

SAÜ BİLGİSAYAR VE BİLİŞİM BİLİMLERİ FAKÜLTESİ  
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ  
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.

1.  $y = c_1 \ln x + c_2 e^x$  eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferensiyel denklemi  $a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$  şeklinde elde ediniz.
2.  $y' = (x^2 + y + 1)\left(x^2 + y - \frac{3}{2}\right) + 1 - 2x$  denkleminin bir özel çözümü  $y = 1 - x^2$  olduğuna göre genel çözümünü bulunuz.
3.  $(2y - xy^2)dx + (2x + x^2y)dy = 0$  denklemini için  $u = xy$  olmak üzere  $\lambda = \lambda(u)$  şeklinde bir integrasyon çarpanı bulunuz.
4.  $3(y - xp) = p^3$  denkleminin genel ve varsa aykırı çözümünü bulunuz. ( $y' = p$ )

SÜRE: 80 DAKİKADIR.

BAŞARILAR DİLERİZ

CEVAPLAR

$$1) y = c_1 \ln x + c_2 e^x \quad (1)$$

$$y' = \frac{c_1}{x} + c_2 e^x \quad (2)$$

$$y'' = -\frac{c_1}{x^2} + c_2 e^x \quad (3)$$

(2) ve (3) ten

$$c_1 = \frac{x^2}{x+1} (y' - y'')$$

$$c_2 e^x = \frac{1}{x+1} (y' + x y'')$$

Bu degerler (1) de yerlerine yattirrsa

$$(x - x^2 \ln x) y'' + (x^2 \ln x + 1) y' - (x+1) y = 0$$

denklemin elde edilir.

$$2) y' = (x^2 + y + 1) (x^2 + y - \frac{3}{2}) + 1 - 2x \quad y_1 = 1 - x^2$$

$$y = y_1 + \frac{1}{u} \Rightarrow y = 1 - x^2 + \frac{1}{u} \quad y' = -2x - \frac{u'}{u^2} \text{ ile}$$

$$\frac{du}{dx} + \frac{3}{2} u = -1 \quad (\text{linear}) \quad \text{denklemin elde edilir.}$$

$$\text{Buradan} \quad u = \frac{c e^{-\frac{3}{2}x} - 2}{3} \quad \text{olup}$$

$$y = 1 - x^2 + \frac{3}{c e^{-\frac{3}{2}x} - 2}$$

elde edilir.

$$3) \lambda / (2y - xy^2) dx + (2x + x^2y) dy = 0$$

$$\lambda = \lambda(u) \\ u = xy$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [\lambda(2y - xy^2)] = \frac{\partial}{\partial x} [\lambda(2x + x^2y)]$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} (2y - xy^2) + \lambda(2 - 2xy) = \frac{\partial \lambda}{\partial x} (2x + x^2y) + \lambda(2 + 2xy)$$

$$\frac{d\lambda}{du} (-2x^2y^2) = 4\lambda xy \Rightarrow -2u^2 \frac{d\lambda}{du} = 4u\lambda$$

$$\Rightarrow \frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{2}{u} du \Rightarrow \lambda = u^{-2} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{1}{x^2y^2}}$$

$$4) 3(y - xp) = p^3 \quad y = xp + \frac{1}{3}p^3 \quad (\text{Clairaut})$$

x'e göre türev alalım

$$p = p + x \frac{dp}{dx} + p^2 \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dp}{dx} (x + p^2) = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \Rightarrow \boxed{y = cx + \frac{1}{3}c^3} \quad \begin{array}{l} \text{Genel} \\ \text{Çözüm} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = xp + \frac{1}{3}p^3 \\ x + p^2 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\boxed{9y^2 + 4x^3 = 0} \quad \begin{array}{l} \text{Aykırı} \\ \text{Çözüm} \end{array}$$