

3. Zákon zachování energie elektromagnetického pole - Poyntingův vektor

Sunday, December 29, 2024

16:15

4. Přednáška: [prof. P. Kulháněk: Fyzika 2 \(B2B02FY2\) – 04 \[16. 10. 2024, ZS 24/25\]](#)

Energie... $W [J]$, Hustota energie... $S_w [\frac{J}{m^3}]$

- Chceme dostat z maxwellových rovnic rovnici kontinuity pro hustotu a tok energie

- Rovnice kontinuity pro aditivní veličiny: $\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \text{div } \vec{j}_A = 0$

- „Definice“ hustoty energie pro elmag. pole (FY1): $\rho_w = \underbrace{\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}}_{\text{el. pole}} + \underbrace{\frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}}_{\text{magn. pole}}$

- Odvození: $\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \right)$

- Jelikož je \vec{D} úměrný \vec{E} & \vec{H} úměrný \vec{B}
tak to budeme derivovat jako $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} F^2 \right) = \left(F \cdot \frac{\partial F}{\partial t} \right)$

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

- dosadíme z maxwellových rovnic $\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} = \vec{j}_a + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}$

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \vec{E} \cdot (\text{rot } \vec{H} - \vec{j}_a) + \vec{H} \cdot (-\text{rot } \vec{E}) = -\vec{j}_a \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \text{rot } \vec{H} - \vec{H} \cdot \text{rot } \vec{E}$$

- připomíná to vzorec: $\text{div}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \text{rot } \vec{A} - \vec{A} \cdot \text{rot } \vec{B}$

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = -\vec{j}_a \cdot \vec{E} + \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) \rightarrow \frac{\partial \rho_w}{\partial t} - \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) = -\vec{j}_a \cdot \vec{E}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} \right) - \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) = -\vec{j}_a \cdot \vec{E}$$

Hustota energie
 $\rho_w [\frac{J}{m^3}]$

Tok energie
 $\vec{S} = \vec{j}_w [\frac{J}{m^2}] = [\frac{W}{m^2}]$
AKA plošná hustota výkonu
AKA Poyntingův vektor

Ve vodivém prostředí se energie elmag. pole přeměňuje na Joulovo teplo
„Kuře v mikrovlně“
 \Rightarrow energie mikrovln se nezachovává