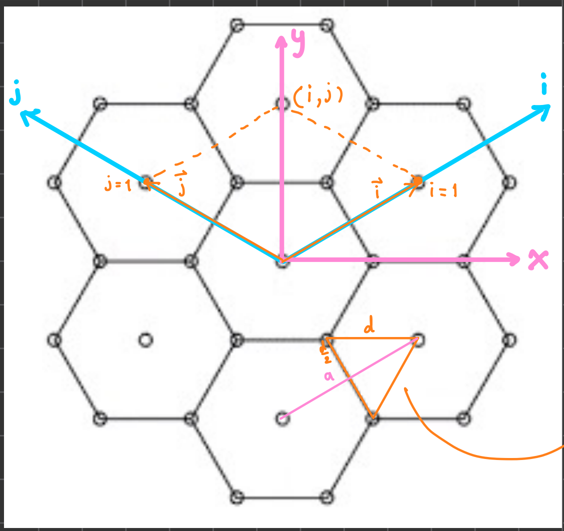
FRA333 HW1 GROUP 29



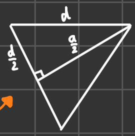
การคำนวณเปลี่ยน Cartesian Coordinate เป็น Hexagonal Coordinate

พิจารณาที่จุด (1,1) ในแกน (i, j)

สามารถแยก Vector ออกมาเป็น $\vec{i}$ และ $\vec{j}$ ที่มีขนาด 1 หน่วย

เนื่องจาก Scale ในแกน (i, j) และ (x, y) มีขนาดไม่เท่ากัน

จึงต้องหาค่า Scale ดังนี้



จากโจทย์ ความยาวด้าน (d) ของ Hexagon มีค่า = 1

$d^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + a^2$

$a^2 = 3d^2$

$a = \sqrt{3}\cancel{d}\,1$

แปลว่าระยะ 1 หน่วย ในแกน (i, j)

จะเท่ากับ $\sqrt{3}d$ หน่วย ในแกน (x, y)

พิจารณาแกน (x, y)

ทำการแตก Vector $\vec{i}, \vec{j}$ เข้าแกน (x, y) และคูณด้วย $\sqrt{3}$ (ปรับ Scale)

แกน x ;

$x = (\vec{i}\cos 30^\circ)\sqrt{3} - (\vec{j}\cos 30^\circ)\sqrt{3}$

$x = \frac{3\vec{i}}{2} - \frac{3\vec{j}}{2}$

แกน y ;

$y = (\vec{i}\cos 60^\circ)\sqrt{3} + (\vec{j}\cos 60^\circ)\sqrt{3}$

$y = \frac{\sqrt{3}\vec{i}}{2} + \frac{\sqrt{3}\vec{j}}{2}$

จะได้ Matrix ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

การคำนวณ Position ถัดไปของ Bee Bot และการหมุน Bee Bot

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\Delta x, \Delta y$ คือระยะทางที่บวกเพิ่มตามแกน x และ y โดยมีค่าเริ่มต้นคือ $(0, \sqrt{3})$ ตามลำดับ
(จากการที่ Bee Bot หันหน้าขึ้นข้างบน)

โดยการคำนวณค่า $\Delta x, \Delta y$ ที่เพิ่มเข้าไป จะขึ้นอยู่กับทิศทางการหันหน้าของ Bee Bot และการกำหนดทิศทางสามารถทำได้ดังนี้

เริ่มจากการกำหนด Rotational Matrix ดังนี้

$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ สำหรับหมุนซ้าย (Counter-Clockwise)

และ

$-\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ สำหรับหมุนขวา (Clockwise)

โดยกำหนดให้ $\theta = 60^\circ$ ตามมุมองศาการหมุนของแต่ละทิศทาง

เมื่อมีการเรียกคำสั่งหมุน จะนำ $\Delta x, \Delta y$ เข้ามาคูณด้วย Rotational Matrix เมื่อเปลี่ยนทิศ

$\begin{bmatrix} \Delta x_{i+1} \\ \Delta y_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix}$ สำหรับหมุนซ้าย

$\begin{bmatrix} \Delta x_{i+1} \\ \Delta y_{i+1} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix}$ สำหรับหมุนขวา