-3

חלק א'

1. - ממקור האור ישירות לצופה (LE): לא נתמך ב- Ray tracing
- ממקור האור לצופה דרך שיקוף ע"ג משטחים (LS^*E): כן נתמך ב- Raytracing.
- ממקור האור לצופה דרך שתי חזרות של פיזור אחיד (LDDE): לא נתמך ב- Raytracing.

2. כן. אלג' De-Casteljau מספק עקומי בזייה, ואלו ניתנים לכתיבה כ:
$$C(t)=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}t^i(1-t)^{n-i}b_i$$
וזהו פולינום.

3. רק רציפות זה לא מספיק, יכול לקרות: $\wedge$.
לכן נדרוש גזירות.

4. לא. ה-FormFactor מייצג את אחוז האור היוצא מאובייקט אחד אל השני.
לא ייתכן שיוצא יותר מ- 100%, כלומר 1.0 אור מאובייקט.

5. לא. אם העקום נתון בהצגה סתומה, ניתן לתאר $F(R(t))=0$ (F העקום הנתון, R הישר)
וכאן יש נעלם אחד, t.

6. לא. בשניהם אנו שומרים וקטורה שמייצגת שלשות של מספרים בכל פיקסל.

7. כן. אין טעם בכלל להשתמש בפוליגונים.

8. לא. אם נשתמש ב- Z buffer נקבל כבר רסטריזציה, אז לא תהיה סיבה להשתמש אח"כ ב Ray Casting, בנוסף.

9. כן. ראינו שניתן לייצג כל סוג מהפעולות הללו בעזרת מטריצה שכזו, ואם נכפיל אותן בסדר הנכון נקבל מטריצה אחת המייצגת את רצף הפעולות.

הערות הבודק

טיוטה למבחן

$\cancel{1 < \left(-\frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}}$

חלק א'

(10) ראינו שבנוסחת ה-Form Factor אנו מחלקים ב-r^2, ולכן קצב הדעיכה הינו $\frac{1}{r^2}$.

(11) לא. אין קשר בין מקדמי ההחזרה לבין ה-Form Factors (המקדמים לא מופיעים כמו שלב בחישוב ה-FF).

(12) לא. ראינו בהרצאה כי זו היא סכימה approximating.

(13) ~~[illegible]~~ כן. הסכימה אכן שווה אחת (נובע מנוסחת הבינום, מכיוון ש $1^n=((1-t)+t)^n=\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t)$).

(14) לא. משתני uniform יכולים להשתנות רק מחוץ להגדרת שבין glBegin ו-glEnd, זה הגדרתם.

(15) לא. אלגוריתם ברזנהם הוא דווקא מהיר בגלל שהוא לא משתמש ב-floating point.

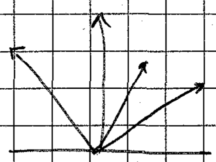
(16) לא. ניתן לחשב את $\frac{\partial f}{\partial v} \times \frac{\partial f}{\partial u}$ כאשר $S(u,v)$ הוא המשטח,
ואז האנך למשטח בנקודה P הוא הנגזרת ~~[illegible]~~ הפרמטרית של P בתוך הנ"ל.
חישוב הנגזרות החלקיות ניתן לבצע ע"י דגימת הפונקציה באינטרוולים קטנים
("נגזרת נומרית" שלמדנו) ~~[illegible]~~ והדבר דורש רק חישובים של הפונקציה והצבת
משתנים - לא הגדרה מפורשת מפורשת.

(17) כן. ניתן לחשוב על Qt BSP כמו של KD-tree, זה תלוי במימוש אבל אפשרי להחיל.
(ואת אלו הדייר ראינו שימוש עם Qt BSP כמובן).

(18) בהנחה שבמשטח מתקבל אחרי מספר סופי של צעדים: נחשב את ~~[illegible]~~ פוליגוני המשטח המקורב (שהם משטחים לינאריים),
וכעת נותר לנו לבדוק חיתוך של הקרן עם כל הפוליגונים. אם נמצא חיתוך עם אחד מהם,
סיימנו.
חיתוך קרן עם פוליגון ניתן לעשות ע"י בדיקת חיתוך קרן עם ~~[illegible]~~ המישור של הפוליגון
(הצבה, פתירה עבור t, לינארית כי זה מישור שטוח), ואז בדיקת שייכות הנקודה לפוליגון בתוך
אותו מישור. גם בדיקה כזו היא כרוכה בלכל היותר פתירת משוואה לינארית.
אין בשום שלב משוואה לא לינארית ולכן התשובה היא לא.

הערות הבודק

טיוטה למבחן



חלק א'

(19) מכיוון שמדובר על משטח כללי ולאו דווקא של מישור, יתכן שבכל נקודה על המשטח יש נורמל שונה.
ולכן אם נזיז את המשטח, נקבל שהנקודות זזו ולכן ייתכן שהנורמלים
לפני המשטח לפני ההזזה כבר לא מתאימים לאחרי ההזזה. זאת אומרת,
הנורמלים זזים (ה"בסיס" שלהם) יחד עם הנקודות.
כלומר: אם נורמל לנקודה (x_0, y_0, z_0) היה N, והזזנו את כל המשטח עם טרנזלציה,
אז לא בהכרח הנורמל ל-(x_0, y_0, z_0) אחרי הטרנזלציה יהיה עדיין N. לכן הטענה היא לא.

(20) כן. האלגוריתמים שלמדנו בנושא זה תמיד מתחילים ב-splitting. כמו כן ברור שאם לא
נוסיף נקודות, אלא רק נמצא את הקיימות, לא נקבל משטח עבור חלק ונישאר מרובעים...

חלק ב'

שאלה 2

(i) לאחר מציאת נק' חיתוך P בין קרן למשטח, נבצע את השלבים הבאים:

עבור כל מקור אור l, אם מקור האור אינו מוסתר (ניתן לחשב ע"י בדיקת חיתוך של קרן מ-P אל l עם כל האובייקטים בסצנה)

אז נוסיף לצבע שלנו עוצמה לפי תיאור של phong:

$$k_a I_a + k_d (\vec{L}\cdot\vec{N}) + k_s (\vec{V}\cdot\vec{R})$$

כאשר k_a, k_d, k_s מקדמי המשטח עבור אור ספקולרי, דיפוזי, אמביינטי.

$\vec{L}$ וקטור אל מקור האור l, $\vec{N}$ נורמל למשטח בנק' p, $\vec{V}$ וקטור אל מקור הקרן,

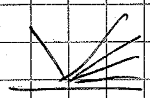
$\vec{R}$ וקטור ה-reflection. ניתן לחשב: $\vec{R} = -\vec{V} - 2(\vec{N}\cdot\vec{V})\cdot\vec{N}$.

-(אני מניח פה שלכל מקור אור יש גורם אמביינטי משלו. ניתן גם להוסיף אמביינט גלובאלי).

- לאחר מכן, נבדוק אם האובייקט הוא שקוף (נתונה בשאלה). אם כן, נחשב את
הוקטור השבירה (או מחזיר), כלומר הכיוון של קרן האור שנשלחת לתוך האובייקט, באמצעות חוק Snell.
כמו כן נוסיף לעוצמת האור שלנו את התוצאה של קריאה רקורסיבית לאלג' שלנו (כפול מקדם השקיפות)
עם הקרן היוצאת מ-P בכיוון השבירה. את התוצאה נכפיל בגורם השקיפות של המשטח.
הערה: יתכן כשל השתקפות בנימית טוטאלית וזה קורה כשקרן צריכה לצאת
מתוך אובייקט שקוף אל אוויר הפוך, אבל הזווית קטנה מדי מול המשטח.
(המשך בדף הבא)

הערות הבודק

טיוטה למבחן



המשך שאלה ②

במקרה זה של השתקפות פנימית טוטאלית, אנו מבצעים reflection במקום refraction.

כלומר, אם לא התבצעה השתקפות פנימית טוטאלית בשלב ה refraction, אנו ~~נוסיף לצומת~~ נבדוק האם המשטח הוא רפלקטיבי, ואם כן אז נוסיף לצומת האור שלנו את התוצאה של קריאה רקורסיבית לאלג', עם הקרן היוצאת מ-P בכיוון ה reflection, כלומר $\vec{R}$. (וככה נצא בוקטור הרפלקסיה של המשטח)!

ראוי לציין שכל קריאה רקורסיבית היא עם מקדם דעיכה שהולך ויורד, ובמידה והוא עובר סף תחתון מסוים עוצרים את הרקורסיה ומחזירים "צבע רקע".

(ii) על מנת לתמוך בכזה דבר, נוסיף למה שתואר קודם בדיקה לפני השלב שבו מחשבים reflection: אם האובייקט הוא מסוג מראה מטושטשת, אזי נסכום ונמצע יותר מ- reflection אחד: נעבור באופן איטרטיבי, עם אינטרוול קטן כשהוא Δ (ממשי), על כל הקרניים $\vec{R}$ שמקיימות $V\cdot R > 0.9$, ונסכום את האור שכל הקישורים הרקורסיביים האלו ייתנו.

כלומר, נתחיל עם $\vec{R} = -V - 2(V\cdot N)N$ ואז בכל פעם נחסיר* $\vec{R} = \vec{R} - \Delta\vec{N}$ עד שנקבל $R\cdot V \le 0$ ואז נפסיק (ובכל איטרציה כזו אנו שולחים עוד קרן). באמור.

* כמובן שצריך לבצע אותו דבר גם עם חיבור, כלומר להתחיל מ- $\vec{R}$ ובכל פעם להוסיף $\Delta\vec{N}$ אותו אליו.

לבסוף, נמצע את כל מה שסכמנו וזה יהיה ערך ה reflection החדש.

(iii) על מנת להוסיף תימוך של תאורה דרך המראה, נשנה את השלב בו אנו עוברים על מקורות האור בסצנה וסוכמים: נכפיל למעשה את מקורות האור, כך שכל מקור אור L_i יהיה מקור חדש L_i', המייצג את L_i המשתקף במראה. המיקומים של מקורות האור L_i' יהיו המיקומים המקוריים של L_i, אבל לאחר שיקוף על מישור המראה.

כמו כן, כאשר אנו בודקים אם יש הסתרה בין משטח לבין האורות החדשים (L_i'), נבדוק צעד בהתחשבות בגבולות המראה, כלומר נשים "קירות דמה" מסביב למסגרת המראה ונבדוק קודם כל אם הם מסתירים את האור במראה.

הערות הבודק

טיוטה למבחן

חלק ב'

שאלה 4

(i) משוואת ה Radiosity:

$$B_i A_i = E_i A_i + \rho_i \sum_j F_{ji} B_j A_j$$

B_i = האור שנמצא באלמנט ה-i (radiance)

A_i = השטח של האלמנט ה-i

E_i = כמות האור הנפלט מהאלמנט ה-i, כלומר אור שהוא מייצר (emission)

ρ_i = מקדם ההשתקפות של אלמנט i

F_{ji} = כמה מתוך האור שיוצא מאלמנט j מגיע אל אלמנט i ~~[illegible]~~

זהו ה Form Factor. (לפי האנלוג של Nusselt, זה כמו ההקרנה השטח של האובייקט על גבי המיספירה שמקיפה את האובייקט השני, ואז הטלה שלו על הבסיס מתחת. ואז F_{ji} הוא האחוז שהצל של i תופס על ההמיספירה של j).

- אנו סוכמים על כל j, כלומר על כל המשטחים בסצנה, לאחר שחילקנו אותה להרבה רכיבים קטנים.

ניתן להשתמש בזהות $F_{ij} = \frac{A_j}{A_i} F_{ji}$ ולחלק ב-A_i ונקבל: $B_i = E_i + \rho_i \sum_j B_j F_{ij}$.

(המשך בדף הבא)

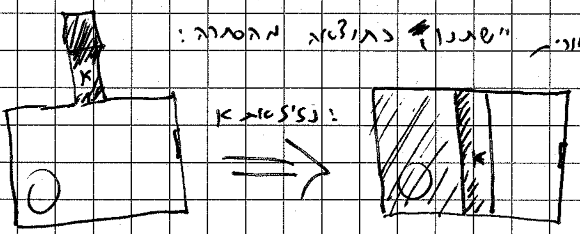
הערות הבודק

טיוטה למבחן

F_{ij} = % from i to j

המשך שאלה 4:

(ii) אם הצבנו אלמנט משטח אחד, ~~[illegible]~~ נניח האלמנט ה-k,
אזי מכיוון שבמהלך חישוב ה-Form Factors אנו תמיד מתייחסים לפונקציית
הנראות: $V(x,y)$ כך ש $V(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{יש נראות בין } x,y \\ 0 & \text{אין נראות} \end{cases}$, אזי ייתכן
שבמהלך הצבת האלמנט ה-k, הסתרנו בין חלק מהאלמנטים האחרים בסצינה.
ולכן נצטרך לחשב מחדש את כל ה-Form Factors.
למשל בתרחיש הבא [illegible] ישתנו כתוצאה מהסתרה:



(iii) נשתמש פה ברעיון של שימוש בהטלה של ההמיספירה מעל למשטח.
מכל קטע i בסצינה, נירה פוטונים לכל הכיוונים (כמו במשטח דיפוסיבי ב-photon mapping).
וכאשר הם פוגעים בקטע כלשהו נשמור בקטע j ~~[illegible]~~
אינדיקציה לכך שפגעו בו פוטונים, ובנוסף חשוב לשמור את העובדה שהם
באו מהקטע ה-i. כלומר לכל קטע j בסצנה, תהיה רשימה $hit_j[\,]$
ובכל פגיעת פוטון שמקורו בקטע i, נבצע $hit_j[i]{+}{+}$.
נמשיך כרגיל עם אלגוריתם ירית הפוטונים (פיזור, השתקפויות וכו')
ונשמור את המידע הזה עבור כל קטע בסצינה.
לאחר מכן, כדי לחשב את F_{ij}, נעבור על כל

(המשך בדף הבא)

הערות הבודק

טיוטה למבחן

המשך שאלה (4)

(iii) ראשית כל, אנו מוסיפים לכל פוטון שדה של אובייקט מידע האומר מאיזה "מקור אור" הוא הגיע.

כעת, נסתכל על כל אחד מהקטעים בסצינה שלנו בתור מקור אור,

ועבור כל קטע נבצע את התהליך הבא: נירה מהקטע פוטונים "לכל הכיוונים"

(כמו שעושים ב- Photon Mapping כאשר נוצרים בשיטה רקורסיבי), ונמשיך

רקורסיבית כמו באלגוריתם הירייה הרגיל של פוטון מאפינג, כלומר נחשב

השתקפויות ושבירות, ונשים לב שגם כאשר פוטון מתפצל לכמה פוטונים,

גם ה"בנים" שלו יורשים את אותו שדה המסמן מאיזה הפוטון המקורי

הגיע.

לאחר שנבצע תהליך זה עבור כל אחד מהקטעים בסצינה (כולם נחשבים

"מקורות אור" פה, לצורך העניין), חישוב ה- Form Factors יתבצע כך:

נרצה לחשב את F_{ij}, כלומר כמה מתוך האור שיוצא את i מגיע אל j.

נעצור ברדיוס מסוים סביב j את מפת הפוטונים (הרדיוס תלוי בגודל השטח של j)

ונסכום את עוצמת האור הכוללת שבסביבה זו, עבור כל הפוטונים שמקורם

הוא i. יש לנו את המדד הזה, כמובן, כי דאגנו לכך קודם.

כעת, נחלק את סכום זה בסך עוצמת האור שיצא מתוך i,

וזה יתן הערכה ל- F_{ij}, כנדרש.

הערות הבודק

טיוטה למבחן

חלק ג'

שאלה (3)

(i) נרצה ליצג משטח המוגדר ע"י מספר גדול של נקודות בעזרת מספר משטחי Bezier מדרגה נמוכה. נניח שאנו רוצים לחלק את המשטח להרבה משטחי Bezier המורכבים מ- 4x4 נקודות בקרה, כלומר 4 על ציר אחד ו- 4 על ציר שני המאונך לו.

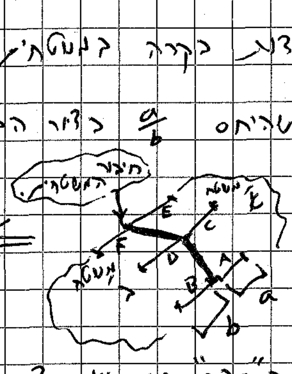
~~נחלק את נקודות הבקרה של המשטח המקורי לריבועים שגודלם 4x4~~

~~נקודות של המשטח תיצ(ו)ר(נ)ה (נושקים) נקודות הבקרה שבקצוות המשטחים, ש(מייצגים) את קצוות המשטח המקורי. כמו כן~~

~~נחלק את נקודות הבקרה של המשטח המקורי לריבועים מכאלו, ונקבע שתהיה חפיפה של הנקודות בקצוות, כלומר לכל משטח קטן, הקצוות שלו מורכבים מנקודות בקרה שמייצגות לקצה המשטח השכן.~~

מכיוון שכל שורה של נקודות בקרה מייצגת עקום Bezier, נרצה לחלק כל שורה להרבה עקומים מדרגה 3. את זה ניתן לעשות כפי שאמרנו בכיתה. כך נחלק את כל "שורה" וכל "עמודה" מנקודות הבקרה המקוריות לייצוג של הרבה עקומי בזייה מדרגה 3. כעת, החלוקה החדשה של המשטח תהיה התבנית של ⟨עקום מדרגה 3⟩ x [עקום מדרגה 3], כלומר של נקודות הבקרה שלהם. תכונות העקומים מבטיחות שהמשטח החדש יתנהג טוב.

- כדי לקבל משטח רציף, די לדרוש שנקודות בקרה במשטחים שכנים יתלכדו בקצוות.
- כדי לקבל נגזרות ברציפות, נדרוש שהיחס $\frac{a}{b}$ בציור הבא יהיה זהה עבור כל אחד משורות הנקודות:



$\Longleftarrow$ נדרוש:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{E}{F}$$

כלומר המרחקים בין הנקודות (שכנות) לבין נקודת ה"תפר" המתאימה צריכים לשמור על יחס אחיד (לכל שני משטחים שכנים).

הערות הבודק

טיוטה למבחן

המשך שאלה 3:

(ii) הערה: אני מניח שיש בידי "קופסה שחורה" שבהינתן משטח Bezier וקרן, יודעת לחשב את נקודת החיתוך שלהם. ניתן לממש כזו כפונקציה ע"י חישוב נגזרת נומרית, וחישוב ניוטון-רפסון למציאת נקודת החיתוך. מכיוון ששאלתי במהלך המבחן ונאמר לי שלא צריך לפרט איך ממשים "קופסה שחורה" שכזו, לא אכנס כאן לפרטים.

נתאר אלגוריתם יעיל לחישוב חיתוך קרן עם משטח מחולק לתתי-משטחים.

ראשית כל, נזכור שמשטחי Bezier מקיימים את תכונת ה- convex hull, ולכן משטח לעולם לא ייצא מתחומי הקוביה התוחמת שלו (bounding box).

את ~~הקוביה~~ הקופסא התוחמת של משטח, קל למצוא ע"י חישוב $X_{min}, X_{max}, Y_{min}, Y_{max}, Z_{min}, Z_{max}$ של נקודות הבקרה, והגדרת הקופסא התוחמת להיות בגבולות אלה.

נשים לב שחישוב הקופסא התוחמת ניתן לביצוע מראש ואין צורך לבצעו בזמן ריצה של האלגוריתם שנגדיר בהמשך.

אם כן, האלגוריתם שלנו יהיה: (נסמן: יש n תתי-משטחים)

```
intersect (ray, surface):
    for each bounding box  i ∈ {1,...,n} {
        if (intersect_box (ray, box_i) {
            if (intersect (ray, sub-surface_i) {
                return the intersection found.
            }
        }
    }
    return "no intersection found".
```

מכיוון שחיתוך קרן עם קופסא תוחמת הוא קל מאוד לביצוע (חיתוך עם מישורים ואז בדיקת שייכות לגבול), נקבל שחסכנו הרבה חישובים כך. כאמור, ה- convex hull property מבטיח את נכונות האלגוריתם.

הערות הבודק

טיוטה למבחן

המשך שאלה 3:

iii) נראה כי סכימת העידון ה- subdivision curves ה- corner cutting $r=\frac{1}{2}(1,1)$

מייצרת משטחים המוכלים בקמור נקודות ההתחלה:

- ברור שבשלב ה- splitting לא נקבל נקודות מחוץ לקמור, כי כל הנקודות החדשות נמצאות על קווי הקמור הקודם.

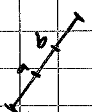
- לגבי שלב ה- refinement: בכל פעם אנו מתבוננים בנקודה "נוכחית" a, ובנקודה שאחריה b, ומציבים: $\grave{a}=\frac{a+b}{2}$.

(זה לפי הכלל הנתון בשאלה, ר).

מכיוון שאנו עושים corner cutting, זוהי סכימת approximation ולכן גם הקודקודים המקוריים מקבלים עידון.

טענה: בשלב ה-i, לאחר העידון קמור נק' הבקרה החדשות לא יחרגו מהקמור של הקודמות.

הוכחה:

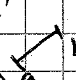


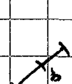
- אם a,b נמצאות על אותו ישר ואף אחת מהן אינה קצה של הישר:

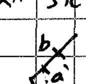
ברור שלאחר העידון, $\grave{a}$ תהיה על אותו ישר, ולא חרגנו מהקמור של השלב הקודם.

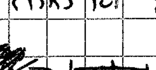
- אחרת, ~~הוא קצה~~ לפחות אחד מבין a,b הוא קצה של ישר.

נשים לב שהמקרה שבו גם a וגם b הם קצוות של ישר לא ייתכן מכיון ה- splitting step מבטיח זאת.

(כלומר המצב הבא לא אפשרי: ).

- אם a קצה של ישר, ו- b על הישר (ולא קצה):  אז ייתכן שהמצב הוא: 

ואז לא נחרוג מהקמור הקודם, וייתכן שהמצב הוא:  וגם פה לא נחרוג

מהקמור הקודם. (במקרה יש את הקמור החדש...) ("ייתכן גם:  )

- אם b קצה ו- a על הישר, ולא קצה, באופן סימטרי, שוב לא נחרוג מהקמור של השלב הקודם.

(המשך בדף הבא)

הערות הבודק

טיוטה למבחן

המשך שאלה 3 :

כעת, אפשר בקלות להראות באינדוקציה שמקום הגדול אינו חורג מהמערך המקורי:

היינו שבשלב ה-$i+1$ לא חורגים מהמערך של השלב ה-i, ולכן

כך גם מקום הגדול לא חורג מהמערך של שלב 0.

ולכן הטענה שבשאלה נכונה.

הערות הבודק