1. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	q∨r	p∧(q∨r)	p∧q	p∧r	(p∧q)∨(p∧r)
w	w	w	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w	f	w
w	f	w	w	w	f	w	w
w	f	f	f	f	f	f	f
f	w	w	w	f	f	f	f
f	w	f	w	f	f	f	f
f	f	w	w	f	f	f	f
f	f	f	f	f	f	f	f

$\equiv$

1. $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

p	q	p∧q	p∨(p∧q)	p
w	w	w	w	w
w	f	f	w	w
f	w	f	f	f
f	f	f	f	f

$\equiv$

2. $\neg p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \neg q$

$LHS \equiv \neg(\neg p) \leftrightarrow \neg q$

$\equiv p \leftrightarrow \neg q$

11. $(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r) \equiv \top$

p q r	$p \to q$	$q \to r$	$(p \to q) \wedge (q \to r)$	$p \to r$	$(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r)$
w w w	w	w	w	w	w
w w t	w	t	t	t	w
w t w	t	w	t	w	w
w t t	t	w	t	t	w
t w w	w	w	w	w	w
t w t	w	t	t	w	w
t t w	w	w	w	w	w
t t t	w	w	w	w	w

$\equiv \top$

3. $(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$

$(\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \equiv \neg(p \vee q) \vee r$

$r \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee r$ ✓

4. $\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$

$\neg(\neg p \vee q) \equiv p \wedge \neg q$ ✓

$p \wedge \neg q \equiv p \wedge \neg q$

5. $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

LHS $\equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$

$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$

$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$\equiv F \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$\equiv \neg p \wedge \neg q$

$\equiv$ ✓

6. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv T$

$\equiv \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q)$

$\equiv \neg p \vee \neg q \vee p \vee q$

$\equiv (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q)$

$\equiv T \vee T$

$\equiv T$

✓

III. $(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r) \equiv \top$

$\equiv \neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)) \vee (\neg p \vee r)$

$\equiv \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee r) \vee (\neg p \vee r)$

$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r) \vee (\neg p \vee r)$ ← commutativity, associativity.

$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r) \vee \neg p \vee r$

$\equiv \neg p \vee (p \wedge \neg q) \vee r \vee (q \wedge \neg r)$

$\equiv ((\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee ((r \vee q) \wedge (r \vee \neg r))$

$\equiv (\top \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee ((r \vee q) \wedge \top)$

$\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee (r \vee q)$

$\equiv \neg p \vee \neg q \vee r \vee q$

$\equiv \neg p \vee r \vee (\neg q \vee q)$

$\equiv \neg p \vee r \vee \top$

$\equiv (\neg p \vee r) \vee \top$

$\equiv \top$

IV. $(\neg q \wedge (p \to q)) \to \neg p$

p	q	$p \to q$	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \wedge (p \to q)$	$(\neg q \wedge (p \to q)) \to \neg p$
w	w	w	f	f	f	w
w	f	f	w	f	f	w
f	w	w	f	w	f	w
f	f	w	w	w	w	w

$\equiv \top$

$\equiv \neg(\neg q \wedge (\neg p \vee q) \vee \neg p)$

$\equiv \neg((\neg q \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg p)) \vee \neg p$

$\equiv \neg(F \vee (\neg q \wedge \neg p)) \vee \neg p$

$\equiv T \vee \neg(\neg q \wedge \neg p) \vee \neg p$

$\equiv T \vee (q \vee p) \vee \neg p$

$\equiv T \vee ((q \vee p) \vee \neg p)$

$\equiv T$

V.

$\mathbb{Z}$ = Ganze Zahlen $-\infty$ bis $+\infty$

a) $\forall n(n+1 > n)$

$n=2$, $n+1=3$ $3>2$ ✓

$n=10$, $n+1=11$ $11>10$ ✓

b) $\exists n\,(2n=3n)$

$2\cdot 0 = 3\cdot 0$

$0=0$ ✓

c) $\exists n\,(n=-n)$

$0=-0$ ✓ ? angenommen -0 gibt es

d) $\forall n\,(n^2 \geq n)$

$0^2=0$, $0\geq 0$ ✓

$1^2=1$, $1\geq 1$ ✓

$2^2=4$, $4\geq 2$ ✓

$-2^2=4$, $4\geq -2$ ✓

8. b) $\exists n \exists m (n+m=4 \wedge n-m=1)$

$\Rightarrow$ falsch

$\left| \begin{array}{l} n+m=4 \\ n-m=1 \end{array} \right|$ $n = 1+m$

$1+m+m=4$

$m+m=3$

$m=1.5$

m ist nicht Teil von $\mathbb{Z}$

a) $\forall n \exists m (n^2 < m)$

$n=2 \quad 2^2=4 \quad m>4$

$m=5$ ✓

$n=-8 \quad -8^2=64$

$m>64$

$m=65$ ✓

7

zu einfach —

---

9 $\forall x \exists y \; (xy = 1)$

a) $\mathbb{K} \setminus \{0\}$ b) $\mathbb{Z}$ c) $\mathbb{R}^+$

$x = 5$ $y = \frac{1}{5}$ ✓ | $x = 5$ $y = -$ ✗ | $x = a$ $y = \frac{1}{a}$ ✓

VI. 25 Meetings auf 12 Monate ergibt >2 Meetings / Monat

also egal wie gleichmäßig man sie verteilt, mind 1 Monat hat 3 Meetings