

Cvičení 10 – Komplexní analýza 2024/2025
Dobrovolná domácí cvičení

Úloha 1. *Nalezněte Fourierův obraz $\hat{y}(\omega)$ řešení integrodiferenciální rovnice*

$$y'(t) + \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) e^{-3(t-\tau)} \mathbb{1}(t-\tau) d\tau = \frac{1}{1+t^2}.$$

[Využijte skutečností, že $\mathcal{F}[\frac{1}{1+t^2}](\omega) = \pi e^{-|\omega|}$ a $\mathcal{F}[e^{-3t} \mathbb{1}(t)](\omega) = \frac{1}{3+i\omega}$.]

Úloha 2. *Určete řešení $y(t)$ diferenciální rovnice, víte-li že její Fourierův obraz je*

$$\hat{y}(\omega) = \frac{i}{(\omega^2 + 4i\omega - 3)(\omega + i)}.$$

Úloha 3. *Určete spojitou funkci $f(t) \in L^1(\mathbb{R})$, víte-li, že*

$$\hat{g}(\omega) = \frac{1}{(\omega - 2 + i)^2} \quad \text{a} \quad \widehat{f * g}(\omega) = \frac{1}{(\omega^2 - 4\omega + 5)^2(\omega + 2i)}.$$