

Digitale Codierungen | DigCod

Zusammenfassung

INHALTSVERZEICHNIS

1. Stellenwertsystem	2
1.1. Multiplikation als Polynommultiplikation	2
1.2. Konversion	2
1.3. Nachkommastellen	2
1.4. Subtraktion durch Addition	2
2. Dualsystem	3
2.1. Arithmetik	3
2.1.1. Subtraktion	3
2.1.2. Addition	3
2.1.3. Multiplikation	3
2.1.4. Division	3
2.2. Wertebereich	3
2.3. Bit	4
2.4. Computertechnik	4
2.5. Präfixe	4
3. Qubit	4

1. STELLENWERTSYSTEM

Begriff	Bedeutung
Basis (Radix)	$E \in \mathbb{N}, R \geq 2$
Ziffernmenge	$T_R = \{0, 1, \dots, R - 1\}$
Darstellung einer Zahl (Polynom)	$N_R = \sum_{i=0}^n d_i R^i$
Stellenwertigkeit an der Position i	$d_i \in T_R, R^i$

Beispiele

Dezimalsystem – $R = 10$ – $Z_{10} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ – $(110)_{10} = (110)_8$	Oktalsystem – $R = 8$ – $Z_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ – $(110)_8 = (72)_{10}$
Dualsystem – $R = 2$ – $Z_2 = \{0, 1\}$ – $(110)_2 = (6)_{10}$	Hexadezimalsystem – $R = 16$ – $Z_{16} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$ – $(110)_8 = (48)_{10}$

1.1. MULTIPLIKATION ALS POLYNOMMULTIPLIKATION

TODO:

1.2. KONVERSION

Dezimal- zu Dualsystem:

- Rechts shift ist eine Division durch 2
- Es entsteht nur dann ein Rest, wenn die Bitstelle $2^0 = 1$ ist.

Beispiel: 25

Resultat: 11001

Zähler	Nenner	Resultat	Rest	
25	2	12	1	↑
12	2	6	0	
6	2	3	0	
3	2	1	1	
1	2	0	1	

Dual- zu Dezimalsystem bei Nachkommastellen:

- Links shift ist eine Multiplikation mit 2

Beispiel: 0.1875

Resultat: 0.0011

a	b	Resultat	Rest	
0.1875	2	0.375	0	↓
0.375	2	0.75	0	
0.75	2	1.5	1	
0.5	2	1	1	

1.3. NACHKOMMASTELLEN

Erweiterung der Darstellung einer Zahl: $N_R = d_n R^n + \dots + d_0 R^0 + d_{-1} R^{-1} + \dots + d_{-m} R^{-m}$

Beispiel: $(101.01)_2 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} = 4 + 1 + \frac{1}{4} = 5.25$

1.4. SUBTRAKTION DURCH ADDITION

Beispiel: $753 + 247 = 1000$

Bei 1000 einen Überlauf ($\text{mod } 1000$): $753 + 247 \equiv 0 \Leftrightarrow 753 \equiv -247 \text{ mod } 1000$

Dann wäre $620 - 247 \equiv 620 + 753 = 1373 \equiv 373 \text{ mod } 1000$

2. DUALSYSTEM

2.1. ARITHMETIK

2.1.1. Subtraktion

- 1) Rechnen in n Bit $\Rightarrow \text{mod } 2^n$
 - Übertrag aus dem MSB wird verworfen (gerechnet wird in \mathbb{Z}_{2^n})
- 2) $-b$ als Zweierkomplement
 - Additives Inverses von $b \text{ mod } 2^n$ ist: $-b \equiv 2^n - b \text{ mod } 2^n$
 - Praktische Berechnung:
 - Bits invertieren: $\sim b$
 - $+1$ addieren
 - $2K(b) = \sim b + 1$
- 3) Subtraktion durchführen $a - b \equiv a + 2K(b) \text{ mod } 2^n$

2.1.2. Addition

TODO:

signed, unsigned

2.1.3. Multiplikation

TODO:

signed, unsigned

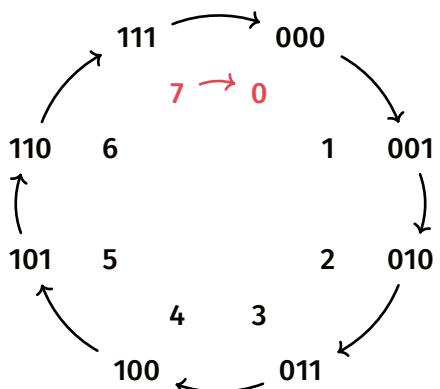
2.1.4. Division

TODO:

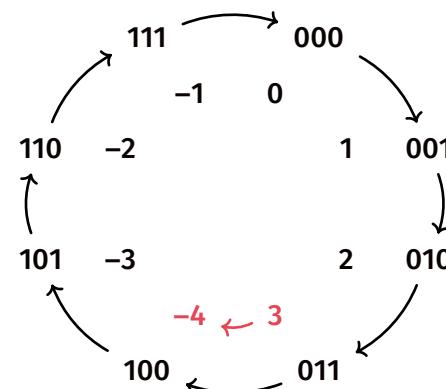
signed, unsigned

2.2. WERTEBEREICH

Graphische Veranschaulichung für Wortbreite von 3 Bit



unsigned: Überlauf von 7 auf 0



signed: Überlauf von 3 auf -4

TODO:

Tabelle signed/unsigned Wertebereich

TODO:

show how first half of bits represent negative nrs (signed)

2.3. BIT

Begriff	Bedeutung
set bit (gesetztes Bit)	1
cleared bit (gelösches Bit)	0
LSB	Least Significant Bit (Bit 0)
MSB	Most Significant Bit (Bit $n - 1$) in einer n -stelligen Binärzahl
Nibble	Binärzahl mit 4 Bit
Oktett	Binärzahl mit 8 Bit
Byte	Oktett

2.4. COMPUTERTECHNIK

TODO:

2.5. PRÄFIXE

TODO:

Binär	Näherung	Binärpräfix	Dezimal	Dezimalpräfix
2^{10}	1.TODO 10^3	Ki - Kibi	10^3	K - Kilo
2^{20}	1.TODO 10^6	Mi - Mebi	10^6	M - Mega
2^{30}	1.TODO 10^9	Gi - Gibi	10^9	G - Giga
2^{40}	1.TODO 10^{12}	Ti - Tebi	10^{12}	T - Tera
2^{50}	1.TODO 10^{15}	Pi - Pebi	10^{15}	P - Peta
2^{60}	1.TODO 10^{18}	Ei - Exbi	10^{18}	E - Exa

3. QUBIT

- Superposition
 - Ein Qubit kann gleichzeitig **0** und **1** repräsentieren. Mehrere Qubits können dadurch alle 2^n möglichen Zustände gleichzeitig darstellen.
 - $|\Psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$
 - $P(0) = |\alpha|^2, P(1) = |\beta|^2$
- Beispiel
 - $|\Psi\rangle = \sqrt{0.75} |0\rangle + \sqrt{0.25} |1\rangle$
 - $P(0) = 0.75, P(1) = 0.25$
- Interferenz
 - α, β sind Amplituden. Zwei Qubits können sich gegenseitig beeinflussen, indem die Amplituden mittels Interferenz verstärkt oder ausgelöscht werden
 - Quantenalgorithmen verändern gezielt die Amplituden:
 - richtige Lösungen werden verstärkt
 - falsche Lösungen werden abgeschwächt
- Verschränkung
 - Verschränkung bedeutet, dass zwei Qubits einen gemeinsamen Zustand besitzen, der sich nicht in zwei unabhängige Einzelzustände zerlegen lässt.
 - Misst man eines der Qubits, ist der Zustand des anderen sofort festgelegt