

(11)

M.Y

22.08.2002

2001-2002 YAZ OKULU MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
DİFERANSİYEL DENKLEMLER ARASINAV SORULARI

SORU 1) $y' = \frac{xy - y^2}{x^2}$ diferansiyel denkleminin genel çözümü nedir?

SORU 2) $(3x+2y+1)dx - (3x+2y-1)dy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümü nedir?

SORU 3) $2y' + 2xy^2 - y = 0$ diferansiyel denkleminin y ye bağlı bir integrasyon çarpanı ile tam diferansiyel hale getirilebileceğini gösteriniz.

SORU 4) $x^2y' - 2xy = y^2$ diferansiyel denkleminin genel çözümü nedir?

SORU 5) Özel çözümleri $y_1 = x$, $y_2 = 0$ ve $y_3 = -x$ olan Riccati diferansiyel denklemi nedir? Bu denklem genel çözümü nedir?

Nº SORU 6) $y = xy' + \sqrt{4+y'^2}$ denkleminin tekil çözümünün kartezyen gösterimi nedir?

SORU 7) $4y'' + 2y' = e^{-x}(x^2 + 4)$ denkleminin genel çözümü nedir?

SEÇECEĞİNİZ BEŞ SORUYA CEVAP VERİNİZ SÜRE 70 DAKİKADIR...

$$\begin{aligned} & y' \quad (x^2(x) - x - x^2) + 0) - y^2 \\ & 2. (3x+2y+1)dx - (3x+2y-1)dy = 0 \\ & y^1 \quad x^3 \quad \left(\begin{array}{cc} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{array} \right) = \underline{\underline{6-6=0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y^2 \quad 4y'' + 2y' = e^{-x}(x^2 + 4) \quad 4p' + 2p = e^{-x}(x^2 + 4) \\ & y' = p, \quad y'' = p' \quad \frac{p'}{p} - \frac{e^{-x}(x^2 + 4)}{2} = \frac{p}{2} \\ & -du - \frac{e^{-x}(x^2 + 4)}{2} \cdot \sqrt{u} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

SORU 1(15 Puan): Aşağıdaki dif.Denkeminin y_h ve y_p çözümlerini bulunuz.

$$(D^3 + D^2 + D + 1)y = \sin 2x + \cos 3x$$

SORU 2(20 PUAN) : $(3x^2 + 4xy)dx + (2x^2 + 2y)dy = 0$ denklemimin $y(0)=2$ koşulunu sağlayan çözümünü (özel çözüm) bulunuz.

SORU 3(15 PUAN) : $x dy - 2y dx = (x-2)e^x dx$ denklemi lineer midir? Gösteriniz?
Çözünüz?

SORU 4(10 PUAN): $y = 2e^{-x} + xe^{-x}$ denkleminin $y'' + 2y' + y = 0$ denkleminin bir çözümü olup olmadığını gösteriniz.

SORU 5(20 PUAN):

a) $\frac{dy}{dx} + y = y^2 (\cos x - \sin x)$ Bernoulli denklemini lineer hale getiriniz.(10 pn)

b) $y = x(y')^2 + (y')^3$ Lagrange dif.denklemini lineer hale getiriniz. (10 pn)

SORU 6(20 PUAN):

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x(y-3)}$ denklemini çözünüz(10 pn)

b) $p^4 - (x+2y+1)p^3 + (x+2y+2xy)p^2 - 2xyp = 0$ denklemini çarpanlarına ayırarak çözünüz(10 puan)

Başarılar Dilerim

Yrd.Doç.Dr.Nilüfer YURTAY

T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ

ÖDEVİN KONUSU
TAYLOR SERİ METODU İLE ÇÖZÜLMÜŞ ÖRNEK SORULAR

HAZIRLAYANLAR
ABDULLAH KUZHAN 0401.10057
SEHER AKSU 0401.10056
METİN AVCI 0401.10058
BETÜL BAYRAKDAR 0401.10060

ÖĞRETİM ÜYESİ
YRD. DOÇ. DR. NİLÜFER YURTAY

ARALIK, 2005

Aşağıdaki başlangıç değer problemlerinin her birinin x 'in kuvvetlerindeki bir kuvvet seri çözümünü Taylor seri metodu ve belirsiz katsayılar metodu ile bulunuz.

SORU 1) **Hata! Yer işaretini tanımlanmamış.** $\frac{dy}{dx} = x + y$; $y(0) = 1$

ÇÖZÜM:

Genel Denklem:

$$y(x) = y(x_0) + \frac{y'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{y''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots$$

$$y' = x + y \quad y'(0) = 1$$

$$y'' = 1 + y' \quad y''(0) = 1 + 1 = 2$$

$$y''' = 1 + (y')^2 + y'' \quad y'''(0) = 1 + 2 = 3$$

Genel denklemde yerine koyarsak;

$$y(x) = 1 + \frac{1x}{1!} + \frac{2x^2}{2!} + \frac{3x^3}{3!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 2) $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$; $y(0) = 4$

ÇÖZÜM:

$$y' = x^2 + y^2 \quad y'(0) = 16$$

$$y'' = 2x + 2y.y' \quad y''(0) = 2.0 + 2.4.16 = 128$$

$$y''' = 2 + 2(y')^2 + 2.y.y'' \quad y'''(0) = 2 + 2.16^2 + 2.4.128 = 1538$$

Genel denklemde yerine koyarsak;

$$y(x) = 4 + \frac{16x}{1!} + \frac{128x^2}{2!} + \frac{1538x^3}{3!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 3) $\frac{dy}{dx} = 1 + xy^2$; $y(0) = 2$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}y' &= 1+xy^2 & y'(0) &= 1 \\y'' &= 0+1.y^2 +2y.y'x & y''(0) &= 2^2+2.1.0 = 4 \\y''' &= 2y.y'+(2(y')^2 + 2.y.y'') +1.2y.y' & y'''(0) &= 2.2.1+(2.1^2+2.2.4).0+1.2.2.1 \\&&&= 4+4 = 8\end{aligned}$$

Genel denklemde yerine koyarsak ;

$$y(x) = 2 + \frac{1.x}{1!} + \frac{4x^2}{2!} + \frac{8x^3}{3!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 4) $\frac{dy}{dx} = x^3 + y^3$; $y(0) = 3$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}y' &= x^3+y^3 & y'(0) &= 0 + 3^3 = 27 \\y'' &= 3x^2+3y^2.y' & y''(0) &= 0+3.27.3^2 = 729\end{aligned}$$

Genel denklemde yerine koyarsak ;

$$y(x) = 3 + \frac{27x}{1!} + \frac{729x^2}{2!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 5) $\frac{dy}{dx} = x + \sin y$; $y(0) = 0$

ÇÖZÜM:

$$y' = x + \sin y \quad y'(0) = 0 + \sin(0) = 0$$

$$y'' = 1 + \cos y \cdot y' \quad y''(0) = 1 + \cos(0) \cdot 0 = 1$$

Genel denklemde yerine koyarsak ;

$$y(x) = 0 + \frac{0 \cdot x}{1!} + \frac{1x^2}{2!}$$

Aşağıdaki başlangıç değer problemlerinin her birinin x 'in kuvvetlerindeki bir kuvvet seri çözümünü Taylor seri metodu ve belirsiz katsayılar metodu ile bulunuz.

SORU 1) **Hata! Yer işaretü tanımlanmamış.** $\frac{dy}{dx} = x + y$; $y(0) = 1$

ÇÖZÜM:

Genel Denklem:

$$y(x) = y(x_0) + \frac{y'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{y''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots$$

$$y' = x + y \quad y'(0) = 1$$

$$y'' = 1 + y' \quad y''(0) = 1 + 1 = 2$$

$$y''' = 1 + (y')^2 + y'' \quad y'''(0) = 1 + 2 = 3$$

Genel denklemde yerine koyarsak;

$$y(x) = 1 + \frac{1x}{1!} + \frac{2x^2}{2!} + \frac{3x^3}{3!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 2) $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$; $y(0) = 4$

ÇÖZÜM:

$$y' = x^2 + y^2 \quad y'(0) = 16$$

$$y'' = 2x + 2y.y' \quad y''(0) = 2.0 + 2.4.16 = 128$$

$$y''' = 2 + 2(y')^2 + 2.y.y'' \quad y'''(0) = 2 + 2.16^2 + 2.4.128 = 1538$$

Genel denklemde yerine koyarsak;

$$y(x) = 4 + \frac{16x}{1!} + \frac{128x^2}{2!} + \frac{1538x^3}{3!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 3) $\frac{dy}{dx} = 1 + xy^2$; $y(0) = 2$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}y' &= 1+xy^2 & y'(0) &= 1 \\y'' &= 0+1.y^2 +2y.y'x & y''(0) &= 2^2+2.1.0 = 4 \\y''' &= 2y.y'+(2(y')^2 + 2.y.y'') +1.2y.y' & y'''(0) &= 2.2.1+(2.1^2+2.2.4).0+1.2.2.1 \\&&&= 4+4 = 8\end{aligned}$$

Genel denklemde yerine koyarsak :

$$y(x) = 2 + \frac{1.x}{1!} + \frac{4x^2}{2!} + \frac{8x^3}{3!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 4) $\frac{dy}{dx} = x^3 + y^3$; $y(0) = 3$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}y' &= x^3+y^3 & y'(0) &= 0 + 3^3 = 27 \\y'' &= 3x^2+3y^2.y' & y''(0) &= 0+3.27.3^2 = 729\end{aligned}$$

Genel denklemde yerine koyarsak :

$$y(x) = 3 + \frac{27x}{1!} + \frac{729x^2}{2!} \quad \text{bulunur.}$$

SORU 5) $\frac{dy}{dx} = x + \sin y$; $y(0) = 0$

ÇÖZÜM:

$$y' = x + \sin y$$

$$y'(0) = 0 + \sin(0) = 0$$

$$y'' = 1 + \cos y \cdot y'$$

$$y''(0) = 1 + \cos(0) \cdot 0 = 1$$

Genel denklemde yerine koyarsak ;

$$y(x) = 0 + \frac{0 \cdot x}{1!} + \frac{1x^2}{2!}$$

SAKARYA ÜNİVERSİTESİ BİLGİSAYAR MÜHENDİSİĞİ BÖLÜMÜ
 DİF. DENKLEMLER DERSİ
 FINAL SINAVI SORULARI

TARİH: 29-12-2005

SÜRE: 1 Saat

SORU 1: Aşağıdaki dif. denklemin genel çözümünü bulunuz. (30 puan)

$$(D^2 - D + 1)y = \sin 2x$$

$$y_p = (D^2 - D + 1)^{-1} \cdot \sin 2x$$

$$(-4 - 2 + 1)^{-1} \cdot \sin 2x$$

$$-\frac{1}{5} \cdot \sin 2x$$

SORU 2: $y'' - 2y' = e^x \sin x$ dif. denkleminin özel çözümünü

~~$y = Ae^x \sin x + Be^x \cos x$~~ yaklaşımıyla bulunuz. (20 Puan)

~~SORU 3: Aşağıdaki dif. denklemin $y(1)=2$ koşuluna uyan genel çözümünü bulunuz (25 puan).~~

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

$$xy \frac{dy}{dx} = (x^2 + y^2) dx$$

~~Tamif haline getirilince~~

~~SORU 4: $(x^2 y^3 + 2y)dx + (2x - 2x^3 y^2)dy = 0$ dif. denkleminin genel çözümünü bulunuz (25 Puan).~~

$$\frac{3x^2 y^2}{2} + \frac{2y^2}{2} - 2x^2 y^3 - 2x^3 y^2 + 2ay = 0$$

Başarılar Dilerim

Yrd. Doç. Dr. Nilüfer YURTAY

$$b^2 - 4ac$$

$$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3$$

$$-b \pm i\sqrt{D}$$

$$\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} = \alpha \pm i\beta$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 y^3 + 2y}{2x - 2x^3 y^2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y = x^\alpha$$

$$y = x^{\alpha} + x^{1-\alpha}$$

Dif. Denklemler Dersi 1. Quiz Sınavı

ÖRÜ1: ilkel $y = Ae^{2x} + Be^x + C$ olan dif. denklemi elde ediniz.

ÖRÜ2: $y = 2x + Ce^x$ denkleminin $\frac{dy}{dx} - y = 2(1-x)$ dif. denklemi bir çözümü olduğunu gösteriniz ve $x=0, y=3$ emin bir özel çözümünü bulunuz.

ÖRÜ3: $x^2(y+1) dx + y^2(x-1) dy = 0$ denklemini çözümü.

ÖRÜ4: $x \cdot dy - y dx - \sqrt{x^2 - y^2} dx = 0$ homojen dif. denklemi çözümü bulunuz.

ÖRÜ5: $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x^2 + 3x - 2$ lineer dif. denkemin çözümünü bulunuz.

Süre: 75 dakika.

Başarılar Dilerim.
Yrd. Doç. Dr. Nilüfer Yıldız

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x^2 - 3x + 2$$

$$y'' - 3y' + 2 = 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2 = 0$$

Dif. Denklemler Dersi 1. Quiz Sınavı

SORU1: ilkel $y = Ae^{2x} + Be^x + C$, olan dif. denklemi elde diniz.

SORU2: $y = 2x + Ce^x$ denkleminin $\frac{dy}{dx} - y = 2(1-x)$ dif. denklemi bir çözümü olduğunu gösteriniz ve $x=0, y=3$ için bir özel çözümünü bulunuz.

SORU3: $x^2(y+1) dx + y^2(x-1) dy = 0$ denklemini görünüz.

SORU4: $x \cdot dy - y dx - \sqrt{x^2 - y^2} dx = 0$ homojen dif. denklemi çözümünü bulunuz.

SORU5: $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x^2 + 3x - 2$

lineer dif. denklemi

$$\text{ort} \rightarrow y = T \\ \text{tart} \rightarrow T$$

şümünü bulunuz.

Süre: 75 dakika.

Basarılır Dilerim.
Yrd. Doç. Dr. Nilüfer YILMAZ

(11)

M.Y

22.08.2002

2001-2002 YAZ OKULU MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
DİFERANSİYEL DENKLEMLER ARASINAV SORULARI

SORU 1) $y' = \frac{xy - y^2}{x^2}$ diferansiyel denkleminin genel çözümü nedir?

SORU 2) $(3x+2y+1)dx - (3x+2y-1)dy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümü nedir?

SORU 3) $2y' + 2xy^2 - y = 0$ diferansiyel denkleminin y ye bağlı bir integrasyon çarpanı ile tam diferansiyel hale getirilebileceğini gösteriniz.

SORU 4) $x^2y' - 2xy = y^2$ diferansiyel denkleminin genel çözümü nedir?

SORU 5) Özel çözümleri $y_1 = x$, $y_2 = 0$ ve $y_3 = -x$ olan Riccati diferansiyel denklemi nedir? Bu denklem genel çözümü nedir?

Nº SORU 6) $y = xy' + \sqrt{4+y'^2}$ denkleminin tekil çözümünün kartezyen gösterimi nedir?

SORU 7) $4y'' + 2y' = e^{-x}(x^2 + 4)$ denkleminin genel çözümü nedir?

SEÇECEĞİNİZ BEŞ SORUYA CEVAP VERİNİZ SÜRE 70 DAKİKADIR...

$$\begin{aligned} & y' \quad (x^2(x) - x - x^2) + 0) - y^2 \\ & 2. (3x+2y+1)dx - (3x+2y-1)dy = 0 \\ & y^1 \quad x^3 \quad \left(\begin{array}{cc} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{array} \right) = \underline{\underline{6-6=0}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y^2 \quad 4y'' + 2y' = e^{-x}(x^2 + 4) \quad 4p' + 2p = e^{-x}(x^2 + 4) \\ & y' = p, \quad y'' = p' \quad \frac{p'}{p} - \frac{e^{-x}(x^2 + 4)}{2} = \frac{p}{2} \\ & -du - \frac{e^{-x}(x^2 + 4)}{2} \cdot \sqrt{u} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ad, Soyad :

No :

Öğretim (I veya II) :

DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARA SINAVI

09.12.2003/17:00

(Soru kağıtları iade edilecektir, Süre: 100 dakika)

Soru 1 (20p). $(xe^{x+y} + 2e^{x+y} + 2)x dx + (x^2 e^{x+y} + 4)dy = 0$ diferansiyel denkleminin: a-genel çözümünü, b- $y(0) = 1$ için özel çözümünü elde ediniz.

a-Genel çözüm:

b-Özel çözüm:

Soru 2 (20p). Oda sıcaklığı bilinmeyen bir yere 100°C sıcaklığında küçük bir cisim bırakılıyor. 10 dakika sonra sıcaklığı 90°C ye ve 20 dakika sonunda ise 85°C ye düşüyor.

Oda sıcaklığının sabit kaldığını kabul ederek değerini bulunuz. $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{oda}})$

Soru 3 (20p). $3y' + y + (2x - 1)y^4 = 0$ diferansiyel denklemini çözünüz.

Genel çözüm:

Soru 4 (20p). Bir paraşütçü havadaki düşme hızı V_0 olduğu anda paraşütünü açmaktadır ve bu andan itibaren düşme yönüne zıt yönde olan kV^2 büyüklüğünde bir hava direnç kuvvetine maruz kalmaktadır ($k=\text{sabit}$). Paraşütçü ve paraşütün toplam ağırlığı W olduğuna göre, a-paraşütçünün düşme hızını zamanın fonksiyonu olarak elde ediniz, ve b- paraşütçünün yere çarpmaya hızı konusunda ne söylenebilir. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right) + C$

Cevap: a-

b-

Soru 5 (20p). $y'' - 2y' + 3y = x + \sin(x)$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

Genel Çözüm:

Başarılar

Yrd.Doç.Dr. Ekrem Büyükkaya

Yrd.Doç.Dr. Tahsin Engin

Soru 1: $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2x^3 \frac{dy}{dx} - 4x^2 y = 0$ diferansiyel denkleminin çözümü (ilkeli) $y = cx^2 + c^2$ dir. c 'yi bulunuz. (15 Pn)

$$\frac{dy}{dx} = 2cx$$

$$c = \frac{1}{2x} \frac{dy}{dx}$$

yerine
Kondisyonda
bu dif. denk.
veril.

Soru 2: $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x(y-3)}$ dif. denklemi
değişkenlerine ayrılabilir forma getiriniz (10pn.)

$$x(y-3)dy = 4y dx$$

$\frac{1}{xy}$

ile çarparak:

$$\frac{y-3}{y} dy = \frac{4}{x} dx$$

elde edilir.

Soru 3: $\frac{1}{x}; \quad \frac{dy}{dx} - \frac{1}{x} y = x^2 + 3x - 2$ lineer
dif. denkleminin bir integral çarpanı olduğuna
göre bu denklemin çözümünü bulunuz (15 pn).

$$y \cdot \frac{1}{x} = \int \frac{1}{x} (x^2 + 3x - 2) dx$$

$$= \int (x+3-\frac{2}{x}) dx$$

$$= (\frac{x^2}{2} + 3x - 2 \ln x + C) x$$

Soru 4: $\frac{dy}{dx} - y = xy^5$ Bernoulli denklemini
lineer hale getiriniz. (15 pn)

$$y^{-5} \cdot \frac{dy}{dx} - \frac{y}{y^5} = x$$

$$y^{-5} \frac{dy}{dx} - y^{-4} = x$$

$$y^{-4} = v \Rightarrow \frac{dv}{dx} = 4y^{-5} \frac{dy}{dx}$$

$$-\frac{1}{4} \frac{dv}{dx} - v = x$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dx} + 4v = -4x$$

Soru 5: $(x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$ denkleminin x 'e bağlı bir integral çarpanını bulunuz. (15 pn)

$$N(x,y) = \frac{N_x - M_y}{-N} = \frac{y - 2y}{-x} = \frac{1}{x}$$

$$M(x) = e^{\int \frac{1}{x} dx} = e^{\ln x} = x$$

Soru 6: $(e^x \sin y + 2x + \frac{1}{x})dx + (e^x \cos y - 2y - 1)dy = 0$

tam dif. denklemi için

$$u(x, y) = e^x \sin y + x^2 + \ln x + g(y)$$

fonksiyonunda $g(y)$ ifadesini bulunuz. (15 pn)

$$\frac{\partial u}{\partial y} = N \text{ esitliginden}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = e^x \cos y + g'(y) = e^x \cos y - 2y - 1$$

$$g'(y) = -2y - 1$$

$$\Rightarrow g(y) = -y^2 - y + C$$

Soru 7: $y = x(y')^2 + (y')^3$ Lagrange
dif. denklemini lineer forma getiriniz. (15 pn)

$$y' = p \quad p = x \cdot p^2 + p^3$$

x' e göre türevi
ni alırsak

$$p = p^2 + [2xp + 3p^2] \frac{dp}{dx}$$

$$(p - p^2) \frac{dp}{dx} = 2xp + 3p^2$$

Süre 35 dakikadır.