

*Оптимізаційні моделі для
вирішення економічних задач
за допомогою MS Excel*

Оптимізаційними називають моделі

економічних задач, в яких потрібно знайти мінімальне або максимальне значення деякого економічного показника (наприклад, прибутку, ефективності, собівартості, часу виконання) за наявності певних обмежень (наприклад, трудових ресурсів, сировини, бюджету).

Загальна постановка лінійної оптимізаційної моделі

Знайти максимум (мінімум) функції

$$Z = cx_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (1)$$

або $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max (\min)$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{\leq, \geq, =\} b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{\leq, \geq, =\} b_2 \\ \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{\leq, \geq, =\} b_m \end{array} \right. \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (3)$$

Вираз (1) називається **цільовою функцією** моделі. Цільова функція являє собою математичний вираз економічного показника, максимальне або мінімальне значення якого потрібно знайти.

Система (2) називається **системою обмежень** моделі. Вона містить рівняння або нерівності, які математично виражають технологічні, ресурсні або інші обмеження. Саме рівняння і нерівності системи (2) «заважають» цільовій функції досягти необмеженого значення.

Нерівності виду (3) називаються обмеженнями на змінні моделі. Змінні можуть приймати, наприклад, тільки цілі значення, а можуть бути й дробовими; можуть бути лише невід'ємними або приймати значення довільного знаку.

Алгоритм складання оптимізаційної моделі

1. Визначити змінні моделі x_1, x_2, \dots, x_n .
2. Визначити обмеження на числові значення змінних.
3. Записати математичний вираз цільової функції.
4. Скласти систему обмежень задачі.
5. Записати складові частини моделі у вигляді (1) – (3).

Приклад математичної моделі економічної задачі

Для виготовлення трьох видів виробів А, В, С використовується токарне, фрезерне, револьверне та шліфувальне обладнання. Затрати часу на обробку одного виробу для кожного з типів обладнання вказані в таблиці. Також в ній вказано загальний фонд робочого часу кожного з типів використаного обладнання, а також прибуток від реалізації одного виробу кожного виду.

Тип обладнання	Затрати часу (годин) на обробку одного виробу виду			Загальний фонд робочого часу обладнання (годин)
	A	B	C	
Фрезерне	2	4	5	120
Токарне	1	8	6	280
Револьверне	7	4	5	240
Шліфувальне	4	6	7	360
Прибуток грн.)	10	14	12	

Необхідно визначити, скільки виробів і якого виду слід виготовити заводу, щоб прибуток від їх реалізації був максимальний.

Введемо змінні:

x_1 – кількість виробів виду А;

x_2 – кількість виробів виду В;

x_3 – кількість виробів виду С.

Так як кількість виробів не може бути від'ємна, то

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$$

Прибуток від реалізації x_1 одиниць виробів виду А, x_2 одиниць виробів виду В, x_3 одиниць виробу виду С, буде складати:

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

Для виробництва усіх виробів необхідно витратити $2x_1 + 4x_2 + 5x_3$ годин роботи фрезерного обладнання. Але, оскільки фонд робочого час для фрезерних верстатів не перевищує 120 годин, то

$$2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120$$

Аналогічно, міркуючи, отримаємо систему обмежень

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120 \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280 \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240 \\ 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360 \end{cases}$$

Таким чином маємо наступну математичну модель вихідної задачі:

$$F = 10x_1 + 14x_2 + 12x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 120 \\ x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 280 \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 240 \\ 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq 360 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Методи розв'язування оптимізаційних задач

1. Графічний метод (*тільки для двох змінних*).
2. Симплексний метод (*аналітичний метод з використанням симплекс-таблиць*).
3. Використання вбудованих функцій у системах обробки економічної інформації.

Етапи розв'язування оптимізаційної задачі в середовищі MS Excel

1. Скласти математичну модель задачі.
2. Розмістити на робочому аркуші *Excel* таблицю з початковими даними задачі.
3. Записати в окремі комірки *Excel* початкові значення змінних (нульові), вираз з цільовою функцією і вирази лівих частин із системи обмежень.
4. Викликати надбудову «Поиск решения» і занести у відповідні поля надбудови дані з робочого аркушу *Excel*.
5. Запустити програму на виконання і розв'язати задачу.