Tematy zadań domowych

Poniedziałek 8.00

23 marca 2015

Zadanie 1. Naszkicować rozwiązania równania różniczkowego

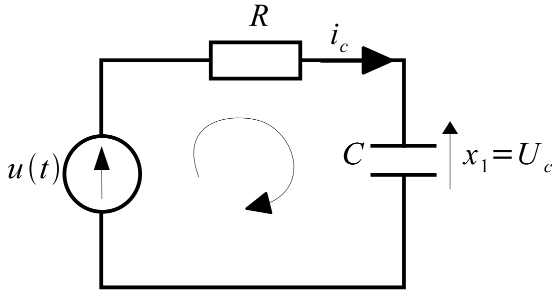
$$\dot{x}(t) = -x(t) + u_i$$

dla $x(0) = 1$, $t \geqslant 0$ przy czym $i = 1, 2, 3$ za?

$$u_1 = 0, \qquad u_2 = 1, \qquad u_3 = 2$$

Zadanie 2. Dany jest obwód elektryczny jak na rysunku poniżej.

$R = 1000$ $[K\Omega]$
$U_c(0) = -1.72$ $[V]$
$C = 1$ $[\mu F]$



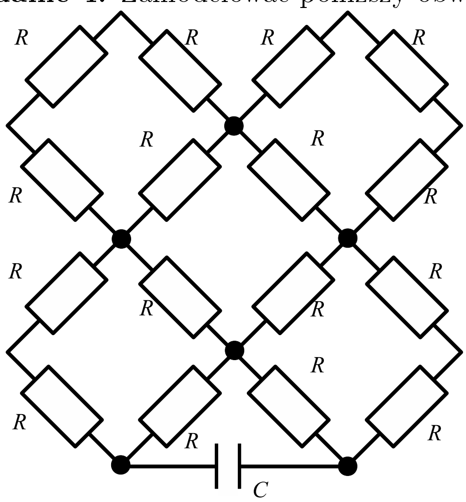
źródło napięcia przez jedną sekundę podawało napięcie 1 $[V]$, a następnie przestało podawać dalej napięcie (przyjąć 0 $[V]$). Zamodelować obwód w postaci równania różniczkowego, wyliczyć warto?ć napięcia w chwili $T = 2$ $[s]$ i naszkicować przebieg napięcia w funkcji czasu.

Zadanie 3. Dane jest równanie różniczkowe

$$\dot{x}(t) = -x(t) + 2t^2$$

gdzie $x(0) = x_0$, $t \geqslant 0$. Znaleźć taki warunek początkowy x_0, że $x(3) = -1$.

Zadanie 4. Zamodelować poniższy obwód elektryczny za pomocą równania różniczkowego



przy czym $R = 4.7$kΩ za? $C = 2\mu$F. Podpowiedź: zastosować przekształcenie trójkąt-gwiazda.

Zadanie 5. Na system opisany równaniem różniczkowym

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t)$$

gdzie $x(0) = 0$, $t \geqslant 0$ podano sterowanie $u(t) \equiv 1$. Wiedząc, że $x(0.5) = 2$ oraz, że

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = 3$$

obliczyć parametry a i b.

Zadanie 6. Rozwiązanie równania różniczkowego

$$\dot{x}(t) = -x(t) + 2\cos(4t + \pi/3)$$

gdzie $x(0) = 7$, $t \geqslant 0$ ma postać

$$x(t) = a\mathrm{e}^{-t} + A\sin(4t + \varphi)$$

Obliczyć A i φ.

Zadanie 7. Naszkicować portrety fazowe systemów dynamicznych

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) \end{aligned} \quad \text{i} \quad \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) \end{aligned}$$

i opisać czym się różnią.

Zadanie 8. Naszkicować portrety fazowe systemów dynamicznych

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -3x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_1(t) \end{aligned} \quad \text{i} \quad \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_2(t) \end{aligned}$$

i opisać czym się różnią.

Zadanie 9. Dla jakich wartości parametrów k_1 i k_2 system dynamiczny

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} x(t)$$

będzie asymptotycznie stabilny.

Zadanie 10. Dla systemu

$$\begin{aligned} x(t) + \dot{x}(t) - \ddot{x}(t) &= u(t) \\ u(t) &= k_1\dot{x}(t) + k_2 x(t) \end{aligned}$$

zbadać zachowanie się układu w zależności od k_1 i k_2. Zaznaczyć odpowiednie obszary na płaszczyźnie $k_1 \times k_2$.