

Мы рассматриваем случай бинарной классификации, поэтому y не совпадает с y_n только если один из них 0, а другой 1. Тогда

$$E_N = P(y \neq y_n) = P(1|x)P(0|x_n) + P(0|x)P(1|x_n).$$

Перейдем к пределу при расстоянии до ближайшего соседа стремящемся к 0. Тогда $x_n \rightarrow x$, а в силу непрерывности условных вероятностей $P(y|x_n) \rightarrow P(y|x)$. Таким образом,

$$E_N \rightarrow 2P(1|x)P(0|x).$$

Но $P(1|x) + P(0|x) = 1$, а значит

$$2P(1|x)P(0|x) = 2(1 - P(0|x))P(0|x) = 2(1 - P(1|x))P(1|x) = 2(1 - E_B)E_B,$$

ведь $E_B = \min\{P(1|x), P(0|x)\}$. При этом ясно, что $0 \leq E_B \leq \frac{1}{2}$, а значит

$$E_B \leq 2(1 - E_B)E_B \leq 2E_B,$$

то есть $E_N \rightarrow 2(1 - E_B)E_B \leq 2E_B$, что и требовалось.