Tematy zadań domowych

Poniedziałek 8.00

30 marca 2015

Zadanie 1. Dany jest system dynamiczny

$$\dot{x}(t) = -x(t) - \sin\left(\frac{\pi}{2}x(t)\right).$$

Wyznaczyć jego punkty równowagi i za pomocą I metody Lapunowa zbadać ich stabilność.
Wskazówka: punkty równowagi wyznaczyć graficznie.

Zadanie 2. Wyznaczyć punkty równowagi układu generatora synchronicznego, który jest systemem dynamicznym opisanym następującymi równaniami

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -Dx_2 - \sin x_1 + \sin\delta_0\end{aligned}$$

Zadanie 3. Dla jakich wartości parametru ϵ zerowy punkt równowagi układu zwanego oscylatorem Van der Pola będzie asymptotycznie stabilny

$$\ddot{x}(t) - \epsilon\left(1 - x(t)^2\right)\dot{x}(t) + x(t) = 0.$$

Zadanie 4. Dla jakich wartości parametru a linearyzacja przestaje spełniać warunki twierdzenia Grobmana-Hartmana dla układu opisanego równaniami:

$$\dot{x}_1(t) = -x_2(t) + \left(a - x_1(t)^2 - x_2(t)^2\right)x_1(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) + \left(a - x_1(t)^2 - x_2(t)^2\right)x_2(t).$$

Zadanie 5. Dla jakich wartości parametru a zerowy punkt równowagi układu opisanego równaniami

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) + \left(a - x_1(t)^2 - x_2(t)^2\right)x_1(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) + \left(a - x_1(t)^2 - x_2(t)^2\right)x_2(t),$$

będzie niestabilny.

Zadanie 6. Dla jakich wartości parametru a zerowy punkt równowagi układu opisanego równaniami

$$\dot{x}_1(t) = -x_2(t) + \left(a - x_1(t)^2 - x_2(t)^2\right)x_1(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) + \left(a - x_1(t)^2 - x_2(t)^2\right)x_2(t),$$

będzie asymptotycznie stabilny.

Zadanie 7. Dany jest układ

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \cos x_1\\ \dot{x}_2 &= \sin x_2\end{aligned}$$

Należy:

1. znaleźć wszystkie punkty równowagi układu
2. dla każdego punktu równowagi
   (a) podać liniową aproksymację układu nieliniowego
   (b) narysować portret fazowy układu zlinearyzowanego

Wskazówka: powinny być 4 rodzaje portretów

Zadanie 8. Narysować portret fazowy układu

$$\dot{x}(t) = \sin x$$