

Úloha 1: Chyba aproximace

Nejprve si převedeme velikost úhlových stupňů $\alpha = -2, -1, 0, 1, 2$ na velikost úhlu v míře obloukové dle vzorce

$$\frac{\alpha}{x} = \frac{180^\circ}{\pi} \quad \text{tj.} \quad \frac{\alpha}{180^\circ} [^\circ] = \frac{x}{\pi} [\text{rad}].$$

Symbolem $\hat{\cdot}$ budeme označovat hodnoty aproximované. Výpočty a aproximace budeme provádět na 5 významných číslic. Konkrétně v našem případě máme :

$\alpha [^\circ]$	-2	-1	0	1	2
$x [\text{rad}]$	-0.03490658...	-0.01745329...	0	0.01745329...	0.03490658...
$\hat{x} [\text{rad}]$	-0.034906	-0.017453	0	0.017453	0.034906

Nyní stanovme absolutní a relativní chybu výsledku, který dostaneme, použijeme-li Taylorovy polynomy $c(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$ a $s(x) = x$ jako aproximace funkcí $\cos(x)$ a $\sin(x)$ v okolí nuly.

Absolutní chyby $\varepsilon_c, \varepsilon_s$ a relativní chyby ρ_c, ρ_s jsou dány vztahy

$$\varepsilon_c = |c(\hat{x}) - \cos(x)|, \quad \varepsilon_s = |s(\hat{x}) - \sin(x)|, \quad \rho_c = \left| \frac{c(\hat{x}) - \cos(x)}{\cos(x)} \right|, \quad \rho_s = \left| \frac{s(\hat{x}) - \sin(x)}{\sin(x)} \right|.$$

Výpočty realizujeme v programu Matlab a výsledky zapíšeme do tabulky.

$c(\hat{x})$	0.99939	0.99984	1	0.99984	0.99939
$\cos(x)$	0.9993908...	0.9998476...	1	0.9998476...	0.9993908...
ε_c	$0.41437 \cdot 10^{-7}$	$0.12391 \cdot 10^{-8}$	0	$0.12391 \cdot 10^{-8}$	$0.41437 \cdot 10^{-7}$
ρ_c	$0.41462 \cdot 10^{-7}$	$0.12393 \cdot 10^{-8}$	0	$0.12393 \cdot 10^{-8}$	$0.41462 \cdot 10^{-7}$
$s(\hat{x})$	-0.034906	-0.017453	0	0.017453	0.034906
$\sin(x)$	-0.03489949...	-0.01745240...	0	0.01745240...	0.03489949...
ε_s	$0.65033 \cdot 10^{-5}$	$0.59356 \cdot 10^{-6}$	0	$0.59356 \cdot 10^{-6}$	$0.65033 \cdot 10^{-5}$
ρ_s	$0.18634 \cdot 10^{-3}$	$0.34010 \cdot 10^{-4}$	NaN	$0.34010 \cdot 10^{-4}$	$0.18634 \cdot 10^{-3}$

K tomu abychom rozhodli zda převládá zaokrouhlovací chyba $e_{zao} = \hat{f}_{FPA}(\hat{x}) - \hat{f}_{EA}(\hat{x})$ nebo chyba metody $e_{met} = \hat{f}_{EA}(\hat{x}) - f(\hat{x})$ musíme stanovit

$$\begin{aligned} e_{zao,c} &= c(\hat{x}) - \cos(x) & e_{zao,s} &= s(\hat{x}) - \sin(x) \\ e_{met,c} &= \cos(x) - c(\hat{x}) & e_{met,s} &= \sin(x) - s(\hat{x}) \end{aligned}$$

$e_{zao,c}$	$-0.41437 \cdot 10^{-7}$	$0.12391 \cdot 10^{-8}$	0	$0.12391 \cdot 10^{-8}$	$-0.41437 \cdot 10^{-7}$
$e_{met,c}$	$-0.20417 \cdot 10^{-7}$	$-0.51051 \cdot 10^{-8}$	0	$-0.51051 \cdot 10^{-8}$	$-0.20417 \cdot 10^{-7}$
$e_{zao,s}$	$-0.65033 \cdot 10^{-5}$	$-0.59356 \cdot 10^{-6}$	0	$0.59356 \cdot 10^{-6}$	$0.65033 \cdot 10^{-5}$
$e_{met,s}$	$-0.58468 \cdot 10^{-6}$	$-0.29248 \cdot 10^{-6}$	0	$0.29248 \cdot 10^{-6}$	$0.58468 \cdot 10^{-6}$

Z tabulky je vidět, že převažuje zaokrouhlovací chyba.