Посчитаем энтропию многомерного нормального распределения и убедимся, что она действительно равна $H(s) = \frac{1}{2} ln((2\pi e)^n |\Sigma|)$. Пусть $p(x)$ - плотность многомерного нормального распределения $N(\mu, \Sigma)$, тогда его энтропия равна:

$$H = \int\limits_{\mathbb{R}^n} \cdots \int -p(x) \ln p(x) dx =$$

$$= \int\limits_{\mathbb{R}^n} \cdots \int p(x) \left(\frac{1}{2} (x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu) + \ln((2\pi)^{n/2} \sqrt{|\Sigma|}) \right) dx$$

Второе слагаемое в скобке от x не зависит, поэтому его можно легко проинтегрировать, учитывая, что интеграл от плотности равен 1. Первое же слагаемое запишем в виде математического ожидания, причем матричное произведение запишем в явном виде через сумму:

$$H = E \left(\frac{1}{2} \sum_{1 \le i,j \le n} (x_i - \mu_i)(\Sigma^{-1})_{ij}(x_j - \mu_j) \right) + \ln((2\pi)^{n/2} \sqrt{|\Sigma|}) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{1 \le i,j \le n} (\Sigma^{-1})_{ij} E(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) + \frac{1}{2} \ln((2\pi)^n |\Sigma|) =$$

Преобразуем полученное математическое ожидание:

$$E(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) = Ex_i x_j - \mu_i \mu_j - \mu_i \mu_j + \mu_i \mu_j =$$

$$= Ex_i x_j - Ex_i Ex_j + Ex_i Ex_j - \mu_i \mu_j = cov(x_i, x_j) = \Sigma_{ij}.$$

Тогда энтропия примет вид:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{1 \le i,j \le n} (\Sigma^{-1})_{ij} \Sigma_{ij} + \frac{1}{2} \ln((2\pi)^n |\Sigma|) = \frac{1}{2} \sum_{1 \le i,j \le n} \delta_{ij} + \frac{1}{2} \ln((2\pi)^n |\Sigma|) =$$

$$= \frac{n}{2} + \frac{1}{2} \ln((2\pi)^n |\Sigma|) = \frac{1}{2} \ln((2\pi e)^n |\Sigma|).$$

Что и требовалось доказать.