Logic and Language: Exercise (Week 2)

Orestis Melkonian [6176208], Konstantinos Kogkalidis [6230067]

1 Hendriks

2 Barker

2.1 Left-to-right incremental

$$
\begin{array}{ll}
 & (\mathsf{Mary} \triangleright (\mathsf{thinks} \triangleleft (\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left})))^{\rightsquigarrow}\ (\lambda x.x) \\
\equiv & \underline{\lambda k.(\mathsf{Mary}^{\rightsquigarrow}\ \lambda n.((\mathsf{thinks} \triangleleft (\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left}))^{\rightsquigarrow}\ \lambda m.(k\ (m\ n))))}\ \underline{(\lambda x.x)} \\
\rightarrow_\beta & \mathsf{Mary}^{\rightsquigarrow}\ \lambda n.((\mathsf{thinks} \triangleleft (\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left}))^{\rightsquigarrow}\ \lambda m.(m\ n)) \\
\equiv & \underline{\lambda k.(k\ \textsc{mary})}\ \underline{\lambda n.((\mathsf{thinks} \triangleleft (\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left}))^{\rightsquigarrow}\ \lambda m.(k\ (m\ n))} \\
\rightarrow_\beta & (\mathsf{thinks} \triangleleft (\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left}))^{\rightsquigarrow}\ \lambda m.(m\ \textsc{Mary}) \\
\equiv & \underline{\lambda k.((\mathsf{thinks}^{\rightsquigarrow}\ \lambda m.((\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left})^{\rightsquigarrow}\ \lambda n.(k\ (m\ n))))}\ \underline{\lambda m.(m\ \textsc{Mary})} \\
\rightarrow_\beta & \mathsf{thinks}^{\rightsquigarrow}\ \lambda m.((\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left})^{\rightsquigarrow}\ \lambda n.((m\ n)\ \textsc{Mary})) \\
\equiv & \underline{\lambda k.(k\ \textsc{thinks})}\ \underline{\lambda m.((\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left})^{\rightsquigarrow}\ \lambda n.((m\ n)\ \textsc{Mary}))} \\
\rightarrow_\beta & (\mathsf{someone} \triangleright \mathsf{left})^{\rightsquigarrow}\ \lambda n.((\textsc{thinks}\ n)\ \textsc{Mary}) \\
\equiv & \underline{\lambda k.(\mathsf{someone}^{\rightsquigarrow} \lambda n.(\mathsf{left}^{\rightsquigarrow} \lambda m.(k\ (m\ n))))}\ \underline{\lambda n.((\textsc{thinks}\ n)\ \textsc{Mary})} \\
\rightarrow_\beta & \mathsf{someone}^{\rightsquigarrow} \lambda n.(\mathsf{left}^{\rightsquigarrow} \lambda m.(\textsc{thinks}\ (m\ n)\ \textsc{Mary}))) \\
\equiv & \exists \lambda n.(\underline{\lambda k.(k\ \textsc{left})}\ \underline{\lambda m.(\textsc{thinks}\ (m\ n)\ \textsc{Mary})})) \\
\rightarrow_\beta & \exists \lambda n.(\textsc{thinks}\ (\textsc{left}\ n)\ \textsc{Mary}))
\end{array}
$$

2.2 Right-to-left incremental

3 Plotkin