



**ČVUT**  
ČESKÉ VYSOKÉ  
UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ  
KATEDRA FYZIKY

# LABORATORNÍ CVIČENÍ Z FYZIKY

Jméno Ondřej Hlaváček		Datum měření 9. 10. 2024
Semestr Zimní 2024	Ročník 2.	Datum odevzdání 1. 12. 2024
Studijní skupina 3	Laboratorní skupina 2011L	Klasifikace
Číslo úlohy 3	Název úlohy Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů	

# 1. Obsah:

2.	Úkol měření .....	3
3.	Seznam použitých přístrojů a pomůcek .....	3
4.	Tabulky naměřených hodnot, zpracování .....	4
4.1.	Tabulky naměřených hodnot .....	4
4.2.	Příklady výpočtu .....	5
4.2.1.	Příklad výpočtu průřezu tyčí .....	5
4.2.2.	Příklady výpočtu součinitele $\lambda$ a nejistoty $u(\lambda)$ .....	6
4.3	Výsledné hodnoty pro měď: .....	7
4.4	Výsledné hodnoty pro hliník .....	7
5.	Graf(y).....	8
6.	Zhodnocení výsledku měření .....	9
7.	Seznam použité literatury .....	9
8.	Kopie záznamu s naměřenými hodnotami .....	10

## 2. Úkol měření

1. Stanovte hodnoty součinitele tepelné vodivosti mědi a slitiny hliníku, naměřené hodnoty porovnejte s tabulkovými.
2. Vypracujte graf závislosti teplotního spádu na čase.

## 3. Seznam použitých přístrojů a pomůcek

- Digitální teploměr Greisinger GMH 3230
  - Typ sondy: K
  - Použitý rozsah  $\Delta T_{\text{range}}$ :  $-199,9 - \underline{999,9} \text{ } ^\circ\text{C}$
  - Přesnost ( $T \geq -60 \text{ } ^\circ\text{C}$ ):  $\delta T_{\text{value}} = \pm 0,03\%$ ,  $\delta T_{\text{range}} = \pm 0,05\%$
- Multimetr Mastech MY65 – použit jako DC voltmetr
  - Použitý rozsah:  $U_{\text{range}} = 20 \text{ V}$
  - Rozlišení:  $U_{\text{resolution}} = 1 \text{ mV}$
  - Přesnost:  $\delta U_{\text{value}} = \pm 0,1 \%$ ,  $N_U = \pm 3 \text{ digitů}$
- Multimetr – DC Ampérmetr Mastech MY65
  - Použitý rozsah:  $I_{\text{range}} = 10 \text{ A}$
  - Rozlišení:  $I_{\text{resolution}} = 1 \text{ mA}$
  - Přesnost:  $\delta I_{\text{value}} = \pm 2,5 \%$ ,  $N_I = \pm 10 \text{ digitů}$
- Posuvné měřítko
  - Přesnost:  $0,02 \text{ mm}$
  - Rozsah:  $0,00 - 150,00 \text{ mm}$

## 4. Tabulky naměřených hodnot, zpracování

### 4.1. Tabulky naměřených hodnot

Tabulka č. 1 obsahuje naměřené parametry hliníkové (Al) a měděné (Cu) tyče o průměru  $d_{Cu}$ ,  $d_{Al}$  a délek  $\Delta x_{Cu}$ ,  $\Delta x_{Al}$  a z toho spočtené průřezy  $S_{Cu}$ ,  $S_{Al}$ . Příklad výpočtu průřezů  $S_{Cu}$ ,  $S_{Al}$  je uveden v 4.2.

Tabulka č. 2 obsahuje naměřené parametry hliníkové tyče, pro časy  $t$  hodnoty rozdílu teplot  $\Delta T$ , napětí  $U$  a proud  $I$ .

$d_{Cu}$ (mm)	10,00
$\Delta x_{Cu}$ (mm)	100,00
$S_{Cu}$ (mm <sup>2</sup> )	78,54
$d_{Al}$ (mm)	10,00
$\Delta x_{Al}$ (mm)	100,00
$S_{Al}$ (mm <sup>2</sup> )	78,54

Tab. 1 - Fyzické rozměry měřených tyčí

Hodnoty teplotního spádu Al tyče			
$t$ (min)	$\Delta T$ (°C)	$U$ (V)	$I$ (A)
0	10,4	0,000	0,000
1	25,0	11,784	1,000
2	38,0	11,784	0,999
3	43,0	11,784	0,999
4	48,2	11,784	0,999
5	52,2	11,783	0,998
6	55,1	11,783	0,998
7	57,6	11,782	0,998
8	59,5	11,782	0,997
9	61,0	11,781	0,997
10	62,0	11,780	0,997
11	63,3	11,780	0,997
12	64,0	11,780	0,997
13	64,8	11,780	0,997
14	65,9	11,779	0,997
15	66,4	11,779	0,996
16	67,0	11,779	0,996
17	67,4	11,779	0,996
18	68,0	11,778	0,996
19	68,4	11,778	0,996
20	68,8	11,778	0,996
21	68,9	11,778	0,996
22	69,2	11,778	0,996
<b>23</b>	<b>69,3</b>	<b>11,778</b>	<b>0,995</b>

Tab. 2 – Naměřené hodnoty  $\Delta T$ ,  $U$  a  $I$  pro Al tyč

Tabulka č. 3 obsahuje naměřené parametry měděnné tyče, pro časy  $t$  hodnoty rozdílu teplot  $\Delta T$ , napětí  $U$  a proud  $I$ .

Naměřené hodnoty teplotního spádu Cu tyče			
$t$ (min)	$\Delta T$ (°C)	$U$ (V)	$I$ (A)
0	5,5	0,000	0,000
1	14,9	11,816	0,976
2	21,2	11,809	0,976
3	24,6	11,808	0,975
4	26,1	11,809	0,975
5	27,4	11,809	0,975
6	28,6	11,806	0,975
7	29,3	11,807	0,976
8	30,3	11,805	0,975
9	31,3	11,806	0,975
10	31,9	11,805	0,975
11	32,0	11,803	0,975
12	31,7	11,802	0,975
13	31,4	11,801	0,974
14	31,6	11,801	0,975
<b>15</b>	<b>31,7</b>	<b>11,802</b>	<b>0,975</b>

Tab. 3 – Naměřené hodnoty  $t$ ,  $\Delta T$ ,  $U$  a  $I$  pro Cu tyč

## 4.2. Příklady výpočtu

Pozn.: Do všech vztahů je dosazováno v základních jednotkách, až na výjimky.

### 4.2.1. Příklad výpočtu průřezu tyčí

Výpočet průřezu  $S_{Cu}$  měděnné tyče z průměru  $d_{Cu}$  měděnné tyče.

$$S_{Cu} = \frac{d_{Cu}^2}{4} \cdot \pi = \frac{(10^{-2})^2}{4} \cdot \pi = 78,54 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

#### 4.2.2. Příklady výpočtu součinitele $\lambda$ a nejistoty $u(\lambda)$

Níže jsou uvedeny příklady výpočtu teplotního součinitele vodivosti mědi  $\lambda_{Cu}$ , nejistoty napětí  $u(U)$ , nejistoty proudu  $u(I)$ , nejistoty rozdílu teplot  $u(\Delta T)$  kombinovaná standardní nejistota  $u(\lambda_{Cu})$ .

Nejistoty typu B pro digitální měřicí přístroje jsou uvedené níže, využíváme obou vzorců pro nejistotu digitálního měřicího přístroje (viz 7.3). První vzorec je součtem absolutní chyby z naměřené hodnoty  $\frac{\delta_{value}}{100} \cdot U_{value}$  a rozlišení přístroje  $N \cdot U_{resolution}$ .

Celková absolutní chyba je podělena  $\sqrt{3}$ , tak abychom dostali nejistotu  $u$ . Druhý typ vzorce je stejný až na chybu rozlišení, která je dána jako relativní chyba z rozsahu  $\delta_{range}$  v %, ta se násobí rozsahem. Ve vzorci je  $\Delta T$  uvažováno jako hodnota rozdílu teplot a ne jako absolutní chyba.

$$u(U) = \frac{\frac{\delta_{value}}{100} \cdot U_{value} + N \cdot U_{resolution}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,1}{100} \cdot 11,802 + 3 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = \pm 0,0086 \text{ V}$$

$$u(I) = \frac{\frac{\delta_{I_{value}}}{100} \cdot I_{value} + N_I \cdot I_{resolution}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{2,5}{100} \cdot 0,975 + 10 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = \pm 0,0072 \text{ A}$$

$$u(\Delta T) = \frac{\frac{\delta_{value}}{100} \cdot \Delta T_{value} + \frac{\delta_{range}}{100} \cdot \Delta T_{range}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{0,03}{100} \cdot 31,7 + \frac{0,05}{100} \cdot 999,9}{\sqrt{3}} = \pm 0,29 \text{ °C}$$

Nejistoty  $u(S)$  a  $u(\Delta x)$  spojené s měřením velikosti tyčí – průřez  $S$  a délka  $\Delta x$ , nejistota průřezu je standardní kombinovaná nejistota veličiny závislé na jedné proměnné, vzorec použitý na výpočet průřezu  $S$  je uveden v kapitole 4.2.1.

$$u(S) = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial d} \cdot u(d)\right)^2} = \frac{d}{2} \cdot u(d) = \frac{0,01}{2} = 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$$

$$u(\Delta x) = \frac{\Delta(\Delta x)}{\sqrt{3}} = \frac{0,02 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Výpočet kombinované nejistoty:  $x_i$  jsou proměnné funkce  $\lambda$ , které jsou závislé na parametrech podle vzorce pro teplotní součinitel vodivosti  $\lambda = \frac{U \cdot I \cdot \Delta x}{S \cdot \Delta T}$ ,  $i$  je index proměnné a  $N = 5$  počet proměnných. Množina proměnných  $\mathbf{X}(\lambda) = \{x_i\}_{i=1}^5 = \{x_1, x_2, \dots, x_5\} = \{U, I, \Delta x, S, \Delta T\}$

$$\begin{aligned}
 u(\lambda(U, I, \Delta x, S, \Delta T)) &= \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2} \\
 &= \sqrt{\left( \frac{\partial \lambda}{\partial U} \cdot u(U) \right)^2 + \left( \frac{\partial \lambda}{\partial I} \cdot u(I) \right)^2 + \left( \frac{\partial \lambda}{\partial \Delta x} \cdot u(\Delta x) \right)^2 + \left( \frac{\partial \lambda}{\partial S} \cdot u(S) \right)^2 + \left( \frac{\partial \lambda}{\partial \Delta T} \cdot u(\Delta T) \right)^2} \\
 &= \sqrt{\left( \frac{I \Delta x}{S \Delta T} \cdot u(U) \right)^2 + \left( \frac{U \Delta x}{S \Delta T} \cdot u(I) \right)^2 + \left( \frac{UI}{S \Delta T} \cdot u(\Delta x) \right)^2 + \left( -\frac{UI \Delta x}{S^2 \Delta T} \cdot u(S) \right)^2 + \left( -\frac{UI \Delta x}{S \Delta T^2} \cdot u(\Delta T) \right)^2} \\
 u(\lambda) &= \sqrt{\left( \frac{11,802 \cdot 0,100}{78,54 \cdot 10^{-6} \cdot 31,7} \cdot 0,0086 \right)^2 + \dots} = 5,5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}
 \end{aligned}$$

### 4.3 Výsledné hodnoty pro měď:

$$u(\lambda_{Cu}) = \pm 5,5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$\lambda_{Cu} = \frac{UI \Delta x}{S \Delta T} = \frac{11,802 \cdot 0,975 \cdot 0,1}{7,854 \cdot 10^{-5} \cdot 31,7} = 462,2 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

### 4.4 Výsledné hodnoty pro hliník

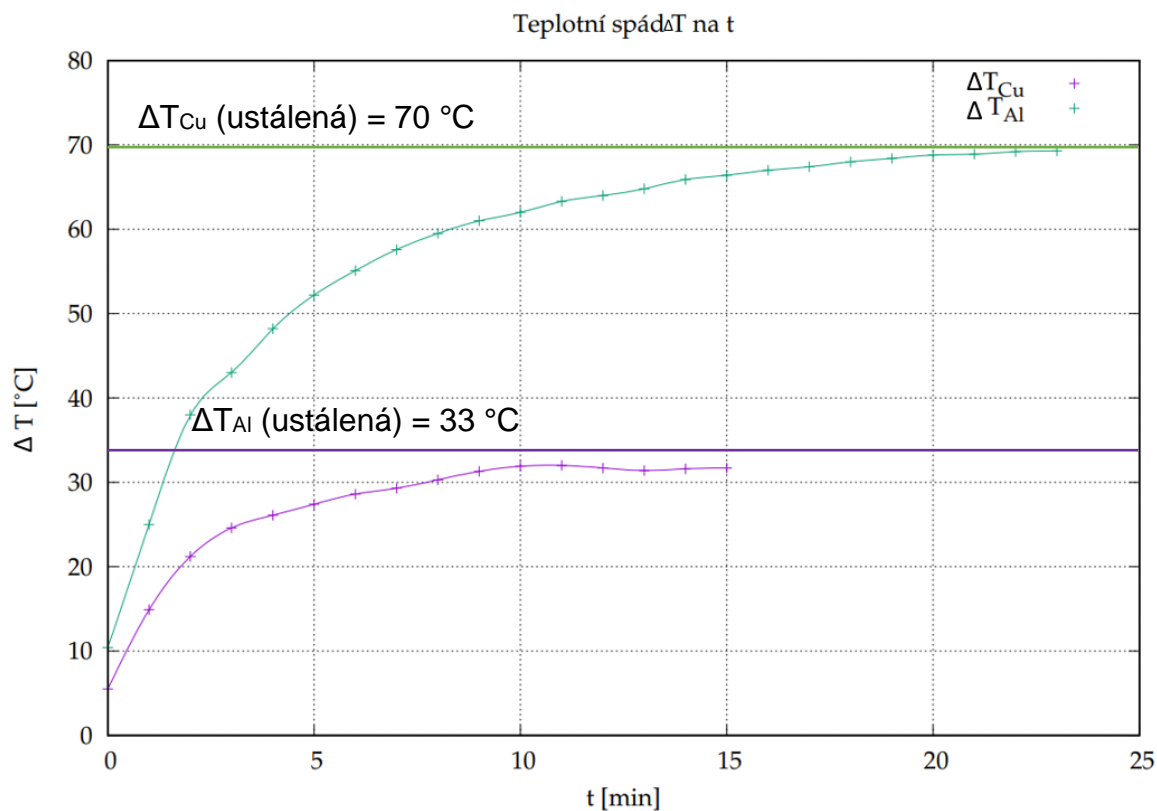
*Výpočty jsou stejné jako pro měď.*

$$u(\lambda) = 1,8 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$\lambda_{Al} = \frac{U \cdot I \cdot \Delta x}{S \cdot \Delta T} = \frac{11,778 \cdot 0,995 \cdot 0,1}{7,854 \cdot 10^{-5} \cdot 69,3} = 215,3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

## 5. Graf(y)

Níže je graf Teplotního spádu  $\Delta T$  jako funkce času  $t$ . Rovnými čarami byl nakreslen odhad asymptoty ustálené hodnoty  $\Delta T$ .



Graf 1 – Závislost teplotního spádu  $\Delta T$  na čase  $t$

Graf vykreslen pomocí webového nástroje:

<https://planck.fel.cvut.cz/praktikum/grafy/grafy.php>



## 6. Zhodnocení výsledku měření

Součinitel tepelné vodivosti měděnné tyče byl naměřen:

$$\lambda_{Cu} = 462,2 \pm 5,5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

a součinitel tepelné vodivosti hliníkové tyče byl naměřen:

$$\lambda_{Al} = 215,3 \pm 1,8 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

Tabulkové hodnoty (Zdroj: viz [7.1](#)) jsou:

$$\lambda_{Cu} = 395 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

$$\lambda_{Al} = 229 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

Změřený součinitel tepelné vodivosti hliníku se příliš neliší od tabulkové hodnoty. Naměřený součinitel tepelné vodivosti mědi se od tabulkové hodnoty poměrně odchyluje (rozdíl je větší než  $50 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ), což může být způsobený nedostatečnou dobou ustálení, nebo větším ohřátím spodní kádinky s chladnou vodou.

Z grafu závislosti teplotního spádu na čase je zřejmé, že teplotní spád měděnné tyče se rychleji ustálil než teplotní spád tyče hliníkové, Z grafu je také možno zjistit, že na hliníkové tyči byl větší úbytek teploty než na měděnné tyči, což je důsledkem menší tepelné vodivosti oproti mědi.

Asymptota pro graf teplotního spádu měděnné tyče je  $\Delta T_{Cu} = 70 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Asymptota pro graf teplotního spádu hliníkové tyče je  $\Delta T_{Al} = 33 \text{ }^{\circ}\text{C}$

## 7. Seznam použité literatury

1. Zadání laboratorní úlohy Stanovení součinitele tepelné vodivosti kovů (29. září 2015, Milan Červenka)-  
<https://planck.fel.cvut.cz/praktikum/downloads/navody/souctepvod.pdf>
2. Webový nástroj na kreslení grafů:  
<https://planck.fel.cvut.cz/praktikum/grafy/grafy.php>
3. Zpracování fyzikálních měření (26. prosince 2020, Milan Červenka) -  
<https://planck.fel.cvut.cz/praktikum/downloads/navody/zpracdat.pdf>

## 8. Kopie záznamu s naměřenými hodnotami

Hodnoty byly zadávány přímo do tabulkového editoru MS Excel:

Měděná tyč	$\Delta T$ [°C]	U [V]	I [A]	$\alpha$ [W/K <sup>1</sup> m <sup>1</sup> ]	u(P)	u( $\Delta T$ )		
0	5.5	0.000	0.000				$d_{Cu}$ (mm)	10.00
1	14.9	11.816	0.976				$\Delta x_{Cu}$ (mm)	100.00
2	21.2	11.809	0.976				$S_{Cu}$ (mm <sup>2</sup> )	78.54
3	24.6	11.808	0.975				$d_{Al}$ (mm)	10.00
4	26.1	11.809	0.975				$\Delta x_{Al}$ (mm)	100.00
5	27.4	11.809	0.975				$S_{Al}$ (mm <sup>2</sup> )	78.54
6	28.6	11.806	0.975					
7	29.3	11.807	0.976					
8	30.3	11.805	0.975					
9	31.3	11.806	0.975					
10	31.9	11.805	0.975					
11	32.0	11.803	0.975					
12	31.7	11.802	0.975					
13	31.4	11.801	0.974					
14	31.6	11.801	0.975					
15	31.7	11.802	0.975					
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
Hliníková tyč	$\Delta T$ (°C)	U (V)	I (A)	$\lambda$ (W/K <sup>1</sup> m <sup>1</sup> )	u(P) (W)	u( $\Delta T$ ) (°C)		
0	10.4	0.000	0.000					
1	25.0	11.784	1.000					
2	38.0	11.784	0.999					
3	43.0	11.784	0.999					
4	48.2	11.784	0.999					
5	52.2	11.783	0.998					
6	55.1	11.783	0.998					
7	57.6	11.782	0.998					
8	59.5	11.782	0.997					
9	61.0	11.781	0.997					
10	62.0	11.780	0.997					
11	63.3	11.780	0.997					
12	64.0	11.780	0.997					
13	64.8	11.780	0.997					
14	65.9	11.779	0.997					
15	66.4	11.779	0.996					
16	67.0	11.779	0.996					
17	67.4	11.779	0.996					
18	68.0	11.778	0.996					
19	68.4	11.778	0.996					
20	68.8	11.778	0.996					
21	68.9	11.778	0.996					
22	69.2	11.778	0.996					
23	69.3	11.778	0.995					