Tematy zadań domowych

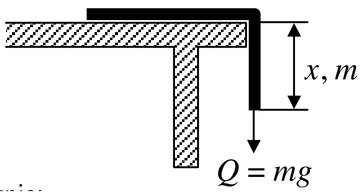
Poniedziałek 8.00

30 marca 2015

Zadanie 1. Wyznaczyć macierz e^{At} dla macierzy

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

Zadanie 2. Na gładkim stole leży sznur o długości 0.7 m i masie 17g, przy czym część sznura zwisa ze stołu jak na rysunku. Zamodelować ruch sznura po stole za pomocy równania różniczkowego. Naszkicować portret fazowy systemu opisanego tym równaniem. Jeżeli na początku zwisało 1/4 długości sznurka, to po jakim czasie cały sznurek spadnie na ziemię?



Zadanie 3. Dany jest system opisany równaniem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 2\pi x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2\pi x_1(t) \end{aligned}$$

Naszkicować zbiór punktów powstałych z trajektorii stanu systemu w chwili $t = 0.75$s dla warunków pocz?tkowych branych ze zbioru $X = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \colon \max(|x_1|, |x_2|) = 1\}$.

Zadanie 4. Rozwiązanie równania różniczkowego

$$\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) = -3x(t) + \sin(\omega t)$$

gdzie $x(0) = 7$, $t \geqslant 0$ ma postać

$$x(t) = f(t) + A\sin(\omega t + \varphi)$$

Znaleźć takie ω dla, którego A jest największe.

Zadanie 5. Niech będzie dany układ opisany transmitancj? $G(s)$:

$$G(s) = \frac{s+2}{2s^2+3s+2}$$

Korzystając z kryterium Nyquista sprawdzić, czy układ zamknięty postaci 7 będzie asymptotycznie stabilny.

Rysunek 1: Układ zamknięty

Zadanie 6. Odpowiedź skokowa pewnego układu ma postać:

$$h(t) = 1 - \mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t} - \mathrm{e}^{-3t}.$$

Znaleźć transmitancję tego układu.

Zadanie 7. Niech będzie dany układ opisany transmitancję $G(s)$:

$$G(s) = \frac{s}{s^2+s+5}$$

Korzystając z kryterium Nyquista sprawdzić, czy układ zamknięty postaci 7 będzie asymptotycznie stabilny.

Rysunek 2: Układ zamknięty

Zadanie 8. Korzystając z kryterium Michajłowa zbadać stabilność asymptotyczną układu opisanego transmitancją $G(s)$:

$$G(s) = \frac{2}{s^3+5s^2+9s+5}$$

Zadanie 9. Za pomocą transmitancji znaleźć odpowiedź układu 1 na skok jednostkowy, czyli funkcję postaci:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geqslant 0 \end{cases}$$

Zakładamy, że $x(0) = 0$.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -2x(t) + 3u(t) \\ y(t) &= x(t). \end{aligned} \tag{1}$$