

תרגיל תכנות שני- Python

מגישים:

עמר סלע, 316539535

אחיגד גניש, 316228022

תאריך הגשה: 17.6.22

חלק א

ראשית, נחשב אנליטית את מקדמי הפורייה של האותות $x_1[n]$ ו $x_2[n]$ כאשר:

$$x_1[n] = \cos\left(\frac{2\pi * n}{C}\right)$$
$$x_2[n] = \begin{cases} 1 & \text{for } |n| < 5N_1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$C=5, N_1=2.$$

חישוב אנליטי:

$$:x_1[n]$$

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi n}{C}\right) = \frac{e^{\frac{2\pi n}{5}} + e^{-\frac{2\pi n}{5}}}{2}$$

אקזפט כ"ר פז"ר
ה"ו ה"ו ה"ו

$C=5$ ω

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\omega_k n}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{N}$$

$$N=C$$

המחלק המחלק

$$a_1 = \frac{1}{2} \quad a_{-1} = \frac{1}{2} \quad a_k = 0 \quad k \neq \pm 1$$

$$a_{-1} = a_1 = \frac{1}{2} \quad a_1 = \frac{1}{2} \quad \text{ל"ו} \quad \text{ל"ו}$$

ל"ו כ"ר פז"ר

$$X[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k e^{jk\omega n} = \frac{1}{2} e^{-j\omega n} + \frac{1}{2} e^{j\omega n}$$
$$= \cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right)$$

$:x_2[n]$

~~1/20 1/20 1/20~~

$$x[n] = \begin{cases} 1 & |n| < 5N_1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

1/20 1/20 $N_1 = 2$ 2/20

$$N = 20N_1 = 40$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\omega_k n}$$

$$a_k = \frac{1}{40} \sum_{n=0}^{39} x[n] e^{-j\omega_k n} = \frac{1}{40} \sum_{n=-20}^{19} x[n] e^{-j\omega_k n}$$

$$a_k = \frac{1}{40} \sum_{n=-9}^9 1 \cdot e^{-j\omega_k n} = \frac{1}{40} \sum_{m=0}^{18} (e^{-j\omega_k})^{m-9}$$

$$= \frac{e^{9j\omega_k}}{40} \sum_{m=0}^{18} (e^{-j\omega_k})^m$$

$$a_k = \frac{1}{40} e^{9j\omega_k} \left(\frac{1 - e^{-19j\omega_k}}{1 - e^{-j\omega_k}} \right)$$

$$a_k = \frac{e^{9j\omega k}}{40} \frac{e^{\frac{19j\omega k}{2}} (e^{\frac{19j\omega k}{2}} - e^{-\frac{19j\omega k}{2}})}{1 - e^{-j\omega k}} =$$

$$\omega = \frac{2\pi}{40}$$

$$a_k = \frac{e^{9j\omega k}}{40} \frac{e^{-\frac{19j\omega k}{2}} (e^{\frac{19j\omega k}{2}} - e^{-\frac{19j\omega k}{2}})}{e^{-\frac{j\omega k}{2}} (e^{\frac{j\omega k}{2}} - e^{-\frac{j\omega k}{2}})}$$

$$= \frac{e^{9j\omega k}}{40} \cdot e^{-9j\omega k} \frac{\sin(\frac{19\omega k}{2})}{\sin(\frac{\omega k}{2})}$$

$$= \frac{1}{40} \frac{\sin(\frac{19\omega k}{2})}{\sin(\frac{\omega k}{2})}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{40}$$

$$= \frac{\sin(\frac{19\pi}{40} k)}{40 \sin(\frac{\pi k}{40})}$$

$$a_k = \frac{\sin(\frac{19}{40} \pi k)}{40 \sin(\frac{\pi k}{40})}$$

נכון

לכ?

אם אפשר

$$x[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k e^{j\omega k n}$$

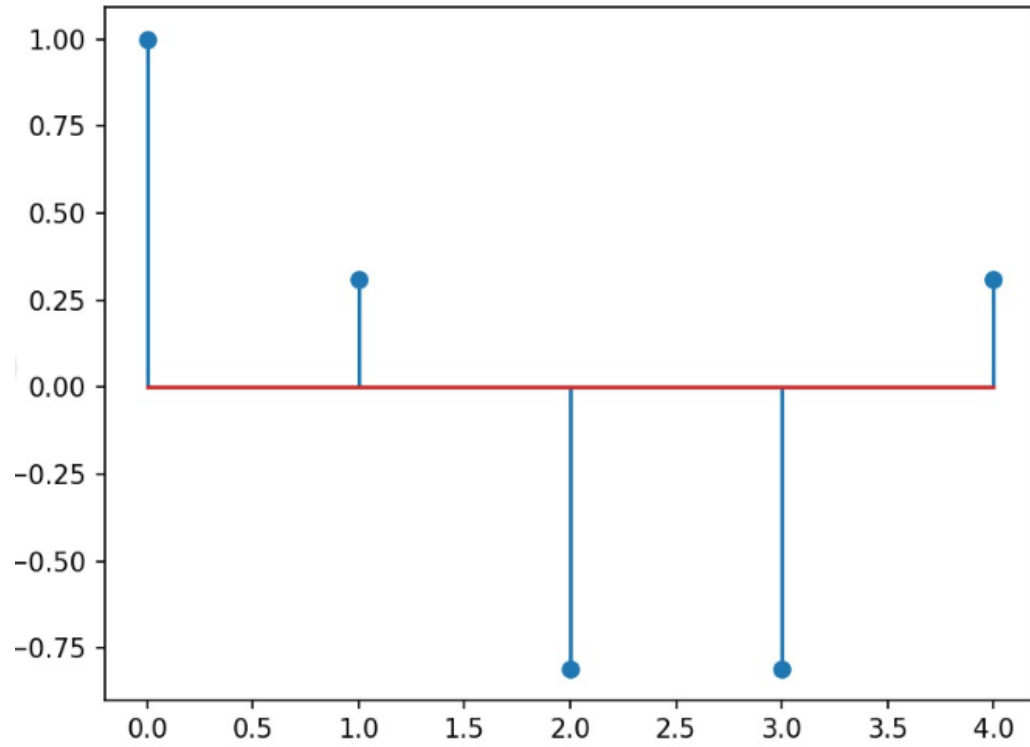
הנני מניח כי a_k הוא סדרה
מממית, כלומר:

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n < 40 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

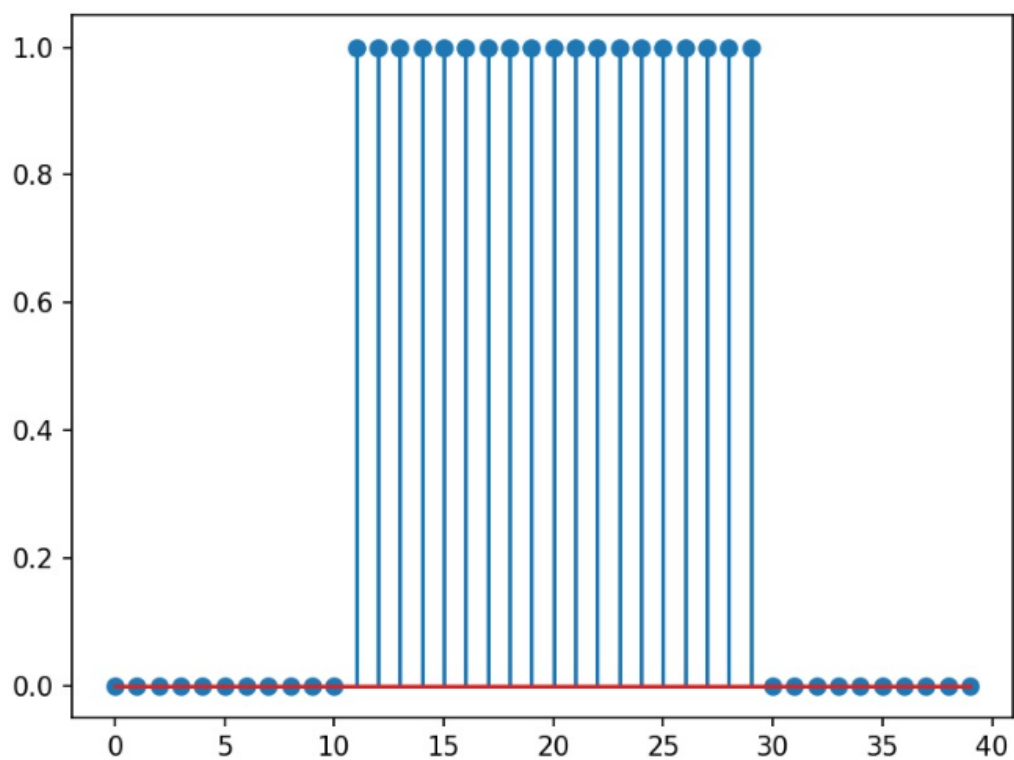
כעת, נשווה את התוצאות האנליטיות לתוצאות בפייתון:

גרפים של האות בפייתון:

$x_1[n]$: (מחזור אחד של האות)

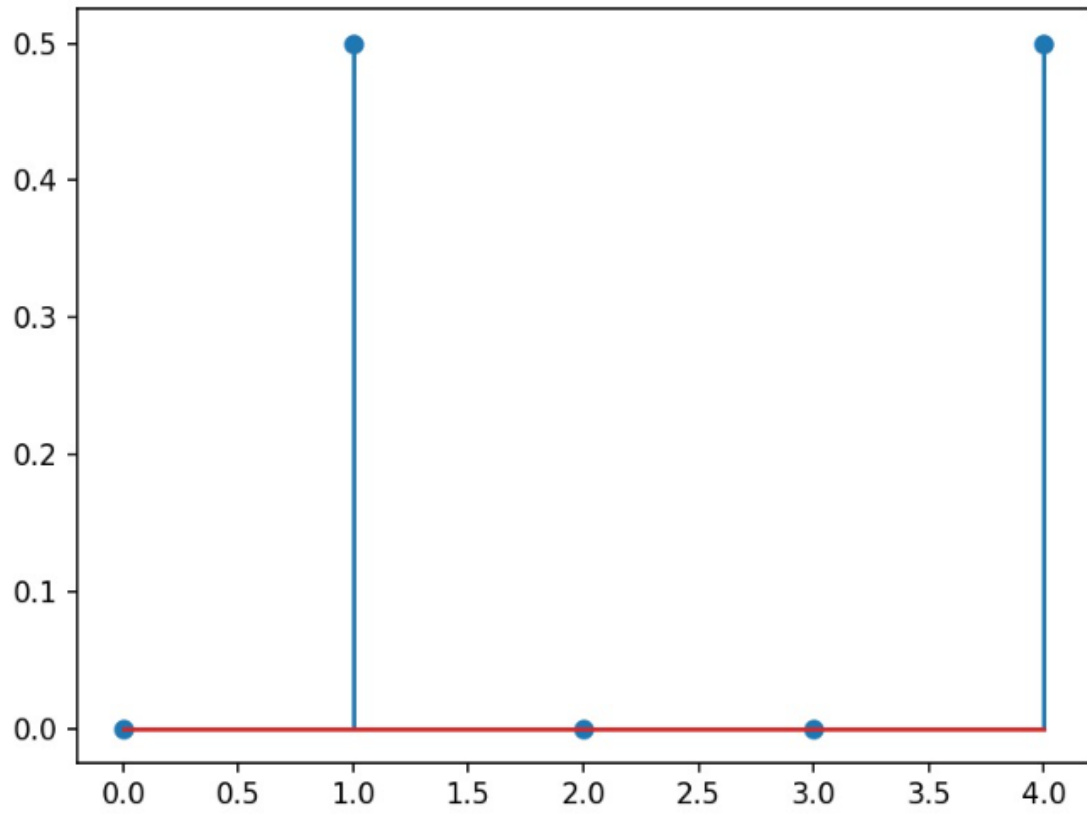


$x_2[n]$: (מחזור אחד של האות)

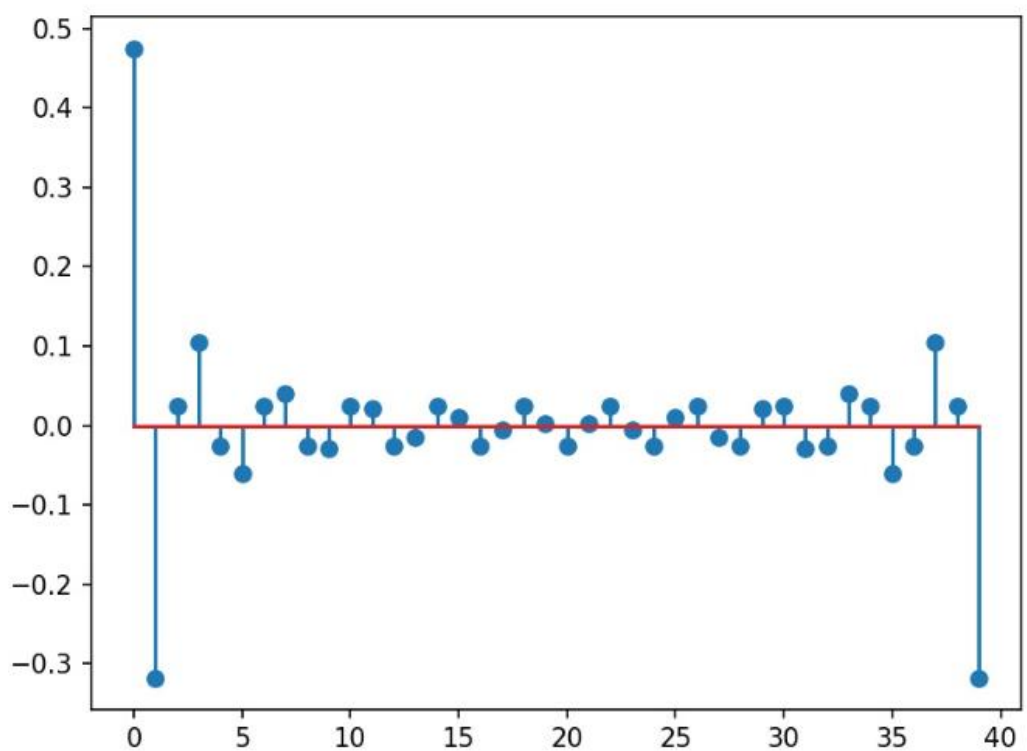


גרפים של מקדמי הפורייה:

$x_1[n]$

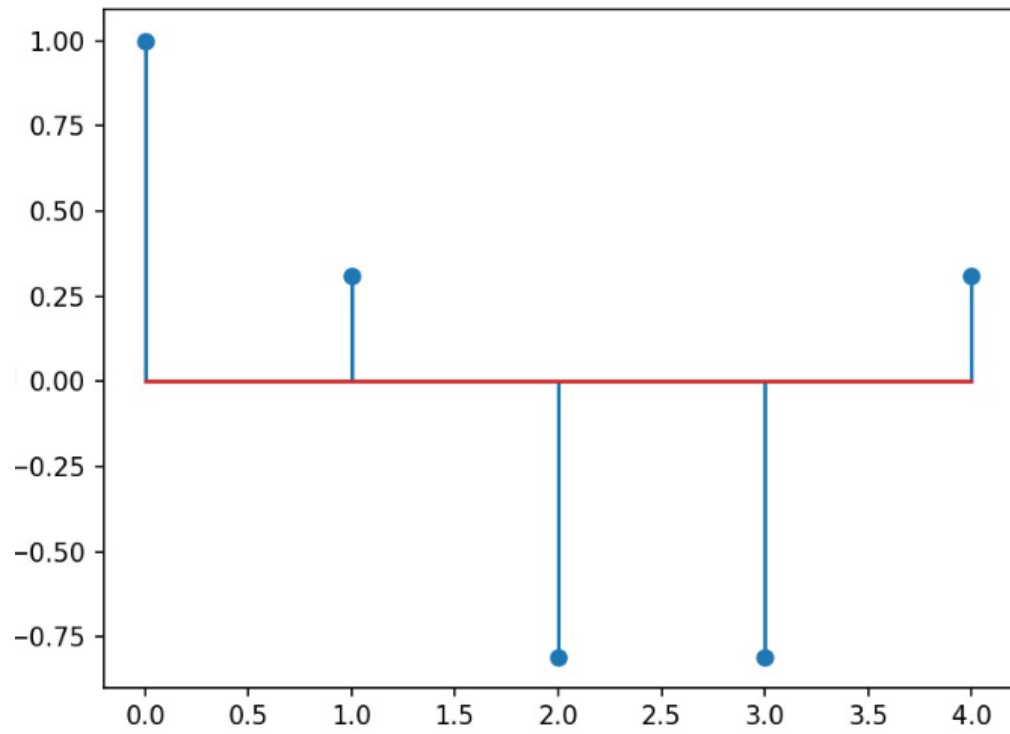


$x_2[n]$

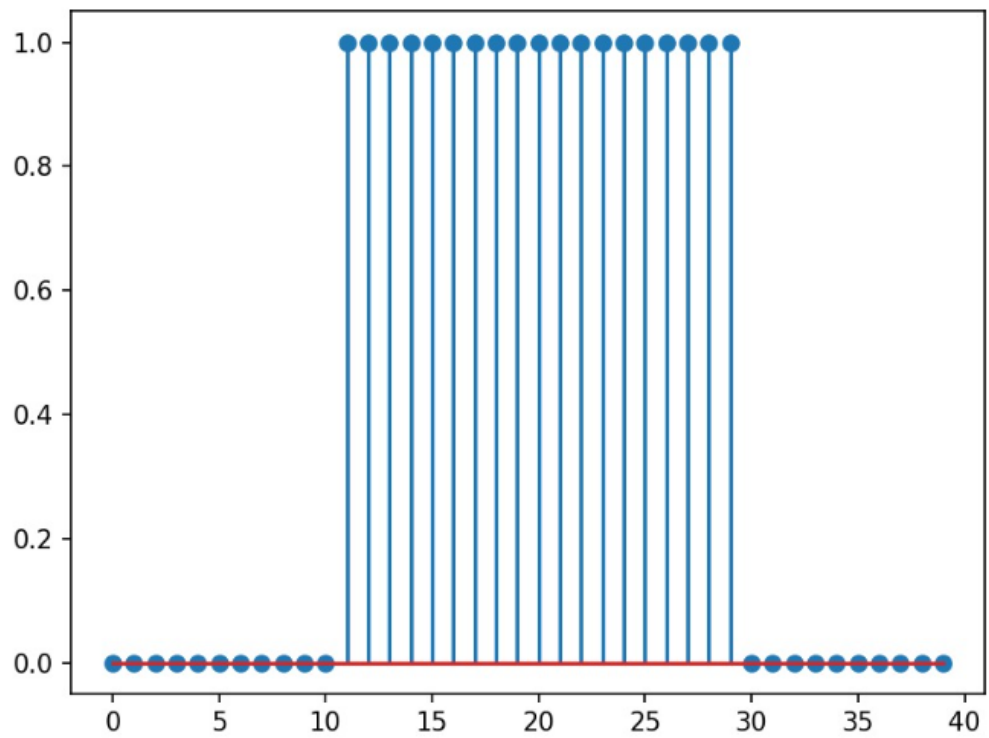


גרפים של טורי הפורייה המתקבלים מהמקדמים:

$x_1[n]$



$x_2[n]$



ניתן לראות כי האותות המשוחזרים זהים לחלוטין לאותות המקוריים.
נשים לב כי כפי שציפינו, החישובים האנליטיים זהים לתוצאות שקיבלנו בפיתון.

הערות לקטע קוד:

שם הקובץ שהקלטנו נקרא "fire.wav".

כאשר הקובץ "fire_out_m=2" הוא הקובץ שיצרנו אשר מאט את הקצב פי 2.

הקובץ "fire_out_m=3" הוא הקובץ שיצרנו אשר מאט את הקצב פי 3.