Semestrálka – řádný – 2013/2014

1. Buď L jazyk s jedním binární predikátovým symbolem p a funkčním symbolem f (ternárním) a g (unárním). Uvažujeme realizaci M jazyka L na univerzu N množiny přirozených čísel, kde $p_M(k,l) \Leftrightarrow 2+k \leq l, f_M(k,l,m) = k+l+m \; a \; g_M(k) = 3k$. Rozhodněte, zda platí
   $M \mid = \forall z \left(\left(p(x,y) \; and \; p(y,z)\right) \rightarrow (p(g(x), f(x,y,z) and \; p(x,z)\right)$
   Najděte formuli (jazyka L) o proměnných x,y,z ,která bude v realizaci M při ohodnocení proměnných *x -> k , y -> l , z-> m* ekvivaletní podmínce $2(m+1) \leq k+l$
2. Převeďte formuli $\forall x \; \exists y \; p(x,z) \rightarrow \; \exists y \exists z (q(x) \rightarrow \; \forall z \; p(y,z))$ do prenexního tvaru a najděte realizaci příslušného jazyka, v niž bude tato formule splněna.
3. Nakreslete obyčejný graf o 5 uzlech, který obsahuje uzly stupňů 1,2,3 a 4 kolik takových grafů existuje (až na izomorfimus)
4. Uvažujme univerzální algebru $A = \left(R^2, +, k, (0,1)\right)$, kde + je binární operátor sčítání po složkách , k je unární operáre $k(a,b) = (-a,b)$ a (0,1) je nulární operace. Popište podalgebru $< \{(1,0)\} >$ algebry A (tj podalgebru generovanou jednoprvkovou množinou {(1,0)}.
5. Mějme grupu T(3,R) všech inverzibilních (tj horní trojúhelníková matice - regulární) trojúhelníkových matic řádu 3 s operací násoben a grupu R^* všech nenulových reálných čísel s oprací násovení. Definujeme zobrazení $f: T(3,R) \rightarrow \; R^*, předpisem \; f(A) = |A|$ pro všechna $A \; \in T(3,R)$ kde |A| značí determinant matice A . Zjistěte zda f je homomorfismus a naleznete netriviální vlastní normální podgrupy grupy T(3,R)
6. Na množině $M := \; R^2 x \; Z$ mějme metriku $p\left((x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2)\right) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|, |z_1 - z_2|)$ Znázorněte graficky v M jednotokovou kouli se středem v bodě (0,0,0) vzhledem k metrice *p*, tj množinu $S = \{(x,y,z) \in M: p\left((x,y,z),(0,0,0)\right) = 1 \}$

1 opravny – 2013/2014

1. Převeďte formuli do prenexního tvaru bez použití spojek A a Nebo
2. dokažte, že platí výraz
3. dokažte zda je |A|_a + |A|_b = |B|_a + |B|_b (kde |B|_b = počet znaků "b" v řetězci B) kongruence na abecedě {a, b, c}*, najděte neutrální prvek a napište homomorfismus
4. NSD dvou polynomů
5. Dokažte, že je to skalární součin v polynomu max 1. stupně. Spočítejte jaký úhel svírají polynomy x-1 a x+1
6. Jaký je nejmenší počet uzlů n grafu, takového aby platilo H=3*n + 4 (H=počet hran). Nakreslete takový graf.

2 opravny – 2013/2014

1) Jsou zadány dvě formule A a B, převodem na prenexní tvar určete zda platí: A<=>B
2) máme jeden binární funkční symbol F a jeden binární predikátový symbol P. Napište nějakou realizaci ve které je splněno

   $\forall z p\left(x, f\left(y, z\right)\right) and \exists z not\left(p\left(x, z\right)\right)$ kde e(x)=1 a e(y)=2

   Já napsal: p(x,y) <=>x<y a f(x,y)=x+y

3) Mějme matici 2x2 nad všemi čísli z R a matici C:

   $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} kde\, a, b \in R$

   operace + (soucet matic) a * (nasobeni matic)
   vyber z moznosti, ktere jsou pravdive (Matice C je k původní matici:):
   a) není to podokruh
   b) je to komutativni podokruh
   c) je to podokruh, ale neni komutativni
   d) je to okruh a pole
   e) je to okruh a neni teleso

4) konečná množina neprázdných řetězců, operace konkatenace, operace * jako K*L = K.p(l) , operace p(x) = M, kde M je množina všech řetězců nejkratší délky z X.
   Určete zda se jedná o pologrupu, monoid nebo grupu. Pokud je to pologrupa tak určete všechny levé i pravé neutrální prvky.

5) v Z_{5}^{6} (šesti rozměrné vektory ve zbytkové třídě 5) dokažte že f(u,v)=u1v1+u2v2+u3v3+u4v4+u5v5+u6v6 není skalární součin
   Napsal jsem: u(x,x)=0 <=>x=0 a protipříklad x=(1,1,1,1,1,0) => f(x,x)=[5]_5 což je v Z5 = 0

   určete koeficient A, pro který platí f(u,u)=1 a u=(a, 2a+1, 1, 0, 2a-1, 1) nebo tak nějak... Vyšlo mi to 1 a -1 (v Z5 tedy {1, 4}

6) Napište upravený Kruskalův algoritmus, tak aby našel kostru s nejvyšším ohodnocením. Uvedte všechny kroky výpočtu této kostry na grafu zadaném tabulkou

Semestrálka – řádný – 2012/2013

1. Důkaz ve výrokové logice. $\overline{B}\rightarrow\overline{A}, A\rightarrow\left(B\rightarrow C\right) \vdash A\rightarrow C$ a nápověda byla, že máme použít A2, A3 a MP.

2. Převeďte do prenexního tvaru:

$$\forall y\exists x p\left(z,x\right)\rightarrow\forall z\left(\exists x q\left(x,y\right)\rightarrow\exists z\forall x r\left(y,z\right)\right)$$

3. Symetrická grupa něco s operací skládání zobrazení. Je dana mnozina M={1,2,3,4,5} a na nej symetricka grupa S_5. dalej mame: A= (1453), B= (2542), C= (14325).
vypocitaj $A\circ B^{-1}\circ C$
4. Dokázat/vyvrátit ekvivalenci a případně i kongruenci.
5. Metrika pro kterou se mělo zakreslit graficky výsledek.
6. Nakreslete rovinný euklidovský graf, který obsahuje hamiltonovu kružnici a pak graf bez kružnice. Grafy mají mít 6 uzlů a z toho jeden stupně 4.

1. Opravný – 2012/2013

1. príklad (15 bodov)

Teória jazyka:

- p(a,b,c) $\leftrightarrow$ existuje trojuholník, ktorého strany majú dĺžku a,b,c
- f(a,b) = a+b
- $T = \forall x \exists y p(x,x,y), p(x,y,f(x,y)), p(x,y,z) \rightarrow p(y,z,x)$

1. a) dokazat, že relizace M je modelom teorie T
2. b) dokazat, že nějaka formule je dokazatelna pomoci axiom z teorie T
3. c) dokazat, že nějaka formule je dokazatelna.

len nemám napísane presne tie formule :(

2. príklad (10 bodov)

$\exists x p(x,y) \vee \forall y(\exists u q(y,u) \wedge r(y,x))$ previest to na formulu s minimalnym poctom $\neg$a $\longrightarrow$

3. príklad (10 bodov)

Ortogonálna báza, teda použiť Gram–Schmidtov algoritmus, presne zadanie nemám :(

4. príklad (15 bodov)

Najmenší spoločný deliteľ polynómov v Z5 $x^3 + 3x^2 + x + 3$ a $x^3 + 2x + 2$

5. príklad (15 bodov)

A = (R^2, op1, op2) (2,1)

op1((x1,y1),(x2,y2)) = (2x1+x2, 2y1+y2)

op2(x,y) = (2x+y,2y)

zobrazenie f(x,y,) = (ax+by,0) -> najst hodnoty parametrov aby to bol endomorfizmus a graficky znazornit triedy jadra

6. príklad (10 bodov)

Nakresliť minimálny graf do počtu uzlov tak, aby počet hrán = 2x počet buniek grafu a graf obsahuje aspoň jeden uzol lichého stupňa a jeho stupeň je väčší ako 1 (!!! pozor, aj okolie grafu sa ráta ako bunka, nie len bunky vo vnútri grafu... ak sa to nebralo v zreteľ, tak ste dostali 5 z 10)

2 opravny – 2012/2013

1) *Přesné zadání nevím, ale šlo o to určit TRUE, FALSE v tabulce níže:*
M:

$q(a) \Leftrightarrow a > 0$

$p(a, b) \Leftrightarrow a > b$

$f(a, b) \Leftrightarrow ab$

α =

$$q(x) \rightarrow \left(p(y, x) \rightarrow q\left(f(x, y) \right) \right)$$

dokázat:

M |= α

M |= $\overline{\alpha}$

α =

$$p\left(x, f(x, x) \right) \wedge \overline{g(x)}$$

dokázat:

M |= α

M |= $\overline{\alpha}$

----

2) Dokažte:

$\varphi \rightarrow \psi, \forall x \varphi \rightarrow \chi$ |- $\forall x \varphi \rightarrow \chi$

zadání postupu už nepamatuju

3) *Přesně opět nevím....* Uvažujme algebru $A = \left(2^M, op1, op2 \right)$, M = {1,2,3,4,5,6}

$op1 = (X \cup Y)$ \ {2}

$op2 = (X \cap Y)$ \ {2}

Rozklady množin: {1,2,3}{3,4}

4) *už nevím*

5) *už nevím*

6) Nakreslit Hamiltonovský graf s 6 uzly a 9 hrany, kde je:
- 5 hran má hodnotu 1
- 3 hrany hodnotu 2

a 1 hrana hodnotu 4

K tomuto grafu vyznačit minimální kostru s hodnotou 7.

Řádny 2011/2012 – sk A

1. příklad (15 bodů)

Sestrojením důkazu dokažte $\vdash \forall x\varphi(x,x) \rightarrow (\forall x\forall y\varphi(x,y) \rightarrow \forall y\varphi(y,y))$

Návod: Vezměte $\forall x\varphi(x,x)$ jako předpoklad.

1. Axiom substituce
2. Pravidlo odloučení
3. Pravidlo zobecnění
4. Věta o dedukci
5. Výrokový axion A1
6. Složení implikací

2. příklad (10 bodů)

Převeďte formuli do prenexního tvaru. Poté napište jeho negaci ve tvaru, kde se symbol ¬ bude vyskytovat pouze u atomických formulí. $\forall x\exists y\varphi(x,y) \rightarrow (\varphi(x,x) \rightarrow \exists y\forall x\varphi(y,y))$

3. příklad (15 bodů)

Najděte největší společný dělitel polynomů $x^4 + x^3 + 3x + 3$ a $x^3 + 2x^2 + 4x + 3$ nad okruhem $(\mathbb{Z}_5, \cdot, +)$. Během výpočtu používejte jen reprezentanty prvků $\mathbb{Z}_5$ z množiny {0, 1, 2, 3, 4}.

4. příklad (15 bodů)

Uvažujme algebru $A = (\Sigma^*, \mu, \delta_a, b)$ typu (3,1,0), kde Σ^* je množina všech konečných řetězců (slov) vytvořených z prvků (písmen) konečné množiny (abecedy) Σ. Symbol μ označuje ternární operaci zřetězení 3 slov v daném pořadí, nulární operace *b* je dána vybraným prvkem $b \in \Sigma$, $a \in \Sigma$ je pevně daný prvek $a \neq b$ a δ_a je unární operace, která nahrazuje všechny výskyty prvku *a* v daném řetězci řetězcem *aa*. Definujme binární relaci ~ na Σ^* takto: $u \sim v \Leftrightarrow |u| = |v|$, kde $|u|$ je počet prvků řetězce *u*. Rozhodněte, zda ~ je kongruencí na algebře *A*, a pokud ano, popište třídy příslušného rozkladu. Pokud ne, pak najděte takovou podalgebru algebry A, pro kterou příslušné zúžení relace ~ kongruencí je.

5. příklad (15 bodů)

Na reálném vektorovém prostoru $\mathbb{R}^3$ definujme skalární součin vztahem $(x_1, x_2, x_3) \cdot (y_1, y_2, y_3) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$. Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu najděte ortonormální bázi podprostoru prostoru $\mathbb{R}^3$ generovaného vektory $(1,2,-1),(1,2,-3),(4,8,-8),(3,6,-9)$.

6. příklad (10 bodů)

Uvažujme obyčejný graf *G*, který má 17 hran a součet stupňů lichých uzlů je menší nebo roven součtu stupňů sudých uzlů. Kolik má graf *G* lichých uzlů, víte-li, že jich je více než 2 a všechny mají stejný stupeň větší než 1?

Řádny 2011/2012 – sk C

1. příklad (15 bodů)

Sestrojením důkazu dokažte $\vdash \forall x\varphi(x,x) \to (\forall x\forall y\varphi(x,y) \to \forall y\varphi(y,y))$

Návod: Vezměte $\forall x\varphi(x,x)$ jako předpoklad.

1. Axiom substituce
2. Pravidlo odloučení
3. Pravidlo zobecnění
4. Věta o dedukci
5. Výrokový axion A1
6. Složení implikací

2. příklad (10 bodů)

Převeďte formuli do prenexního tvaru. Poté napište jeho negaci ve tvaru, kde se symbol $\neg$ bude vyskytovat pouze u atomických formulí.

$$\forall x\exists y\varphi(x,y) \to (\varphi(x,x) \to \exists y\forall x\varphi(y,y))$$

3. příklad (15 bodů)

Najděte největší společný dělitel polynomů $x^4 + x^3 + 3x + 3$ a $x^3 + 2x^2 + 4x + 3$ nad okruhem $(\mathbb{Z}_5, \cdot, +)$. Během výpočtu používejte jen reprezentanty prvků $\mathbb{Z}_5$ z množiny $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

4. příklad (15 bodů)

Uvažujme algebru $A = (\Sigma^*, \mu, \delta_a, b)$ typu (3,1,0), kde Σ^* je množina všech konečných řetězců (slov) vytvořených z prvků (písmen) konečné množiny (abecedy) Σ. Symbol μ označuje ternární operaci zřetězení 3 slov v daném pořadí, nulární operace b je dána vybraným prvkem $b \in \Sigma$, $a \in \Sigma$ je pevně daný prvek $a \neq b$ a δ_a je unární operace, která nahrazuje všechny výskyty prvku b v daném řetězci řetězcem ab. Definujme binární relaci $\sim$ na Σ^* takto: $u \sim v \Leftrightarrow |u| = |v|$, kde $|u|$ je počet prvků řetězce u. Rozhodněte, zda $\sim$ je kongruencí na algebře A, a pokud ano, popište třídy příslušného rozkladu. Pokud ne, pak najděte takovou podalgebru algebry A, pro kterou příslušné zúžení relace $\sim$ kongruencí je.

5. příklad (15 bodů)

Na reálném vektorovém prostoru $\mathbb{R}^3$ definujme skalární součin vztahem $(x_1, x_2, x_3) \cdot (y_1, y_2, y_3) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$. Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu najděte ortonormální bázi podprostoru prostoru $\mathbb{R}^3$ generovaného vektory $(2,-1,3)$, $(-1,2,-3)$, $(3,0,3)$ a $(8,2,6)$.

6. příklad (10 bodů)

Uvažujme obyčejný graf G, který má 19 hran a součet stupňů lichých uzlů je menší nebo roven součtu stupňů sudých uzlů. Kolik má graf G lichých uzlů, víte-li, že jich je více než 2 a všechny mají stejný stupeň větší než 1?

řádný termín 2011/2012, skupina D

1. příklad (15 bodů)

Sestrojením důkazu dokažte $\vdash \exists x \neg\varphi(x,x) \to (\forall x \exists y \neg\varphi(x,y) \to \exists y \neg\varphi(y,y))$

Návod: Vezměte $\forall y \varphi(y,y)$ jako předpoklad. A použíjte:

- axiom substituce
- pravidlo odloučení
- pravidlo zobecnění
- větu o dedukci
- obrácení imlikací
- výrokový axiom A1
- složení implikací

2. příklad (10 bodů)

Převeďte formuli do prenexního tvaru. Poté napište jeho negaci ve tvaru, kde se symbol $\neg$ bude vyskytovat pouze u atomických formulí.

$$\forall x(\exists y \varphi(x,y) \to \varphi(x,x)) \to \exists y \forall x \varphi(y,y)$$

3. příklad (15 bodů)

Najděte největší společný dělitel polynomů $x^4 + 2x^3 + 3x + 1$ a $x^3 + 3x^2 + 1$ nad okruhem $(\mathbb{Z}_5, \cdot, +)$. Během výpočtu používejte jen reprezentanty prvků $\mathbb{Z}_5$ z množiny {0, 1, 2, 3, 4}.

4. příklad (15 bodů)

Uvažujme algebru $A = (\Sigma^*, \mu, \delta_a, b)$ typu (3, 1, 0), kde Σ^* je množina všech konečných řetězců (slov) vytvořených z prvků (písmen) konečné množiny (abecedy) Σ. Symbol μ označuje ternární operaci zřetězení 3 slov v daném pořadí, nulární operace b je dána vybraným prvkem $b \in \Sigma$, $a \in \Sigma$ je pevně daný prvek $a \neq b$ a δ_a je unární operace, která nahrazuje všechny výskyty prvku b v daném řetězci řetězcem ab. Definujme binární relaci $\sim$ na Σ^* takto: $u \sim v \Leftrightarrow |u| = |v|$, kde $|u|$ je počet prvků řetězce u. Rozhodněte, zda $\sim$ je kongruencí na algebře A, a pokud ano, popište třídy příslušného rozkladu. Pokud ne, pak najděte takovou podalgebru algebry A, pro kterou příslušné zúžení relace $\sim$ kongruencí je.

5. příklad (15 bodů)

Na reálném vektorovém prostoru $\mathbb{R}^3$ definujme skalární součin vztahem $(x_1, x_2, x_3) \cdot (y_1, y_2, y_3) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$. Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu najděte ortonormální bázi podprostoru prostoru $\mathbb{R}^3$ generovaného vektory $(2, -1, 3)$, $(-1, 2, -3)$, $(3, 0, 3)$ a $(8, 2, 6)$.

6. příklad (10 bodů)

Uvažujme obyčejný graf G, který má 19 hran a součet lichých uzlů je menší nebo roven součtu stupňů sudých uzlů. Kolik má graf G lichých uzlů, víte-li, že jich je více než 2 a všechny mají stejný stupeň větší než 1?

1 opravny 2011/2012

1. příklad (15 bodů)

Uvažujme jazyk L s rovností, jedním unárním predikátovým symbolem p a jedním funkčním symbolem f. Nechť $\mathcal{M}$je taková realizace jazyka L na množině $\mathcal{P}(\mathbb{R}^2)$všech podmnožin reálné roviny $\mathbb{R}^2$, kde $p_{\mathcal{M}}(X)$znamená, že X je neprázdná množina bodů ležících uvnitř nebo na hranici nějakého obdélníku v $\mathbb{R}^2$, jehož strany jsou rovnoběžné se souřadnými osami, $f_{\mathcal{M}}(X,Y) = X \cup Y$. Rozhodněte a zdůvodněte, zda

1. $\mathcal{M} \models (\exists x)(p(x) \Rightarrow f(x,x) = x)$
2. $p(f(x,y)) \models (p(x) \vee p(y))$
3. $\mathcal{M} \models p(f(x,y)) \Rightarrow (p(x) \vee p(y))$

2. příklad (15 bodů)

Rozhodněte, zda formule $(x \vee (y \wedge z)) \Rightarrow (y \wedge (x \vee z))$a $((x \vee y) \wedge (x \vee z)) \Rightarrow y$jsou ekvivalentní.

3. příklad (15 bodů)

Uvažujme univerzální algebru $\mathcal{A} = (\mathbb{Z}^2, e, \delta, \oplus, \odot, \nabla)$, kde e je nulární operace, δ je unární operace, $\oplus$, $\odot$jsou binární operace a ∇je ternární operace. Tyto operace jsou dány následovně: e = (0,1), $\delta(x,y) = (x, y + 2)$, $(x_1, y_1) \oplus (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$, $(x_1, y_1) \odot (x_2, y_2) = (x_1 x_2, y_1 + y_2)$, $\nabla((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)) = (x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3)$. Zjistěte a zdůvodněte, zda zobrazení $\varphi : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}^2$určené předpisem $\varphi(x,y) = (3x, x + y)$je homomorfismus algebry $\mathcal{A}$do $\mathcal{A}$.

4. příklad (15 bodů)

Na množině $\mathbb{Z}^2$je definována metrika δ vztahem $\delta((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = max\{\,|x_1 - x_2|\,,\,|y_1 - y_2|\,\}$. Zjistěte, pro které body $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$platí současně $\delta((-1,1),(x,y)) = 3$ a $\delta((3,0),(x,y)) = 2$.

5. příklad (10 bodů)

Najděte všechny generátory cyklické grupy $(\mathbb{Z}_5, +)$.
Riesenie:
Zobereme postupne kazdy prvok a zacneme ho scitat zo sebou a prvkami, co uz vygeneroval
<0> = {0} .. nieje generator
<1> = {1, 2, 3, 4, 0} .. je generator
<2> = {2, 4, 1, 3, 0} .. je generator
<3> = {3, 1, 4, 2, 0} .. je generator
<4> = {4, 3, 2, 1, 0} .. je generator

6. příklad (10 bodů)

Kolik hran má sedmnáctistěn s 30 vrcholy? (Nápověda: uvažujte planární graf odpovídající danému mnohostěnu.).

Řádny 2010/2011

1) $$\perp \forall x \varphi(x,x) \rightarrow \left(\forall x \forall y \varphi(x,y) \rightarrow \forall y \varphi(y,y) \right)$$

Použijte jako předpoklad $\forall x \varphi(x,x)$

1) Axiom substituce
2) Pravidlo odloučení
3) Pravidlo zobecnění
4) Věta o dedukci
5) Axiom A1
6) Složení implikací

Mé řešení:

$\forall x \varphi(x,x)$

1) $\forall x \varphi(x,x) \perp \forall x \varphi(x,x) \rightarrow \varphi(y,y)$

2) $\forall x \varphi(x,x) \perp \varphi(y,y)$

3) $\forall x \varphi(x,x) \perp \forall y \varphi(y,y)$

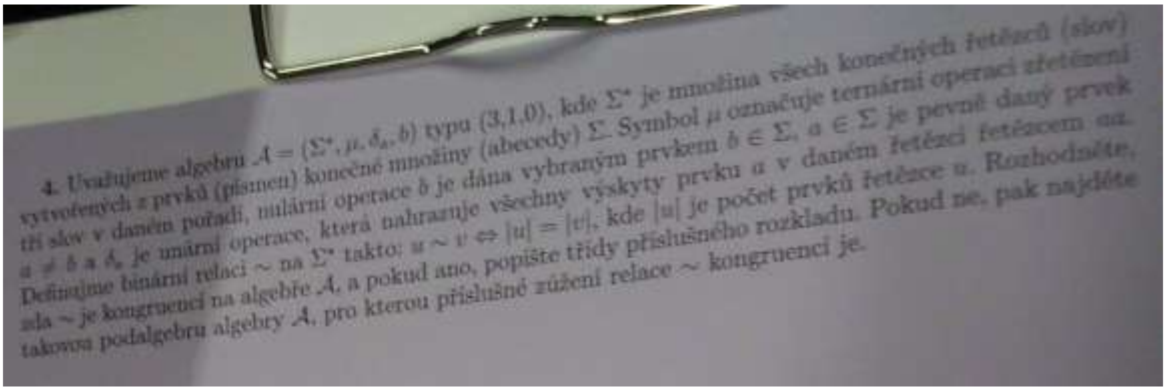
4) $\perp \forall x \varphi(x,x) \rightarrow \forall y \varphi(y,y)$

5) $\perp \forall y \varphi(y,y) \rightarrow \left(\forall x \forall y \varphi(x,y) \rightarrow \forall y \varphi(y,y) \right)$

6) $\perp \forall x \varphi(x,x) \rightarrow \left(\forall x \forall y \varphi(x,y) \rightarrow \forall y \varphi(y,y) \right)$

2) prevedte do prenexného tvaru a potom negáciu
VxEy fi(x,y) -> (fi(x,x) -> EyVx fi(y,y))

3) NSD
$x^4 + x^3 + 3x + 3$ a $x^3 + 2x^2 + 4x + 3$ nad okruhem $\left(Z_5, \cdot, + \right)$

4) 

4. Uvažujeme algebru $\mathcal{A} = (\Sigma^*, \mu, \delta_a, b)$ typu (3,1,0), kde Σ^* je množina všech konečných řetězců (slov) vytvořených z prvků (písmen) konečné množiny (abecedy) Σ. Symbol μ označuje ternární operaci zřetězení tří slov v daném pořadí, nulární operace b je dána vybraným prvkem $b \in \Sigma$, $a \in \Sigma$ je pevně daný prvek $a \neq b$ a δ_a je unární operace, která nahrazuje všechny výskyty prvku a v daném řetězci řetězcem aa. Definujme binární relaci $\sim$ na Σ^* takto: $u \sim v \Leftrightarrow |u| = |v|$, kde $|u|$ je počet prvků řetězce u. Rozhodněte, zda $\sim$ je kongruencí na algebře $\mathcal{A}$, a pokud ano, popište třídy příslušného rozkladu. Pokud ne, pak najděte takovou podalgebru algebry $\mathcal{A}$, pro kterou příslušné zúžení relace $\sim$ kongruencí je.

5) Na reálném vektorovém prostoru R^3 definujeme skalární součin vztahem:

$$\left(x_1, x_2, x_3\right) \cdot \left(y_1, y_2, y_3\right) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3$$

Pomocí Gram-Schmidtova ortogonalizačního procesu najděte ortonormální bázi poprostoru prostoru R^3 gen. vekt. (1,2,-1), (1,2,-3), (4,8,-8) a (3,6,-9).

6) graf - 17 hrán, lichých uzlov viac ako 2, stupen viac ako 1 a zároven sucet stupnov lichých menej alebo rovné suctu stupnov sudych ..