Лабораторная работа 1

1.1. [# 5] Сгенерировать с помощью алгоритма Нарайаны порождения всех перестановок с выводом времени работы до сотых секунд для $N = 10$. Записать время порождения всех перестановок для $N = 10$, $N = 15$, $N = 20$ без вывода полученных последовательностей. Оценить время работы программы для входа $N = 50$ и $N = 100$.

1.2. [# 15] Реализовать алгоритм Джонсона – Троттера с выводом времени работы до сотых секунд. Записать время порождения всех перестановок для $N = 10$, $N = 15$, $N = 20$ без вывода полученных последовательностей. Оценить время работы программы для входа N=50 и N=100.

1.3. [# 5] Реализовать алгоритм порождения случайной перестановки.

1.4. [# 25] Задача коммивояжера. Для графа, заданного матрицей смежности найти гамильтонов цикл минимальной суммарной стоимости.

Предполагается, что граф задан матрицей смежности. Решить задачу для $N = 10$, $N = 15$, где N – количество вершин в графе. Оценить время работы программы для входа $N = 20$ и $N = 50$.

1.5.[# 15] Реализовать алгоритм порождения композиции положительного числа n в последовательность положительных целых чисел $\{z_1, z_2, \dots, z_k\}$, $z_1 + z_2 + \dots + z_k = n$. Здесь учитывается порядок чисел z_i и $z_i > 0$.

1.6. [# 35] Задача об укладке рюкзака. Есть n различных предметов. Каждый предмет с номером i, где $i = 1, \dots, n$, имеет заданный положительный вес w_i и стоимость c_i. Нужно уложить рюкзак так, чтобы общая стоимость предметов в нем была не менее S, а вес не превышал заданного T. Форма предметов значения не имеет

Вход. В первой строке три числа n, T и S, в следующих n строчках – по два числа (вес w_i и стоимость c_i)

Выход. В первой строке – вес получившегося рюкзака, во второй строчке строка из 0 и 1 поясняющих какие предметы берутся, а какие – не берутся

Лабораторная работа 2

2.1. [# 50] В заданном неориентированном связном графе найти все точки сочленения. Граф задан матрицей смежности.

Вход. Граф задан списком рёбер. Первая строка исходного файла содержит два целых числа v $(1 \leq v \leq 400)$ – количество вершин и e $\left(0 \leq e \leq \frac{v(v-1)}{2}\right)$ – количество рёбер.

В последующих e строчках содержатся по 2 числа $v_i v_j$, разделенных пробелами: наличие ребра между вершинами v_i и v_j.

Вершины пронумерованы от 1 до v

Выход. В первую строчку вывести через пробел номера точек сочленения.

2.2. [# 50] Для заданного ориентированного графа найти компоненты сильной связности Граф задан матрицей смежности.

Вход. Первая строка исходного файла содержит целое число v $(1 \leq v \leq 400)$ – количество вершин. В последующих v строках содержатся по v чисел, разделенных пробелами: вес ребер между вершинами. Вершины пронумерованы от 1 до v

Выход. В каждой строчке выходного фала вывести номера вершин, принадлежащих одной компоненте сильной связности.

2.3. [# 50] Для ориентированного графа найти гамильтонов цикл методом ветвей и границ. Граф задан матрицей смежности.

Вход. Первая строка исходного файла содержит целое число v $(1 \leq v \leq 15)$ – количество вершин. В последующих v строках содержатся по v чисел, разделенных пробелами: вес ребер между вершинами. Вершины пронумерованы от 1 до v.

Выход. В единственной строчке вывести список вершин, образующих направление гамильтонова цикла.

2.4. [# 50] Проверить, что граф плоский и произвести укладку графа, используя гамма-алгоритм.

Вход. Первая строка исходного файла содержит целое число v $(1 \leq v \leq 400)$ – количество вершин. В последующих v строках содержатся по v чисел, разделенных пробелами: вес ребер между вершинами. Вершины пронумерованы от 1 до v.

Выход. Если граф не планарный, то в единственной строчке вывести одно число 0. Если граф планарный, то в первой строчке вывести количество граней F.

В следующих F строчках вывести циклы, образующие каждую грань.

2.5. [# 50] Раскрасить заданный граф, используя алгоритм Ершова.

Вход. Первая строка исходного файла содержит целое число v $(1 \le v \le 400)$ – количество вершин. В последующих v строках содержатся по v чисел, разделенных пробелами: вес ребер между вершинами. Вершины пронумерованы от 1 до v

Выход. В v строчках вывести по два числа: номер вершин (от 1 до v) и номер цвета вершины (нумерация цветов начинается с 1)

Лабораторная работа 3

3.1. [# 100] Провести триангуляцию Делоне для заданного множества точек.

Вход. Первая строка исходного файла содержит целое число v $(1 \leq v \leq 100)$ – количество вершин. В последующих v строках содержатся по v чисел, разделенных пробелами: вес ребер между вершинами. Вершины пронумерованы от 1 до v

Выход. В первой строчке вывести количество внутренних треугольников N. В следующих N строчках вывести циклы, образующие каждую грань

3.2. [# 100] На плоскости заданы множество T точек на плоскости (терминалы). Используя алгоритм Кокейна, найти кратчайшую сеть, соединяющую все терминалы, используя дополнительные вершины – точки Штейнера

Вход. Первая строка исходного файла содержит одно целое число T $(1 \leq v \leq 10)$ – количество вершин (терминалов). В последующих T строках содержатся по два числа, разделенных пробелами: координаты терминалов. Терминалы пронумерованы от 1 до n

Выход. В первой строчке одно натуральное число s – количество точек Штейнера. Точки Штейнера пронумеровать $n + 1, n + 2, \dots, n + s$. В следующих s строчках по два числа: координаты точек Штейнера. В следующих $\mathrm{n} + \mathrm{s} - 1$ строчках по два числа: номера вершин, соединенных ребром в дереве Штейнера.

3.3. [# 50] Для заданного графа, содержащего v вершин, найдите количество остовных деревьев.

Вход. Первая строка исходного файла содержит одно целое число v $(1 \leq\ v \leq 100)$ – количество вершин. Вершины пронумерованы от 1 до n. В последующих v строках содержатся по v чисел, разделенных пробелами: вес ребер между вершинами.

Выход. В первой строке должно содержаться одно натуральное число – количество остовных деревьев.

Лабораторная работа 4

4.1. [# 100] Задан орграф $G = (V, E)$, где V – множество вершин, E – множество ребер, |V|=n. Каждой дуге $e \in E$ поставлено в соответствие положительное вещественное число $c(e)$ – пропускная способность. Вершину с номером 0 назовём источником, а вершину с номером $n-1$ стоком. Требуется найти максимальный поток.

Вход. Первая строка исходного файла содержит целое число n $(1 \le n \le 400)$ – количество вершин. В последующих n строках содержатся по n чисел, разделенных пробелами: пропускная способность между вершинами. Вершины пронумерованы от 0 до $n-1$.

Выход. Первая строка исходного файла содержит целое число n – количество вершин. В последующих n строках содержатся по n чисел, разделенных пробелами: величина потока между вершинами.

4.2. [# 50] Задан двудольный граф $G = G(X, E, Y)$, где X, Y – множество вершин, $|X| = |Y| = n$; E – множество ребер. В заданном двудольном графе найти полное паросочетание, воспользовавшись алгоритмом Куна.

Вход. Двудольный граф $G = G(X, E, Y)$ задается матрицей $A[1..p, 1..q]$, $p = |X|$, $q = |Y|$, в которой $A[x, y] = 1$, если есть ребро (x, y) и $A[x, y] = 0$, если такого ребра нет. Первая строка входного файла содержит два числа p, q $(1 \le p, q \le 100)$ – количество вершин в каждой доле. В последующих p строках содержатся по q чисел матрицы A. Вершины в каждой доле пронумерованы от 1.

Выход. В первой строчке Yes либо No, в зависимости от того есть максимальное паросочетание или нет. Во втором случае, следующих n строчках по два числа – вершины, соединенные ребром (первое число – первая доля, второе – вторая).

4.3. [# 50] Задан двудольный граф $G = G(X, E, Y)$, где X, Y – множество вершин, $|X| = |Y| = n$; E – множество ребер. В заданном двудольном графе найти полное паросочетание, воспользовавшись алгоритмом Рабина-Вазирани.

Вход. Двудольный граф $G = G(X, E, Y)$ задается матрицей $A[1..p, 1..q]$, $p = |X|$, $q = |Y|$, в которой $A[x, y] = 1$, если есть ребро (x, y) и $A[x, y] = 0$, если такого ребра нет. Первая строка входного файла содержит два числа p, q $(1 \le p, q \le 100)$ – количество вершин в каждой доле. В последующих p строках содержатся по q чисел матрицы A. Вершины в каждой доле пронумерованы от 1

Выход. В первой строчке Yes либо No, в зависимости от того есть максимальное паросочетания или нет. Во втором случае, следующих n строчках по два числа – вершины соединенные ребром (первое число – первая доля, второе – вторая)

4.4. [# 50] Задан двудольный граф $G = G(X, E, c, Y)$, где X – множество рабочих, Y – множество работ, $|X| = |Y| = n$; E – множество ребер, $c(x, y)$ определяет стоимость выполнения рабочим x работу y. Каждому рабочему подобрать определенный вид работы, чтобы суммарная стоимость выполнения всех работ была минимальной, воспользовавшись венгерским алгоритмом

Вход. Двудольный граф $G = G(X, E, c, Y)$ задается матрицей $A[1..n, 1..n]$, в которой $A[x, y] = c(x, y)$. Первая строка входного файла содержит целое число n $(1 \leq n \leq 100)$ – количество вершин в одной доле. В последующих n строках содержатся по n чисел матрицы A. Вершины в каждой доле пронумерованы от 1 до n

Выход. В первой строчке вывести общую стоимость выполняемых работ. В следующих n строчках вывести по два числа: рабочего и выполняемую им работу