

# Cuckoo Hashing



پویا میرزایی زاده  
امید سلطانی نژاد

# دید کلی:

Cuckoo Hashing طرحی برای حل برخورد کردن (زمانی که دو قسمت از داده در Hash table از یک کلید استفاده کنند). مقادیر توابع هش در Hash table، با زمان جستجوی ثابت در بدترین حالت است. نام این روش برگرفته از گونه ای از پرندگان است. که در آن جوجه ها هنگام بیرون آمدن از لانه تخم ها یا دیگر جوجه ها را می دهند. دقیقاً مانند قرار دادن یک کلید جدید در جدول کوکو هشینگ است. که ممکن است کلید های قبلی ها را در جدول جا به جا کند.

# تاریخچه

اولین بار توسط Rasmus Pagh, Femming Frøde Rodler در سال 2001 در مقاله کنفرانسی ارائه شد.  
این مقاله در سال 2020 جایزه ی تست زمان را در European Symposium on Algorithms دریافت کرد.

# عملیات ها:

Cuckoo hashing نوعی از open addressing است که در آن خانه های جدول هش با یک کید یا یک کید و مقدار پر شده است. تابع هش (Hash function) برای تعیین کردن مکان هر یک از کید در جدول استفاده می شود، و مقدار مربوط به کید یا حضورش در جدول با بررسی آن خانه می توان پیدا کرد.

ایده Cuckoo Hashing برای حل مشکل برخورد ها در open addressing (زمانی رخ می دهد که به یک خانه دو کید داده می شود). با استفاده از دو تابع هش به جای یک تابع است. این راه دو مکان مناسب در جدول هش برای هر کید تولید می کند. در الگوریتم رایج ، Hash Table به دو جدول هم اندازه تقسیم می شود و هر تابع یک index در یکی از این دو جدول می سازد. ولی این امکان وجود دارد که هر دو تابع در یک جدول index بگذارند.

# عملیات ها:

## • جستجو

در Cuckoo hashing با دو جدول هش  $T_1, T_2$  با اندازه  $r$  توابع به صورت زیر تعریف می شوند.

$$h_1, h_2 : \mathcal{U} \rightarrow \{0, \dots, r-1\} \text{ and } \forall x \in S$$

به طوری که  $x$  کلید و  $S$  مجموعه ایست که کلید ها در آن به طوری که  $h_1(x)$  of  $T_1$  or  $h_2(x)$  of  $T_2$  باشد ذخیره می شوند.  
تابع جستجو:

```
function lookup(x) is  
    return  $T_1[h_1(x)] = x \vee T_2[h_2(x)] = x$   
end function
```

به دلیل وجود "یا" بدترین حالت  $O(1)$  خواهد بود.

# عملیات ها:

## • حذف:

حذف با  $O(1)$  انجام می شود. اگر که اندازه جول کوچک باشد هزینه ی تقسیم کردن جدول محاسبه نمی شود.

## • الحاق:

اولین قدم در اضافه کردن یک ایتm جدید چک کردن این است که آیا  $h_1(x)$  در جدول  $T_1$  اشغال شده است یا خیر؟

اگر که اشغال نشده باشد که آیتm جدید را همان جا اضافه می کنیم اگر که اشغال شده باشد آیتm جدید جایگزین آیتm قبلی می شود و آیتm قبل با همین روش در جدول  $T_2$  قرار می گیرد. این روند تا جایی انجام می شود تا جای خالی پیدا شود.

برای جلوگیری از تکرار نامحدود MAX\_LOOP به صورت زیر تعریف می شود که اگر تکرار از یک حد مشخص بالا تر رفت هر دو جدول  $T_1$  و  $T_2$  دوباره دوباره با دو تابع جدید هش می شوند و پروسه ی الحاق دوباره تکرار می شود.

```

1  function insert(x) is
2    if lookup(x) then
3      return
4    end if
5    loop Max-Loop times
6      if  $T_1[h_1(x)] = \perp$  then
7         $T_1[h_1(x)] := x$ 
8      return
9      end if
10      $x \leftrightarrow T_1[h_1(x)]$ 
11     if  $T_2[h_2(x)] = \perp$  then
12        $T_2[h_2(x)] := x$ 
13     return
14     end if
15      $x \leftrightarrow T_2[h_2(x)]$ 
16   end loop
17   rehash()
18   insert(x)
19 end function

```

در خط 10 و 15 می توانیم نمایی از Cuckoo Hashing را ببینیم که کلید ها جای هم دیگر را گرفته تا جایی که همه کلید ها جای مشخصی داشته باشند.

علامت  $\leftrightarrow$  نشان دهنده ی swap است.

# تئوری

عملیات الحاق در زمان مورد نظر انجام می شود حتی اگر باز سازس جدول را در نظر بگیریم تا وقتی که تعداد کلید ها کمتر از نیمی از ظرفیت جدول باشد ظریب بارگذاری کمتر از 50% است.

یکی از روش های اثبات استفاده از تئوری گراف های تصادفی است



# تئوری

از آنجایی که یک تابع هش تصادفی به فضای زیادی نیاز دارد یک سوال که پیش می آید این است که کدام تابع هش برای Cuckoo hashing کافی است؟

یک راه استفاده از K-independent hashing است  $O(\log n)$  کافی است و حداقل 6\_independence hashing مورد نیاز است. و یک روش دیگر در سال 2014 نشان داد که اگر با روش Stash کمی جدول را تغییر دهیم چیزی بیشتر از 2\_independent hash نیاز نخواهیم داشت.