

Пусть $\{X_i\}_{i=1}^M$ - данная последовательность одинаково распределенных случайных величин с дисперсией σ^2 и корреляцией для любых двух различных ρ . Тогда дисперсия среднего равна

$$\begin{aligned} D \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_i &= \frac{1}{M^2} E \left(\sum_{i=1}^M X_i - E \sum_{i=1}^M X_i \right)^2 = \frac{1}{M^2} E \left(\sum_{i=1}^M (X_i - EX_i) \right)^2 = \\ &= \frac{1}{M^2} \left(\sum_{i=1}^M DX_i + \sum_{i \neq j} E(X_i - EX_i)(X_j - EX_j) \right) = \\ &= \frac{\sigma^2}{M} + \frac{(M-1)}{M} \rho \sigma^2 = \rho \sigma^2 + (1-\rho) \frac{\sigma^2}{M} \end{aligned}$$

Что и требовалось.