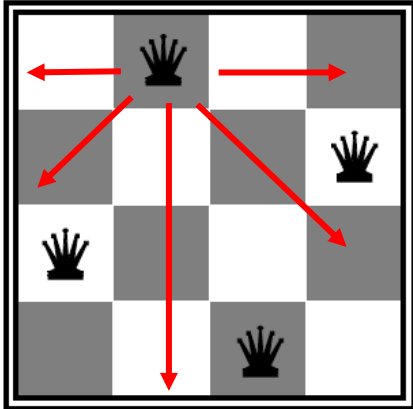


مسائل ارضای محدودیت

Constraint Satisfaction Problems (CSP)



مثال: مسئله N-وزیر-راه اول



متغیرها: $X = \{X_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq N\}$

دامنه‌ها: $D = \{0, 1\}$

محدودیت‌ها:

- ضمنی:
 1. تعداد وزیرها باید دقیقاً برابر N باشد.
 2. هیچ دو وزیر نباید همدیگر را تهدید کنند.

• صریح:

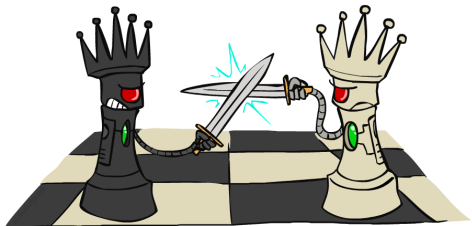
مجموع تعداد وزیر ها $N = \sum_{i,j} X_{ij}$

در هر سطر حداکثر ۱ وزیر $\forall i, j, k \quad (X_{ij}, X_{ik}) \in \{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$

در هر ستون حداکثر ۱ وزیر $\forall i, j, k \quad (X_{ij}, X_{kj}) \in \{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$

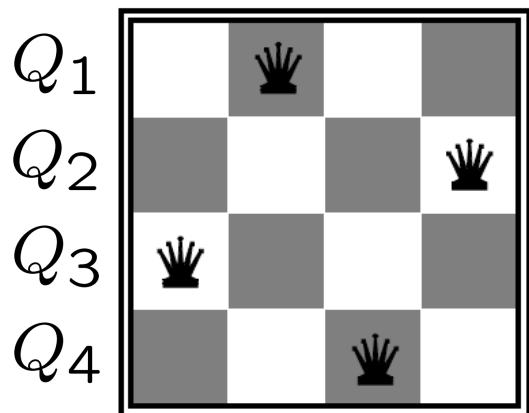
در هر قطر \backslash حداکثر ۱ وزیر $\forall i, j, k \quad (X_{ij}, X_{i+k, j+k}) \in \{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$

در هر قطر $/$ حداکثر ۱ وزیر $\forall i, j, k \quad (X_{ij}, X_{i+k, j-k}) \in \{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$



راه حل: $\{(X_{1,2}=1), (X_{2,4}=1), (X_{3,1}=1), (X_{4,3}=1), (X_{1,1}=0), (X_{1,3}=0), (X_{1,4}=0), \dots, (X_{4,4}=0)\}$

مثال: مسئله N-وزیر-راه دوم



متغیرها: $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_N\}$ هر متغیر نشان دهنده‌ی وزیر یک سطر است

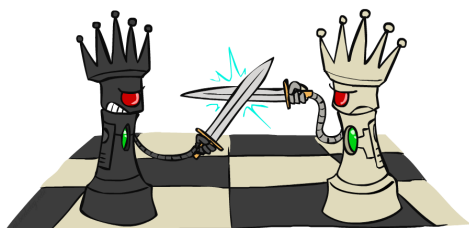
دامنه‌ها: $D = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ دامنه (مقدار متغیر) ستون وزیر را نشان می‌دهد

محدودیت‌ها:

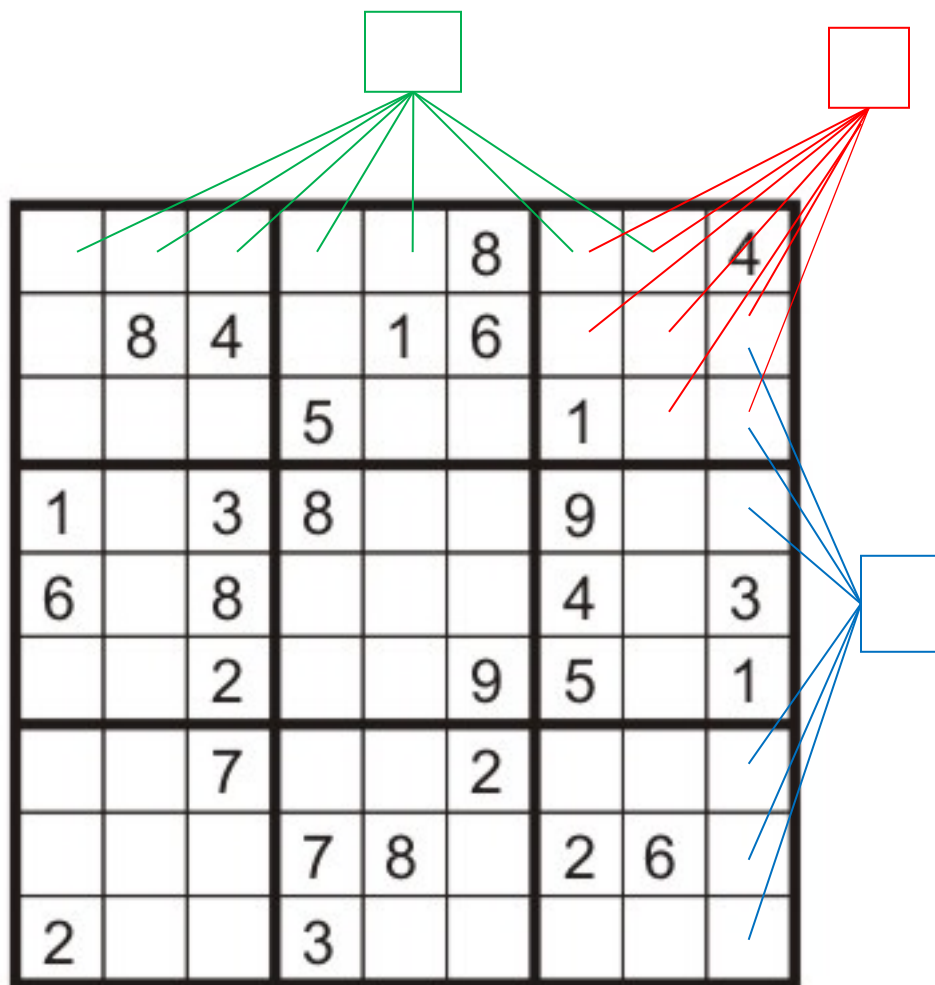
• ضمنی: $\forall i, j \text{ non-threatening}(Q_i, Q_j)$ برای هر دو وزیر Q_i و Q_j باید اطمینان حاصل کنیم که این دو همدیگر را تهدید نمی‌کنند.

• صریح: $(Q_1, Q_2) \in \{(1, 3), (1, 4), \dots\}$
...

راه حل: $\{Q_1 = 2, Q_2 = 4, Q_3 = 1, Q_4 = 3\}$
...



مثال: سودوکو



متغیرها: □

خانه‌های خالی ■

دامنه‌ها: □

{1,2,...,9} ■

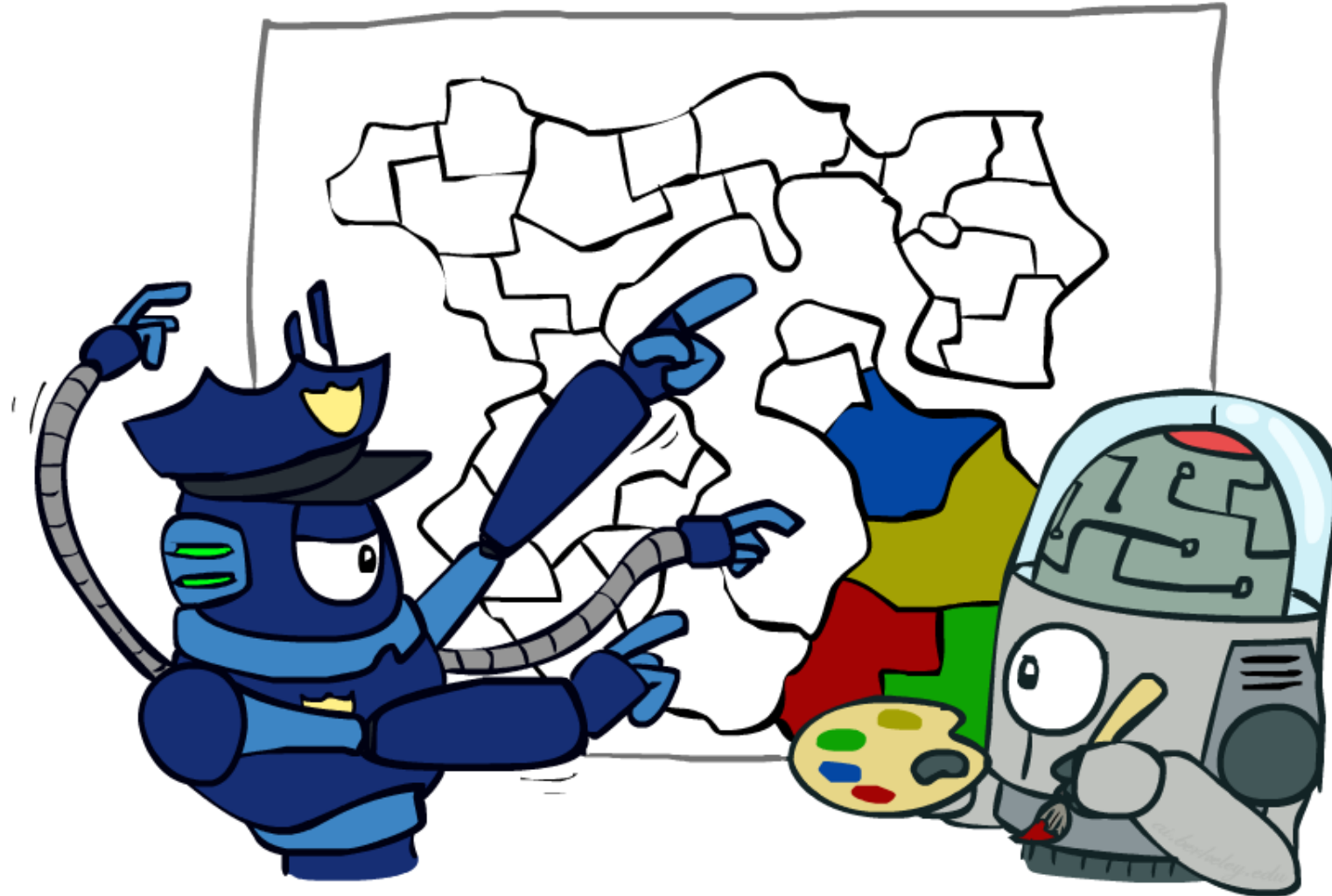
محدودیت‌ها: □

■ نه مقدار مختلف در هر سطر

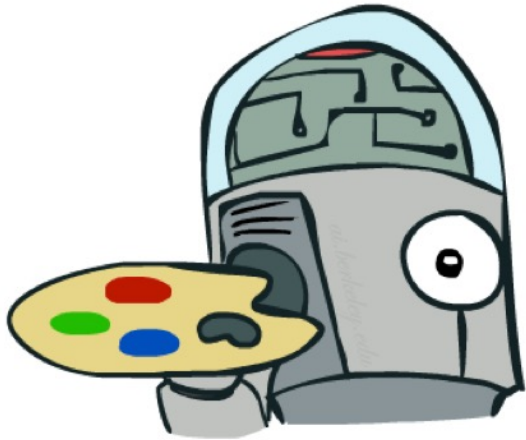
■ نه مقدار مختلف در هر ستون

■ نه مقدار مختلف در هر ناحیه

انواع مختلف CSPs و محدودیت‌ها



انواع مختلف CSPs



□ متغیرهای گسسته

- دامنه متناهی. [مانند مقادیر بولی]
- اندازه دامنه d به معنای $O(d^n)$ انتساب کامل است
- مثال: CSP دودویی، رنگ آمیزی نقشه و n -وزیر

▪ دامنه نامتناهی. [اعداد صحیح، رشته‌ها و غیره]

- مثال: زمان شروع و پایان کارها در مسئله زمانبندی
- محدودیت‌های خطی قابل حل، محدودیت‌های غیرخطی تصمیم ناپذیر



□ متغیرهای پیوسته

- مانند زمان شروع و پایان مشاهدات برای تلسکوپ Hubble
- محدودیت‌های خطی قابل حل در زمان چندجمله‌ای

انواع مختلف محدودیت‌ها

□ انواع مختلف محدودیت‌ها

- محدودیت‌های یکانی شامل یک متغیر

• مانند $SA \neq \text{green}$

- محدودیت‌های دودویی شامل یک زوج از متغیرها

• مانند $SA \neq WA$

- محدودیت‌های مرتبه بالاتر شامل ۳ متغیر یا بیشتر

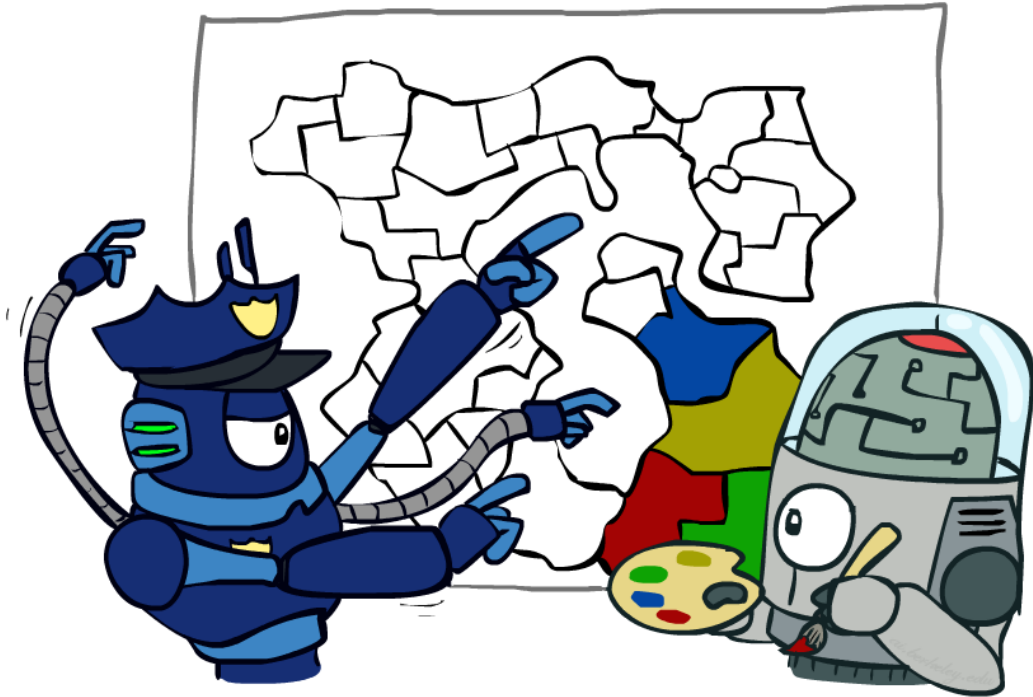
• مانند محدودیت‌های نه مقدار مختلف در سودوکو

□ محدودیت‌های نرم (اولویت‌ها)

- مثلاً ترجیح رنگ قرمز به سبز

- اغلب برای انتساب مقدار به متغیر هزینه در نظر می‌گیرد

- مسائل بهینه‌سازی دارای محدودیت



چند مثال از CSP ها در دنیای واقعی

☐ مسائل انتسابی: انتساب کلاس به اساتید

☐ مسائل تعیین جدول زمانبندی: کدام درس چه زمانی و در کجا ارائه می شود؟

☐ پیکربندی سخت افزار

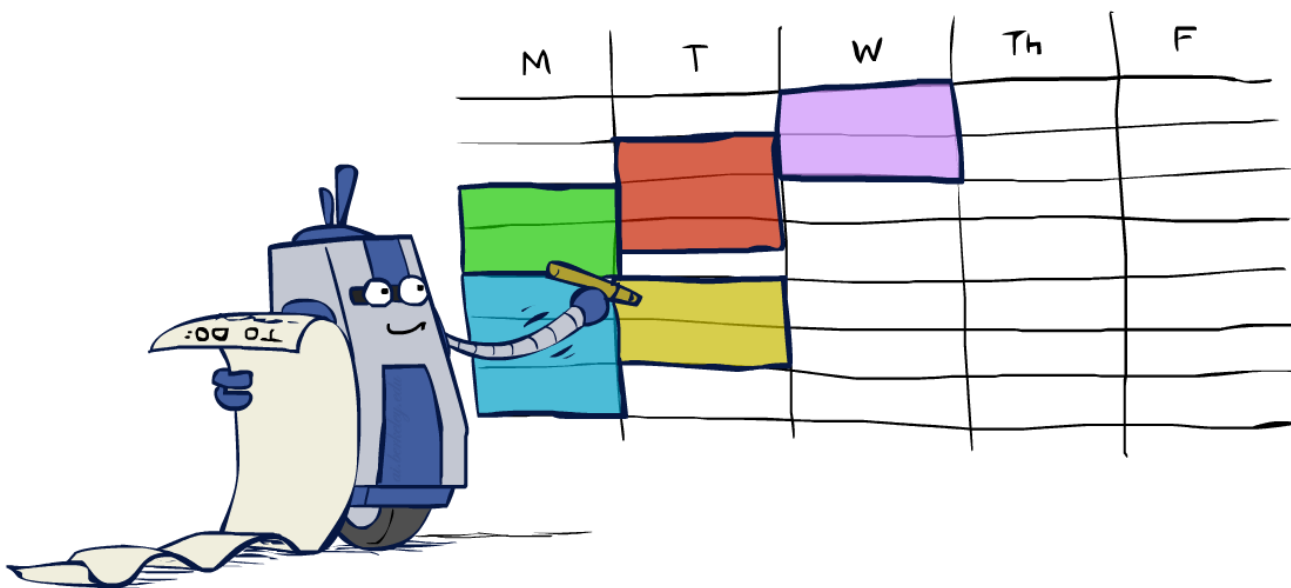
☐ زمان بندی حمل و نقل

☐ زمان بندی کارخانه

☐ طراحی مدار

☐ تشخیص خطا

☐ ...

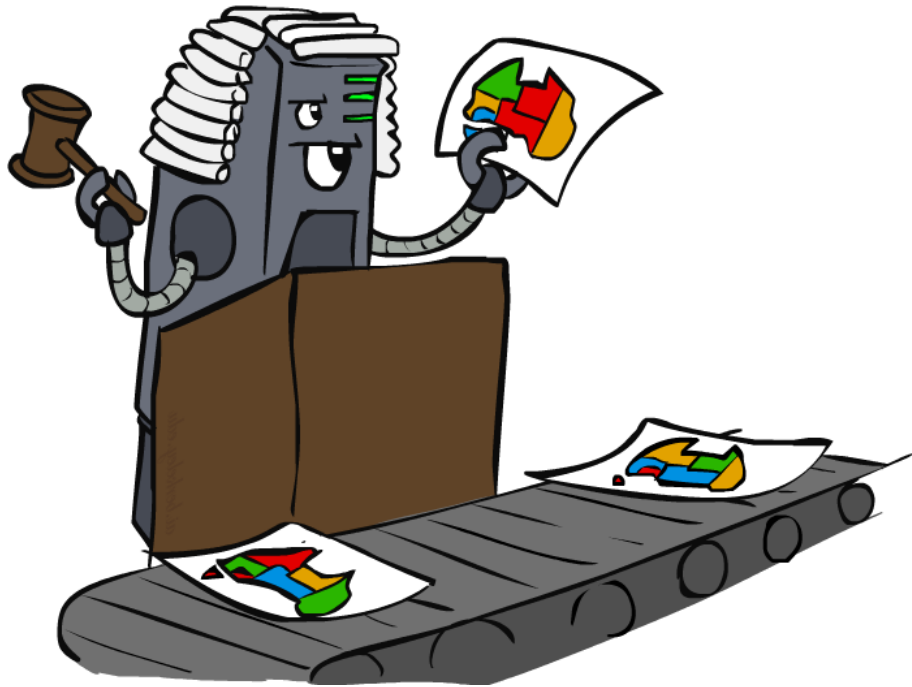


☐ توجه: بسیاری از مسائل دنیای واقعی شامل متغیرهایی با مقادیر حقیقی هستند. [گسسته سازی قبل از حل]

حل مسائل CSP



فرموله سازی استاندارد جستجو

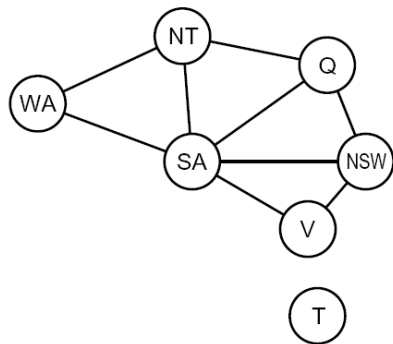
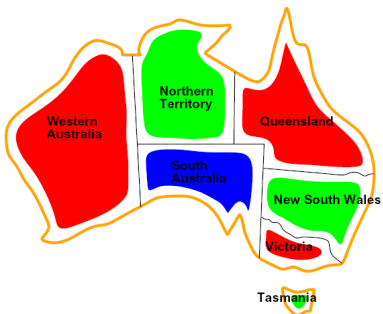


□ فرموله سازی استاندارد جستجو برای مسائل CSP

□ حالت ها: مقادیر انتساب یافته تا کنون (انتساب جزئی)

- حالت شروع: انتساب تهی {}
- تابع جانشین: انتساب مقدار به یک متغیر بدون مقدار
- تست هدف: انتساب کنونی باید کامل و سازگار باشد.

□ ابتدا با یک روش ساده و ابتدایی شروع می کنیم و سپس آن را بهبود می دهیم.



روش‌های جستجو

جستجوی سطحی (BFS)

- در هر سطح یک متغیر مقدار می‌گیرد
- با توجه به اینکه در سطح آخر (سطح n)، تمام متغیرها مقدار می‌گیرند
- تمامی گره‌های هدف در این سطح هستند (پیچیدگی زمانی و حافظه - نمایی)
- برای یافتن راه حل باید تمامی درخت جستجو را تولید کنیم

{ }

$\{WA = g\}$ $\{WA = r\}$... $\{NT = g\}$...

$\{WA = g, NT = r\}$ $\{WA = g, NT = g\}$ $\{WA = r, NT = g\}$

...

جستجوی عمقی (DFS)

- انتخاب بهتری است. (پیچیدگی زمانی - نمایی و پیچیدگی حافظه - خطی)
- عمق درخت جستجو: n (تعداد متغیرها)
- کم عمق‌ترین راه حل: در عمق n (همه متغیرها مقدار دارند)
- فاکتور انشعاب در ریشه درخت: $\sum_i^n |Di|$

ویدئوی نمایش رنگ آمیزی - جستجوی عمقی (DFS)

