité de certaines propriétés arithmétiques utiles.



(1) la relation de divisibilité sur A/∼ (où ∼ est la relation d'équivalence qui lie deux éléments associés) est un ordre (ce n'est qu'un pré-ordre si l'anneau A n'est pas intègre).

(2) tout élément premier est irréductible.

(3) lemme de Gauss : si a divise bc et si a est premier avec b, alors a divise c.

(4) lemme d'Euclide : si p irréductible divise ab, alors p divise a ou b.

(5) un élément est premier si et seulement si il est irréductible.

(6) deux éléments sont étrangers si et seulement si ils sont premiers entre eux.

1. Pour des définitions précises et des exemples ou contre-exemples pertinents qui justifient l'existence des différentes notions, on pourra consulter le *Cours d'algèbre*, de D. Perrin (le célèbre livre bleu des agrégatifs).
2. Et le remarquable *Théorie algébrique des nombres*, de P. Samuel.
3. Et le touffu polycopié *Préparation à l'écrit 1989*, de J.-M. Exbrayat.