I.

0: 1

1: $A_1 = \{a, b, c, \dots, z\} = 26$

2: $A_1 = A_2 = \{a, b, c, \dots, z\} = 26^2$

3: $A_1 = A_2 = A_3 = \{a, b, c, \dots, z\} = 26^3$

4: 26^4

$= 1 + 26 + 26^2 + 26^3 + 26^4 = \sum_{i=0}^{4} 26^i = \underline{\underline{475'255}}$

II. $L = 10$

000 _V_ 00

$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1$ $\qquad |A \wedge B| = 2^5 = 32$

$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2^7$ $\qquad |A| = 128$

$2^8 \cdot 1 \cdot 1$ $\qquad |B| = 256$

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

$= 128 + 256 - 32 = \underline{\underline{352}}$

III. In jeder Menge von 5 Zahlen, mindesten 2,
bei der die Division /4 den gleichen Rest hat

$n=1$	$1 \% 4 = 1$
$n=2$	$2 \% 4 = 2$
$n=3$	$3 \% 4 = 3$
$n=4$	$4 \% 4 = 0$
$n=5$	$5 \% 5 = 1$

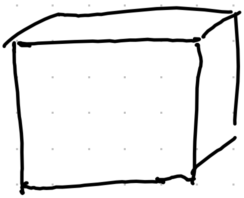
mod 4 ($\% 4$) sind 4 Reste möglich: 0, 1, 2, 3

mind. ein Rest kommt 2 mal vor.

$$\left\lceil \frac{5}{4} \right\rceil = \lceil 1.25 \rceil = 2$$

IV. 10 R, 8 B Socken

Wie viele Socken müssen zufällig entnommen werden, um sicher 4 Socken der selben Farbe zu haben?



R, B, R, B, R, B, R

1 2 3 4

$$\left\lceil \frac{x}{2} \right\rceil = 4$$

$$\left\lceil \frac{7}{2} \right\rceil = \lceil 3.5 \rceil = 4$$

V. Zeigen, dass $\forall n \forall k \in \mathbb{Z}^+$ folgendes gilt:

$$\binom{n+1}{k} = \frac{n+1}{k}\binom{n}{k-1}$$

$$\binom{n+1}{k} = \frac{(n+1)!}{k!\,(n+1-k)!}$$

$n! = (n-1)\cdot n!$

$$= \frac{(n+1)\cdot n!}{k\,(k-1)!\,(n+1-k)!}$$

$$= \frac{n+1}{k}\cdot\underbrace{\frac{n!}{(k-1)!\,(n-(k-1))!}}_{\text{binomial koeffizient}}$$

$$= \frac{n+1}{k}\binom{n}{k-1}$$

VI.

100	0
Wort	Wort
4x	4x

1 ist fix am Anfang

$$\underbrace{\text{3x unbekannt} \quad \text{4x unbekannt}}_{\text{7 Stellen}}$$

in BK einsetzen

$\hookrightarrow$ $\binom{7}{3} = \underline{\underline{35}}$

nCr(7,3)

VII. Querprodukt $= 49 \quad \forall n \in \mathbb{Z}^+ < 10^6$

1 bis $10^6 - 1$

1 bis $999\,999$

1	1 – 9	—
11	11 – 99	$7 \cdot 7$
111	111 – 999	$7 \cdot 7 \cdot 1 \quad 1 \cdot 7 \cdot 7 \quad 7 \cdot 1 \cdot 7$
⋮	⋮	⋮

$\boxed{7}$ mind 2x $\qquad \boxed{1}$ Füllend

$\binom{1}{2} = 0$, keine möglich

$\binom{2}{2} = 1$, möglich

$\binom{3}{2} = 3$

$\binom{4}{2} = 6$

$\binom{5}{2} = 10$

$\binom{6}{2} = 15$

4

10

20

$\underline{\underline{35}}$

VIII.

Die 12 Nullen können auf $\binom{17}{5}$ Arten verteilt werden

Für alle $10 \leq x \leq 12$ Nullen subtrahieren

Auf den restlichen 5 Boxen $12-x$, also 2, 1 oder 0 Nullen verteilt.

$$\binom{12-x+4}{4} = \binom{16-x}{4}$$

$$= \binom{17}{5} - 6\left[\binom{4}{4} + \binom{5}{4} + \binom{6}{4}\right]$$

$$= \binom{17}{5} - 6\left[\binom{6}{5} + \binom{6}{4}\right] = \binom{17}{5} - 6\binom{7}{5}$$

$$= \binom{17}{5} - 6\binom{7}{2} = \frac{17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - 6\,\frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2}$$

$$= 2 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 17 - 9 \cdot 14$$

$$= 14\,(2 \cdot 13 \cdot 17 - 9) = 14 \cdot 433 = \underline{\underline{6062}}$$

IX. 17 WETTBEWERBSSTRESS

$$\frac{17!}{4! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2! \, 2!}$$

T: 3 S: 4 W: 2

E: 4 R: 2 B: 2

insg. 17

Für jeden Fall kann ein Buchstabe gestrichen werden und die Anzahl Möglichkeiten summiert:

$$= 2 \cdot \frac{16!}{2 \cdot 3! \, 4! \, 3 \cdot 2} + \frac{16!}{2 \cdot 4! \, 2! \, 3 \cdot 2!} + 3 \cdot \frac{16!}{2 \cdot 4! \, 3! \, 2 \cdot 2!}$$