I. $a_n = 2^n + 5\cdot 3^n \quad n \to 0,1,2,\dots$

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \quad n \geq 2$$

$$= 5(2^{n-1} + 5\cdot 3^{n-1}) - 6(2^{n-2} + 5\cdot 3^{n-2})$$

$$= 5\cdot 2^{n-1} + 25\cdot 3^{n-1} - 6\cdot 2^{n-2} - 30\cdot 3^{n-2}$$

$$= 2^{n-1}(\underbrace{5\cdot 2 - 6}_{2^2}) + 3^{n-2}(\underbrace{25\cdot 3 - 30}_{45 \to 5\cdot 3^2})$$

$$\underline{\underline{= 2^n + 5\cdot 3^n}} = a_n, \forall n$$

II. Anz. Bitstrings der L n, mit gerader Anz 0

00 $\frac{0}{1}$
01 $\frac{0}{1}$
10 $\frac{0}{1}$
11 $\frac{0}{1}$

Wenn eine 1 dazu kommt, verändert sich die Anzahl 0-en nicht im Bitstring. Somit spielt es nur eine Rolle, wenn eine 0 dem Bitstring zugefügt wird.

$\_\_\_\_0$ $\qquad$ $\_\_\_\_1$

$2^{n-1} - a_{n-1}$ $\qquad$ a_{n-1}

alle Möglichkeiten

alle Möglichkeiten bisher

nur das, weil keine neue dazukommt

$$a_n = a_{n-1} + 2^{n-1} - a_{n-1}$$

$$a_n = q \cdot a_{n-1}$$

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{2^{n-1}}{2^{n-2}} = 2$$

$$\boxed{\frac{2^3}{2^2} = \frac{8}{4} \overset{\div 4}{=} \frac{2}{1} = 2}$$

$$\boxed{2^{(n-1)-1} = 2^{n-2}}$$

$$a_n = 2a_{n-1} = 2^{n-1}, \quad n \geq 2$$

III. $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} \quad \forall n \geq 2$

a) $a_0 = 6, \; a_1 = 8$

$a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 0$

$r^n - 4r^{n-1} + 4r^{n-2} = 0$

$r^{n-2}(r^2 - 4r + 4) = 0 \quad | \div r^{n-2}$

$(r-2)^2 = 0$

wal $D = 0$, $W = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$r = 2$, da $2-2=0, 0^2=0$

$\left(\frac{c_1}{2}\right)^2 + c_2 \qquad c_1 = 4$

$\qquad c_2 = -4$

$a_n = (\alpha_1 + \alpha_2 n) r^n = (\alpha_1 + \alpha_2 n) 2^n$

b) $a_n^{(p)} = 0$

c) $a_0 = 6 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot 0) 2^0 = \alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = 6$

$a_1 = 8 = (\alpha_1 + \alpha_2 \cdot 0) 2^1 = (6 + \alpha_2) 2 \Rightarrow \alpha_2 = -2$

$\underline{\underline{a_n = (6 - 2n) 2^n}}$

IV. Wie viele Lösungen $x_1 + x_2 + x_3 = 13$

13 Nullen + 2 Ehr = 15

$$\binom{n+k-1}{k} \rightarrow \binom{15}{13} = 105$$

x_1	x_2	x_3	
00	0		00101
0	00		01001
	000		10001
	00	0	10010
	0	00	10100

4 Nullen verteilen

7 Nullen

$$\binom{7+3-1}{2} \rightarrow \binom{9}{2} = 36 \qquad \binom{9}{7}$$

$3 \cdot 36 = 108$

?

x_1, x_2, x_3 können 6 sein

doppelt gezählte Lösungen

$x_1 \geq 6$, $x_2 \geq 6$

$(x_1 + 6) + (x_2 + 6) + x_3 = 13$

doppelte:

x_1 & x_2

x_2 & x_3

x_1 & x_3

$$\binom{1+3-1}{2} = \binom{3}{2} = 3$$

Somit, $3 \cdot 3 = 9$ doppelte Lösung

$105 - (108 - 9) = \underline{6}$

$105 - 108 + 9 = \underline{6}$

V. Alle Möglichkeiten $= 3^6$

A. Kind i hat kein Spielzeug

$$3^6 - |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$$

$$3^6 - \left[\binom{3}{1}\cdot 2^6 - \binom{3}{2} 1^6 + \binom{3}{3}\cdot 0^6\right]$$

1 Kind kein Spielzeug

2 Kinder kein Spielzeug

3 Kinder kein Spielzeug

ein Spielzeug muss einem Kind gehören

0 Möglichkeiten

$$= 729 - 3\cdot 64 + 3\cdot 1 - 0 = \underline{\underline{540}}$$