

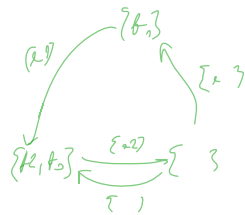
## 65. Metody analýzy C/E a P/T Petriho sítí.

### Případový graf

- metoda pro analýzu případů **CE systému**

#### ❖ Základní sémantika:

- uzly reprezentují případy
- hrany reprezentují kroky



❖ **Definice 6.1:** Necht'  $\Sigma$  je C/E systém,  $\gamma$  necht' je množina všech kroků systému  $\Sigma$  a necht'  $H$  je množina

$$H = \{(c_1, G, c_2) \in C_\Sigma \times \gamma \times C_\Sigma \mid c_1[G]c_2\}$$

- Pak graf  $\Phi_\Sigma = (C_\Sigma, H)$  se nazývá **případový graf** (case graph) C/E systému  $\Sigma$ .
- C/E systém je **cyklický**, právě když je jeho případový graf **silně souvislý**
- C/E systém je **živý**, právě když pro každé  $c_0$  a každé  $e$  existuje cesta v případovém grafu  $c_0 h_1 c_1 \dots h_n c_n$ , kde  $h_n = \{e\}$



### Analýza P/T sítí

- základní pojmy**
  - bezpečnost
  - omezenost
  - konzervativnost
  - živost
- bezpečnost** - místo  $p$  je bezpečné, pokud pro každé dosažitelné značení  $M$  platí  $M(p) \leq 1$
- k-bezpečnost** - pro každé značení  $M$  platí  $M(p) \leq k$
- omezenost** - místo je omezené, pokud je k-bezpečné pro nějaké  $k$
- konzervativnost**

$$\forall M \in [M_0]: \sum_{p \in P} M(p) = \sum_{p \in P} M_0(p)$$

- konzervativnost vzhledem k váhovému vektoru

$$\forall M \in [M_0]: \sum_{i=1}^n w_i \cdot M(p_i) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot M_0(p_i)$$

- živost** - značení  $M$  je živé, pokud pro **všechny přechody  $t$**  existuje značení  $M'$  **dosažitelné z  $M$**  takové, že  $t$  je  $M'$ -proveditelný
- problém dosažitelnosti - je značení  $M$  dosažitelné z  $M_0$
- problém pokrytí - existuje značení  $M'$  dosažitelné z  $M$  takové, že  $M' \geq M$

## Strom dosažitelných značení

- konečná reprezentace množiny dosažitelných značení
- je to **kořenový** orientovaný strom, jehož kořenem je **počáteční značení  $M_0$**  a vrcholy tvoří  **$n$ -tice popisující značky** v jednotlivých místech, kde  $n = |P|$

### ❖ Algoritmus konstrukce stromu dosažitelných značení:

Nechť  $x$  je vrchol (uzel) stromu.  $M_x: P \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\omega\}$  bude ohodnocení vrcholu  $x$ ;

$M_{\text{kořen}} = M_0$

Rozlišíme 4 typy vrcholů: **čelní**, **koncový**, **duplikovaný**, **vnitřní**

Nechť  $x$  je právě zpracovávaný čelní vrchol.

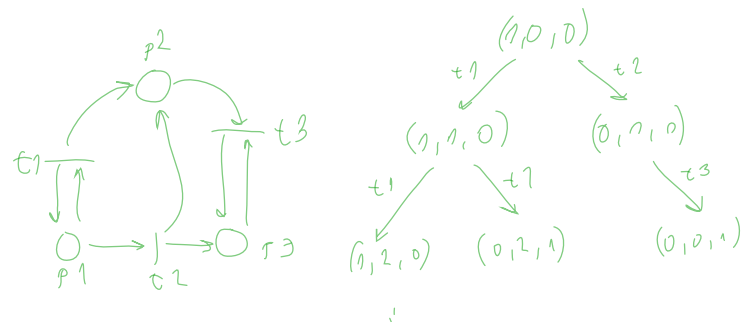
- Jestliže  $\exists y, y \neq x$ ,  $y$  není čelní a  $M_x = M_y$ , pak  $x$  se stává **duplikovaným vrcholem**
- Jestliže  $\delta(M_x, t)$  není definováno pro žádné  $t \in T$ , pak  $x$  se stává **koncovým vrcholem**
- Je-li jistý přechod  $t \in T$   $M_x$ -proveditelný, vytvoříme nový vrchol  $z$  s ohodnocením  $M_z$ :  
 $\forall p \in P$ :
  - Je-li  $M_x(p) = \omega$ , pak  $M_z(p) = \omega$
  - Existuje-li na cestě z kořene do vrcholu  $x$  vrchol  $y$  takový, že  $M_y \leq \delta(M_x, t)$  a jestliže  $M_y(p) < \delta(M_x, t)(p)$ , pak  $M_z(p) = \omega$
  - Jinak  $M_z(p) = \delta(M_x, t)(p)$

Hrana  $\langle x, z \rangle$  je označena přechodem  $t$  a vrchol  $z$  se stává čelním vrcholem.

•

- strom můžeme využít pro ověřování

- bezpečnost
- omezenost
- konzervativnost
- pokrytí
- živost
- dosažitelnost



Je to množina míst

### P invarianty

jejichz počet znacek

- vyznačují **místa**, jejichž značky se během provádění přechodů nemění
- je to řešení soustavy rovnic  $N^T \cdot x = 0$
- $i$  je **P invariant** a  $M$  je dosažitelné značení, pak platí  $M_0 \cdot i = M \cdot i$
- $N$  je síť s konečným počátečním značením  $M_0$ , pokud je pokryta P invarianty, pak je omezená**
- pokud  $i_1$  a  $i_2$  jsou P invarianty, pak také  $i_1 + i_2$  a  $z \cdot i_1$  jsou P invarianty

### T invarianty

kteře prechody a kolikrat

- značí, které přechody by se musely počínaje určitým značením provést, aby se toto značení reprodukovalo
- je to řešení soustavy rovnic  $N \cdot x = 0$
- značení  $M$  je **reprodukovatelné**, pokud **existuje  $M'$** , takové, že  $M \neq M'$ ,  $M \in [M']^>$  a  $M' \in [M]^>$

- pokud  $i_1$  a  $i_2$  jsou T invarianty, pak také  $i_1 + i_2$  a  $z^*i_1$  jsou T invarianty
- T invariant je realizovatelný, pokud existuje nějaké značení  $M \in [M_0>$  a výpočetní posloupnost  $M \dots M_k$ , taková, že počty přechodů v posloupnosti odpovídají T invariantu
- každá živá a omezená petriho síť je pokryta T invarianty