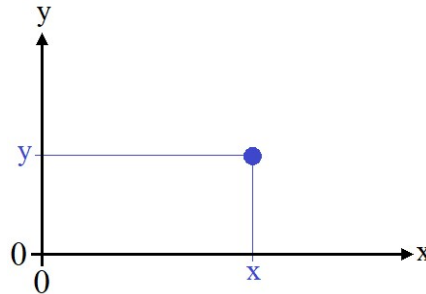


שאלות לתרגול 2 – וקטורים (המשך) – מכפלה סקלרית, וקטורי יחידה

קואורדינטות, וקטור מיקום, ווקטור העתק:

קואורדינטות – במישור דו מימדי המיקום נתון ע"י שתי קואורדינטות. במערכת צירים קרטזית הקואורדינטות הן x, y



"וקטור מיקום" – אפשר לתאר מיקום של נקודה בעזרת "וקטור מיקום" שמסומן על ידי \vec{r} , שרכיב x שלו יהיה קואורדינטת x , ורכיב y שלו יהיה קואורדינטת y .

אפשר לכתוב אותו כוקטור שורה $\vec{r} = (x, y)$ או כוקטור עמודה $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

הערה – בניגוד לוקטורים אמיתיים, את הראשית של "וקטור המיקום" אי אפשר להזיז, וחייבים לצייר אותו מהראשית. (אפשר לחשוב עליו כוקטור ההעתק מהראשית אל הנקודה שהוא מתאר)

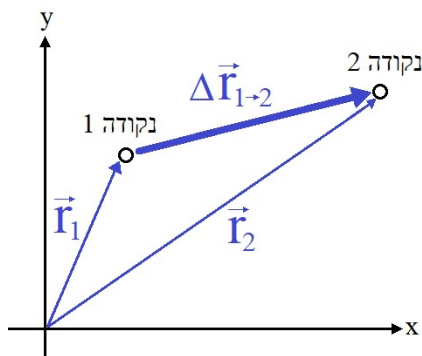
מרחק – המרחק בין שתי נקודות במישור אחד שהקואורדינטות של אחת הן x_1, y_1 ושל השנייה x_2, y_2

מחושב לפי משפט פיתגורס: $D_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

העתק (displacement) – מתאר שינוי של המיקום. תזוזה בין שתי נקודות.

כל רכיב שלו מתאר כמה הוא זז בכיוון מסויים, והוא גם ההפרש בין הקואורדינטות של שתי הנקודות:

$$\Delta \vec{r}_{1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



מהעברת אגפים אפשר לקבל:

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_{1 \rightarrow 2}$$

כלומר שההעתק $\Delta \vec{r}_{1 \rightarrow 2}$ "מעביר" אותנו מהנקודה \vec{r}_1 אל \vec{r}_2 .

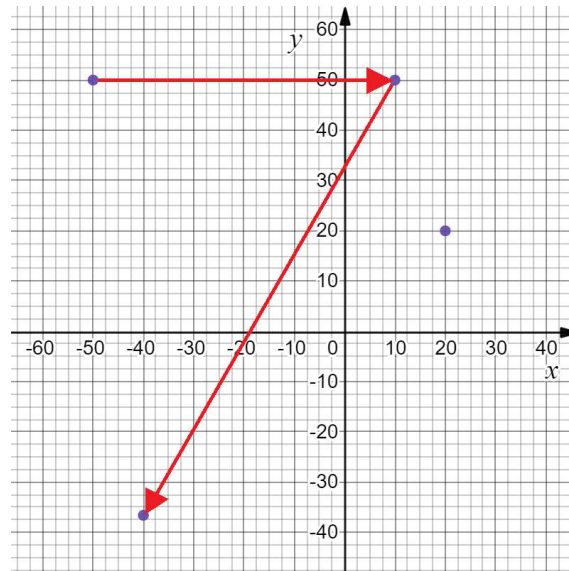
הגודל של וקטור ההעתק בין שתי נקודות הוא המרחק ביניהן.

$$|\Delta \vec{r}_{1 \rightarrow 2}| = \left| \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = D_{12}$$

שאלה 1 (בקבוצות שלא הספיקו בשבוע שעבר):

- אדם מתחיל לנוע מנקודה 1 שהקואורדינטות שלה הן $x_1 = -50\text{m}$, $y_1 = 50\text{m}$ הוא הולך 60 מטר בכיוון ציר x עד נקודה 2, ואז מסתובב ב- 120° עם כיוון השעון, והולך עוד 100 מטר עד נקודה 3.
 א. מה ההעתק הכולל שלו בין נקודות 1 ל-3? תנו תשובה גם בהצגה קרטזית, וגם בהצגה פולארית.
 ב. מה הקואורדינטות של נקודה 3?
 ג. לאיזה כיוון הוא צריך לפנות, ואיזה מרחק ללכת בשביל להגיע לנקודה 4 שהקואורדינטות שלה הן

$$x_4 = 20\text{m} , \quad y_4 = 20\text{m}$$



מכפלה סקלרית

פעולת כפל בין שני וקטורים שנותנת סקלאר

יש שתי הגדרות שקולות:

$$1. \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

$$2. \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cos \theta$$

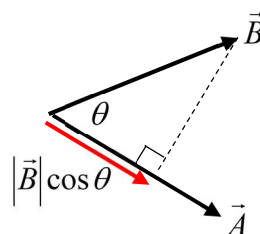
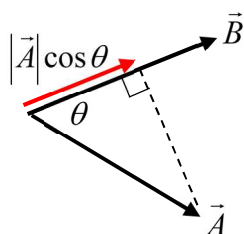
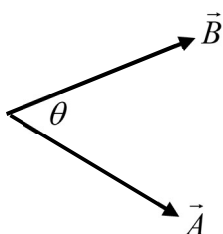
המכפלה הסקלרית נותנת את התוצאה של מכפלה של גודל של וקטור אחד בהיטל של וקטור שני עליו (או להיפך). אם ההיטל של וקטור אחד על וקטור שני הוא בכיוון הווקטור השני, המכפלה הסקלארית היא חיובית ואם ההיטל של וקטור אחד על וקטור הוא בכיוון מנוגד לווקטור השני, אז המכפלה הסקלארית היא שלילית (הסימן מתקבל באופן אוטומטי מתוך $\cos \theta$):

המכפלה הסקלארית מקיימת

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_{\parallel} B = AB_{\parallel}$$



שאלה 2

נתונים הווקטורים $\vec{A} = \begin{pmatrix} -11 \\ 2 \end{pmatrix}$ ו $\vec{B} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

א. הביעו אותם בצורה פולארית

ב. מצאו את $\vec{A} \cdot \vec{B}$, לפי שתי ההגדרות.

ג. חשבו את הוקטור $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.

ד. חשבו את $\vec{A} \cdot \vec{C}$, והראו שמתקיים $\vec{A} \cdot \vec{C} = \vec{A} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = A^2 + \vec{A} \cdot \vec{B}$.

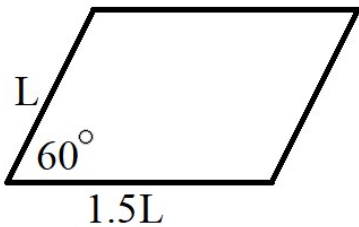
ה. חשבו את $\vec{B} \cdot \vec{C}$, והראו שמתקיים $\vec{B} \cdot \vec{C} = \vec{B} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + B^2$.

שאלה 3

מה אורכי האלכסונים במקבילית שאורך צלעותיה L ו 1.5L והזווית החדה ביניהן היא 60° ?

מה הזוויות שהם יוצרים עם צלעות המקבילית?

מה הזוויות שהם יוצרים ביניהם? מצאו אותה בעזרת מכפלה סקלרית



שאלה 4

נתונים הווקטור $\vec{A} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ cm}$ ושלושת וקטורי היחידה $\hat{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\hat{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\hat{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

א. למה שוות המכפלות הסקלאריות $\vec{A} \cdot \hat{x}$, $\vec{A} \cdot \hat{y}$, $\vec{A} \cdot \hat{z}$?

ב. למה שווים הווקטורים $\vec{B} = (\vec{A} \cdot \hat{x})\hat{x} + (\vec{A} \cdot \hat{y})\hat{y} + (\vec{A} \cdot \hat{z})\hat{z}$ ו $\vec{C} = (\vec{A} \cdot \hat{x})\hat{x} + (\vec{A} \cdot \hat{y})\hat{y}$?

ג. חשבו וקטורי יחידה \hat{A} ו \hat{C} בכיוונים של \vec{A} ושל \vec{C} בהתאמה.

ד. למה שווה $\cos^{-1}(\hat{A} \cdot \hat{C})$? מה משמעות התוצאה?

שאלה 5

נתונה קוביה בעלת אורך צלע L.

א. מה המרחק בין שתי הנקודות המתוארות בציור, אחת בקודקוד, ושניה באמצע הפאה?

הפאה?

ב. מה הזווית שהקו שמחבר את שתי הנקודות, יוצר עם הפאה שהוא מגיע למרכזה?

