

В наивном байесовском классификаторе мы выбираем для объекта с признаками  $x$  такой класс  $y$ , у которого  $P(y|x)$  наибольшая. По формуле Байеса:

$$P(y|x) = \frac{P(x|y)P(y)}{P(x)}.$$

Максимизация идет по  $y$ , поэтому знаменатель вообще не важен, а  $P(y)$  по условию равны для любого  $y$ . Тогда выбран будет класс с наибольшей  $P(x|y)$ .

Давайте теперь посмотрим что же из себя представляет  $P(x|y)$ . Во-первых, мы знаем, что

$$P(x^{(k)}|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x^{(k)} - \mu_{yk})^2}{2\sigma^2}},$$

а во-вторых, в наивном байесовском классификаторе мы предполагаем, что все признаки независимы. Тогда имеем:

$$P(x|y) = \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x^{(k)} - \mu_{yk})^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^n} e^{-\frac{\sum_{k=1}^n (x^{(k)} - \mu_{yk})^2}{2\sigma^2}}.$$

То есть, максимизируя  $P(x|y)$ , мы на самом деле минимизируем  $\sum_{k=1}^n (x^{(k)} - \mu_{yk})^2$ , а это расстояние до  $\mu_y$ . Что и требовалось показать.