**Цель:** проанализировать области сходимости системы нелинейных алгебраических уравнений 2-го порядка. Изучить, как «устроены» множества начальных точек, при которых имеет место сходимость к одному из решений.

В работе рассматривается система уравнений:

Обозначим

Решениями системы являются точки пересечения кривых и на плоскости — точки и .

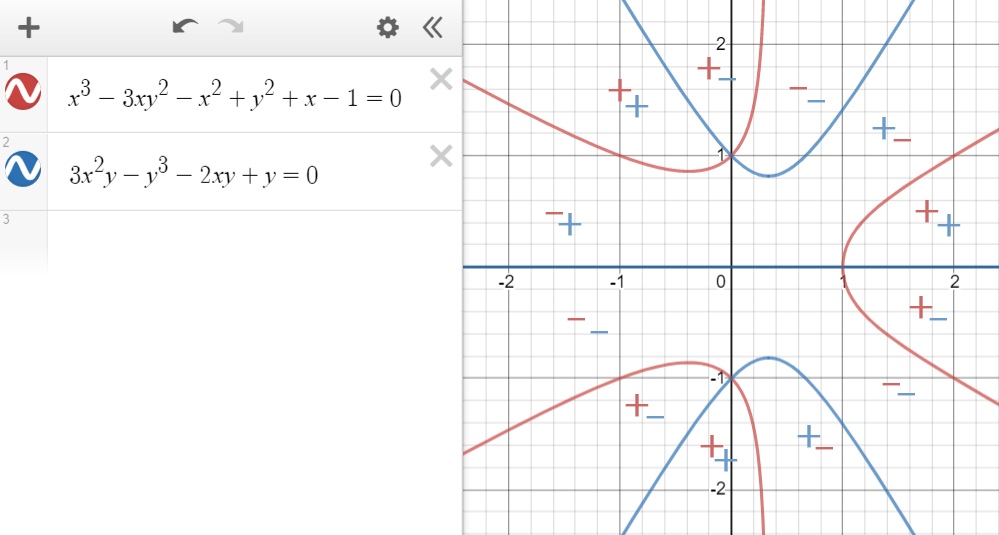


Рисунок 1. График кривых и

Знаки «+» и «-» на рисунке 1 означают знаки функций вблизи от линий уровня.

Сходимость точки к одному из решений исследуем методом ложной позиции.

Метод ложной позиции в рассматриваемом случае состоит в следующем:

1. Положить и определить необходимую точность .
2. Выбрать три начальные точки на плоскости :

такие, что

* располагаются в разных квадрантах;
* Функции не принимают во всех трёх точках значения одного и того же знака.

1. Определить три точки, лежащие на поверхности в трехмерном пространстве:
2. Определить три точки, лежащие на поверхности в трехмерном пространстве:
3. Через точки , и провести плоскость .
4. Через точки , и провести плоскость .
5. Найти точку пересечения плоскостей и плоскости .
6. Найденную точку обозначить через .
7. Удалить одну из точек :
   * Если все 4 точки расположены в разных квадрантах, то удалить одну из точек так, чтобы максимальное расстояние между любыми из полученных трёх точек – оставшимися двумя и – было минимально возможным.
   * Если новая точка попадает на квадрант, в котором уже располагалась одна из старых точек, то удаляется та из старых точек, которая была именно в этом квадранте.
8. Обозначить две оставшиеся точки и точку через .
9. Положить и перейти к пункту 3.
10. Завершить процесс, еcли .

Чтобы понять как «устроены» множества начальных точек, при которых имеет место сходимость к одному из решений, обозначим области, отличающиеся знаками функций *f* и *g,* следующим образом и выберем в них соответствующие начальные точки, обозначенные буквами на рисунке:

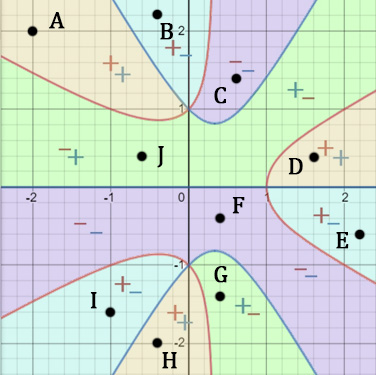
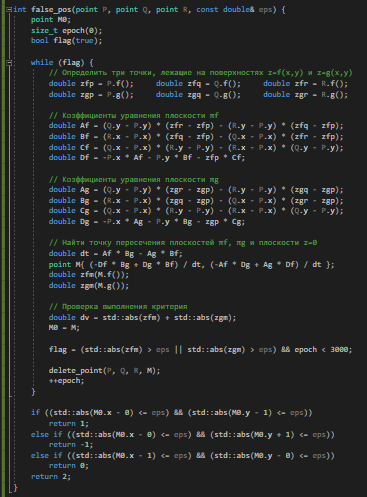


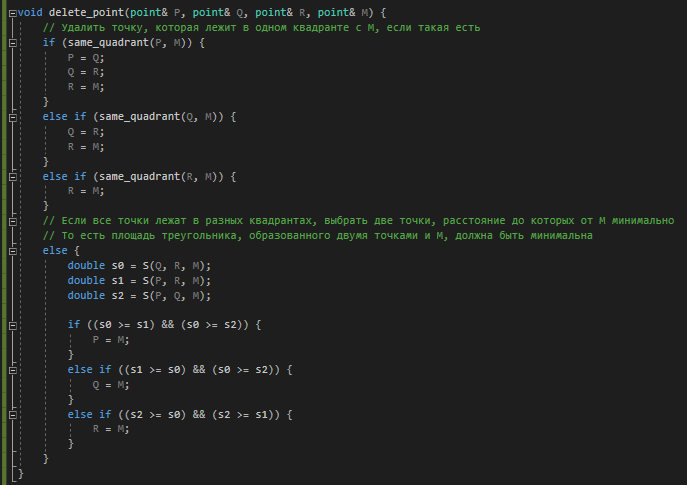
Рисунок 2. Квадранты

Составим различные комбинации из трех фиксированных нами начальных точек из разных квадрантов и методом ложной позиции проверим сходимость к какому-либо корню.

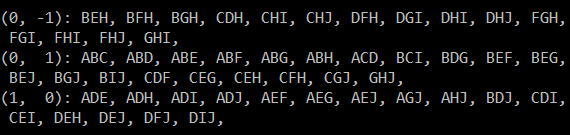
Код метода ложной позиции:



Удаление «старых» точек:



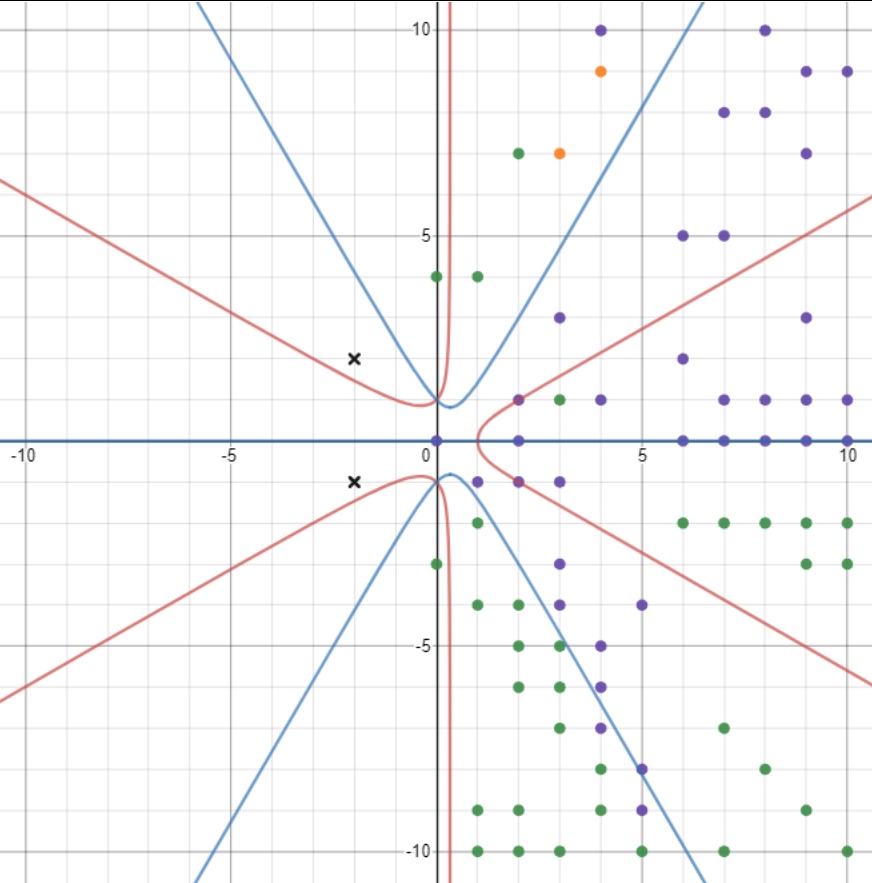
В результате работы программы были получены следующие множества комбинаций точек из квадрантов, приводящие к сходимости к каждому из трех корней.



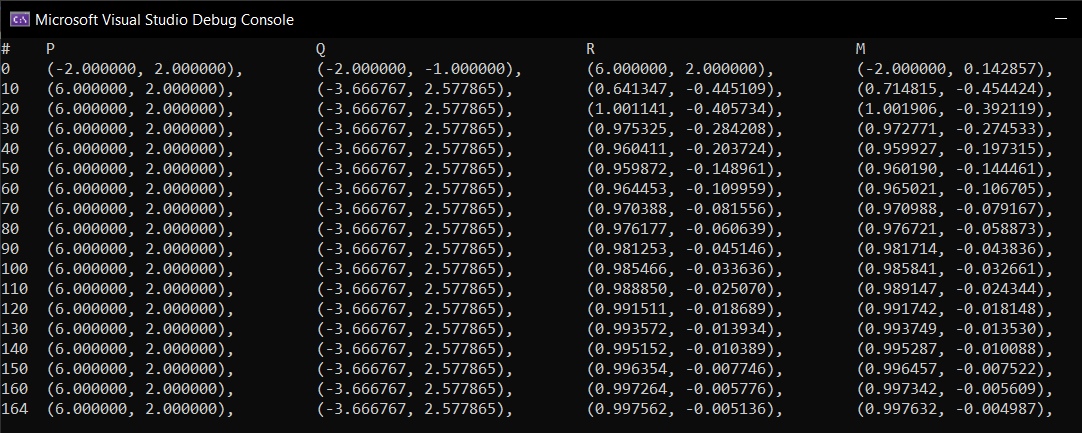
В этой части работы мы рассмотрели комбинации фиксированных точек из каждого квадранта.

Чтобы проанализировать влияние одной точки при двух фиксированных, мы смоделировали следующую ситуацию: в качестве фиксированных точек были выбраны точки (-2, 2) и (-2, -1) из областей A И F соответственно. Произвольная точка равномерно распределена в области (-10, 10) по и в области (0, 10) по .

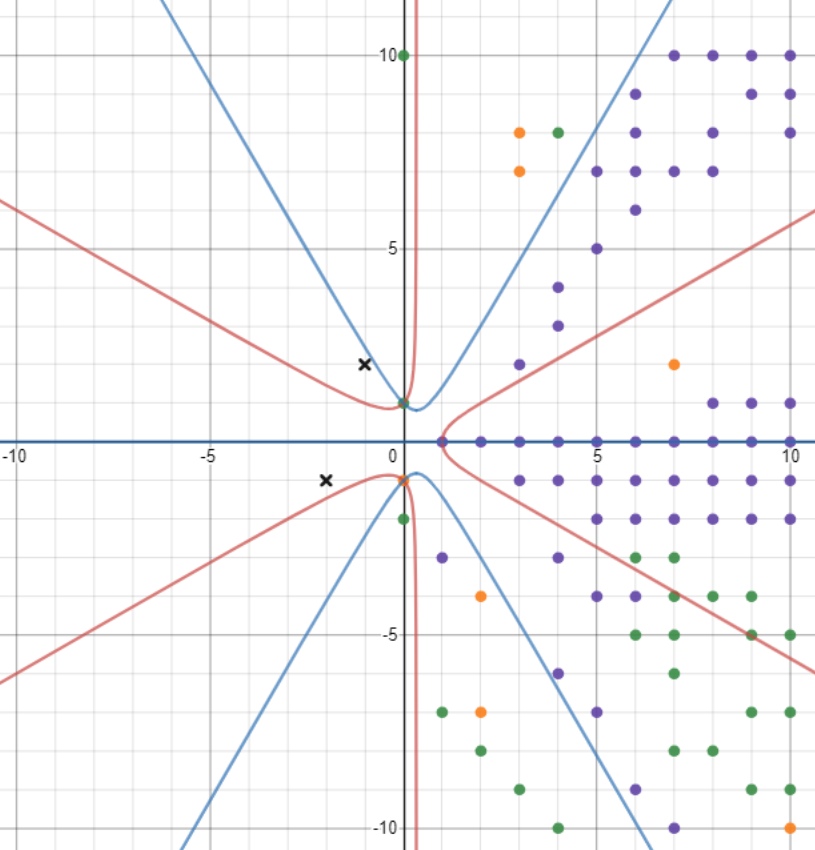
Точки, обозначенные желтым цветом, сходятся к корню (0, -1). Зеленые точки сходятся к корню (0, 1), а фиолетовые точки к корню (1, 0). Крестиком обозначены фиксированные начальные точки.



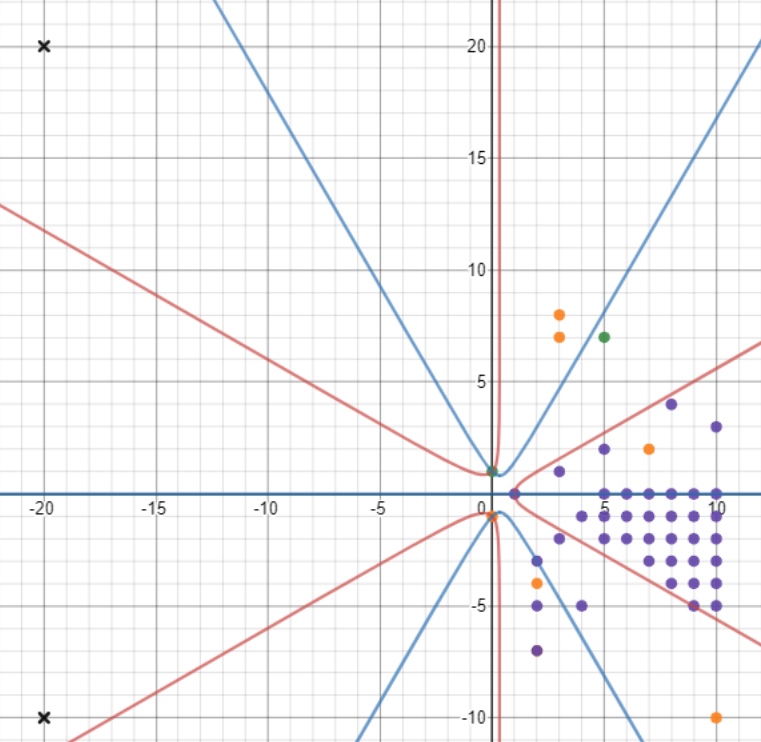
Проверим это утверждение. Например, возьмем фиолетовую точку (6, 2) в дополнение к нашим фиксированным и увидим, что она действительно сходиться к корню (1, 0).



При изменении одной из фиксированных точек из области A на точку (-1, 2) из той же области мы получаем другие множества точек, сходящихся к одному из корней.

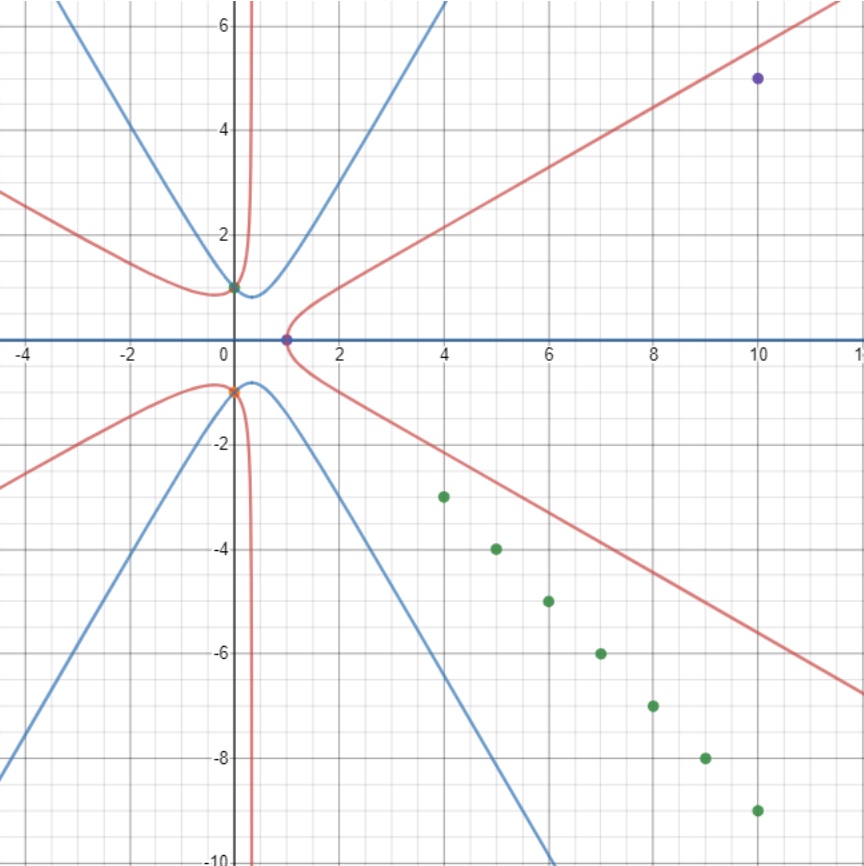


Отдалим обе фиксированные точки. Возьмем фиксированные точки с координатами (-20, 20) и (-20, -10) из тех же областей A и F соответственно, чтобы посмотреть динамику изменения множеств.



Заметно, что фиолетовые точки, ранее распределенные преимущественно в областях J и E, сосредоточились в области E. Количество таких точек уменьшилось.

При еще более сильном отдалении точек к координатам (-200, 200) и (-200, -100) количество точек, при которых алгоритм сходится, заметно уменьшается.



Чем ближе начальное приближение точек к корню, тем больше точек дает сходимость к решениям системы.

По результатам исследования в лабораторной работе мы можем сделать вывод, что сходимость алгоритма очень чувствительна к выбору начальных точек.