



Sít'ová analýza

Autor: Jitka Kreslíková

© 2020

Ústav informačních systémů

Fakulta informačních technologií

Vysoké učení technické v Brně

Řízení projektů



Síťová analýza

- ☐ Co je síťová analýza?
- ☐ Síťový diagram
- ☐ Pravidla pro sestavování diagramu
- ☐ CPM - metoda kritické cesty
- ☐ Metoda Pert



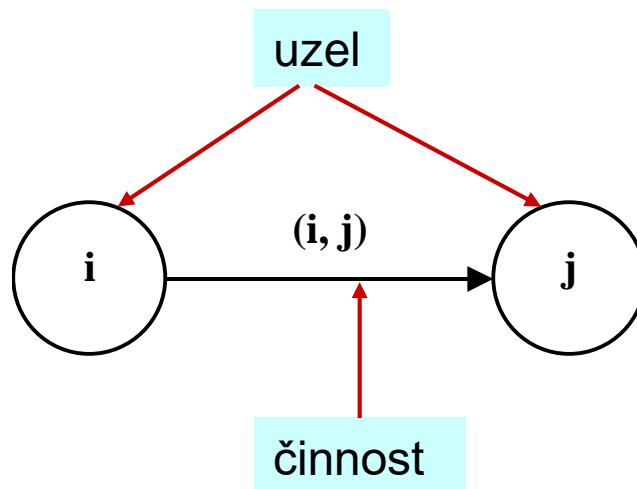
Síťová analýza

- ❑ Síťová analýza je vhodným nástrojem řízení a kontroly průběhu složitých návazných procesů.
- ❑ Složitý návazný proces je nutno chápat jako komplex prací nebo činností, které je třeba navzájem koordinovat k dosažení jednoho společného cíle.
- ❑ Grafické znázornění projektu provádíme pomocí *síťového diagramu*.
- ❑ Síťový diagram je:
 - konečný, souvislý, orientovaný, acyklický, ohodnocený graf s jedním počátečním a jedním koncovým uzlem.



Síťová analýza

- ❑ **uzel** - časový okamžik, v němž některé činnosti začínají a jiné končí.
- jde o prvek projektu, který nespotřebovává čas ani zdroje.





Sít'ová analýza

□ **činnost** (aktivita) - element popisu procesu prováděného v rámci realizace projektu nebo nějakého byznys procesu.



- je to operace nebo sekvence operací, která nějak mění předmětnou realitu s určitým záměrem,
- může mít očekávanou dobu trvání, očekávané náklady a očekávané požadavky na zdroje,
- jejím výsledkem může být dílčí výstup nebo produkt,



Síťová analýza

- větší činnosti bývají nazývány kroky,
- prvky nejjemnějšího členění bývají nazývány úkoly/úkony,
- hranově nebo uzlově orientovaný (definovaný) síťový graf se skládá z aktivit/činností,
- každá činnost má jeden uzel jako svůj počátek a druhý jako konec,
- žádná činnost nemůže začít dříve, dokud nebylo dosaženo jí předcházejícího uzlu,
- činnost označujeme šipkou.



Síťová analýza

- ❑ **počáteční uzel** - uzel, jemuž nepředchází žádná činnost (jde o zahájení projektu),
- ❑ **koncový uzel** - uzel, na který žádná činnost nenavazuje (jde o konec projektu).



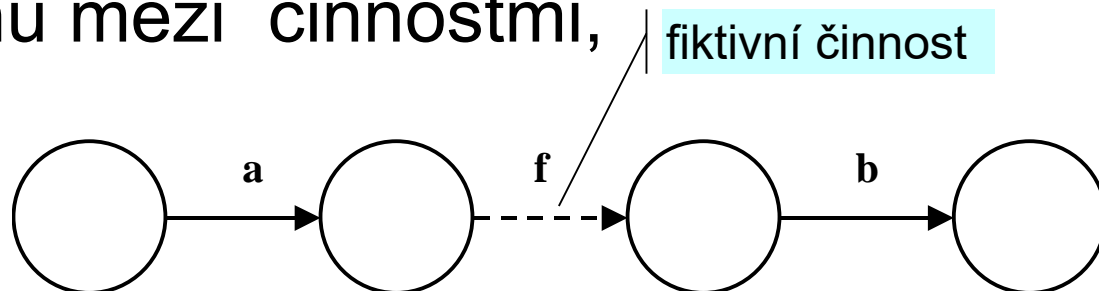
Síťová analýza

- ❑ **fiktivní činnost** - hrana v hranově definovaných síťových grafech, která propojuje stavy, které jsou z hlediska pokračování procesu identické.



Neklade nárok na čas ani na zdroje. V grafech se znázorňuje čárkovanou čarou zakončenou šipkou.

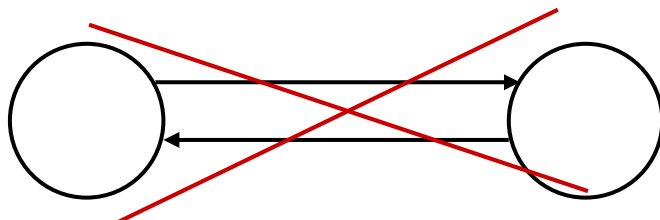
Slouží jako pomůcka při vyjadřování závislosti či vztahu mezi činnostmi,





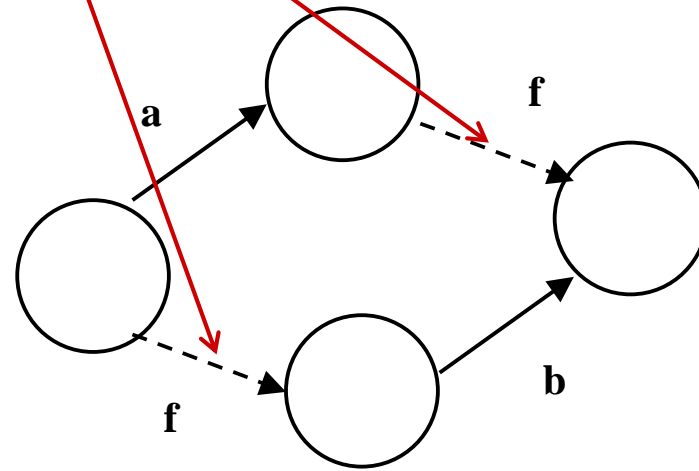
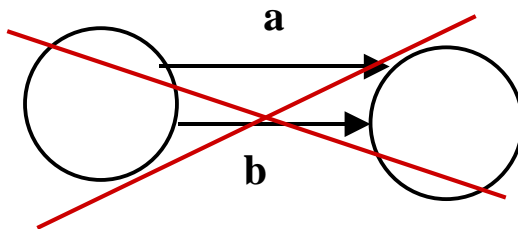
Pravidla pro sestavování diagramu

- ❑ síťový diagram nesmí obsahovat cyklus (*žádný uzel nesmí předcházet sám sebe*),



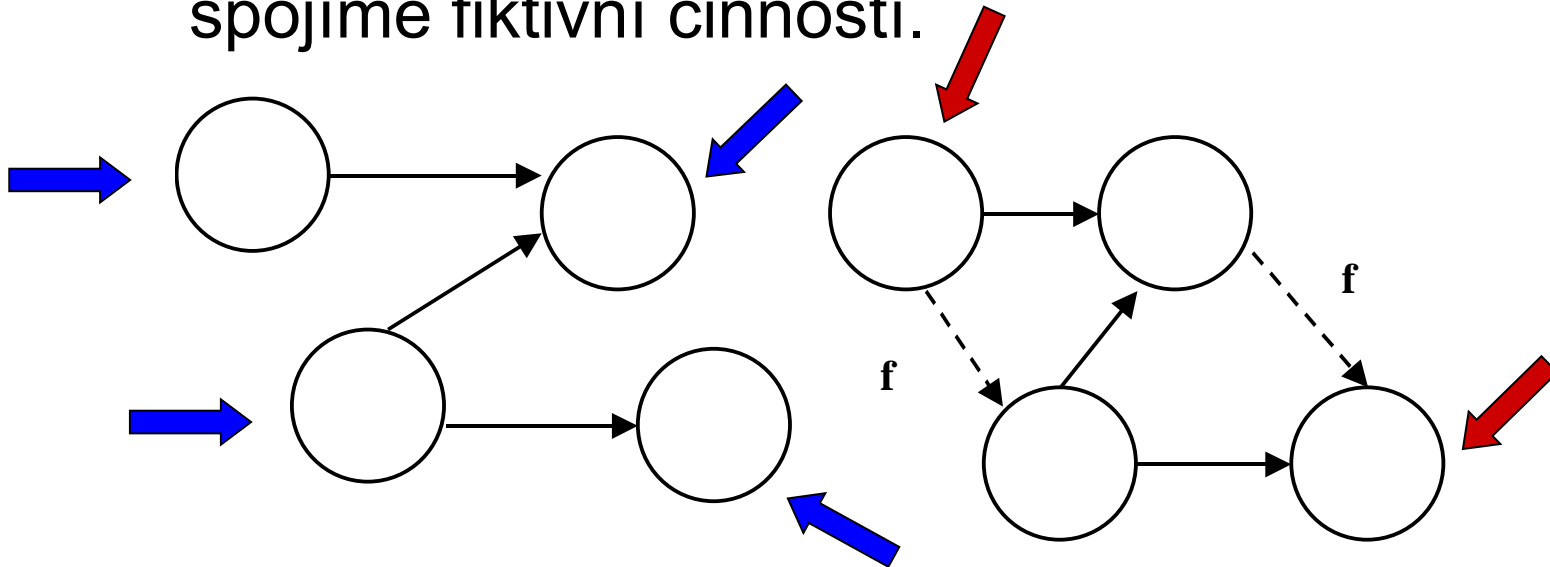
Pravidla pro sestavování diagramu

- ❑ dvě nebo více činností nesmějí začínat a končit ve stejných uzlech
- je třeba použít fiktivních činností, přičemž nezáleží, zařadíme-li fiktivní činnost před nebo za reálnou činnost,



Pravidla pro sestavování diagramu

- síťový diagram má vždy jeden uzel počáteční a jeden koncový
 - není-li tomu tak, pak je třeba z uzlů vybrat jeden, který s ostatními počátečními (koncovými) uzly spojíme fiktivní činností.





CPM - metoda kritické cesty

- metoda CPM spočívá v provedení těchto kroků:
 - sestavení síťového diagramu
 - transformace síťového diagramu do deterministického matematického modelu:
 - provedení časových propočtů v projektu,
 - vyhledání kritické cesty a její analýza,
 - stanovení časových rezerv.



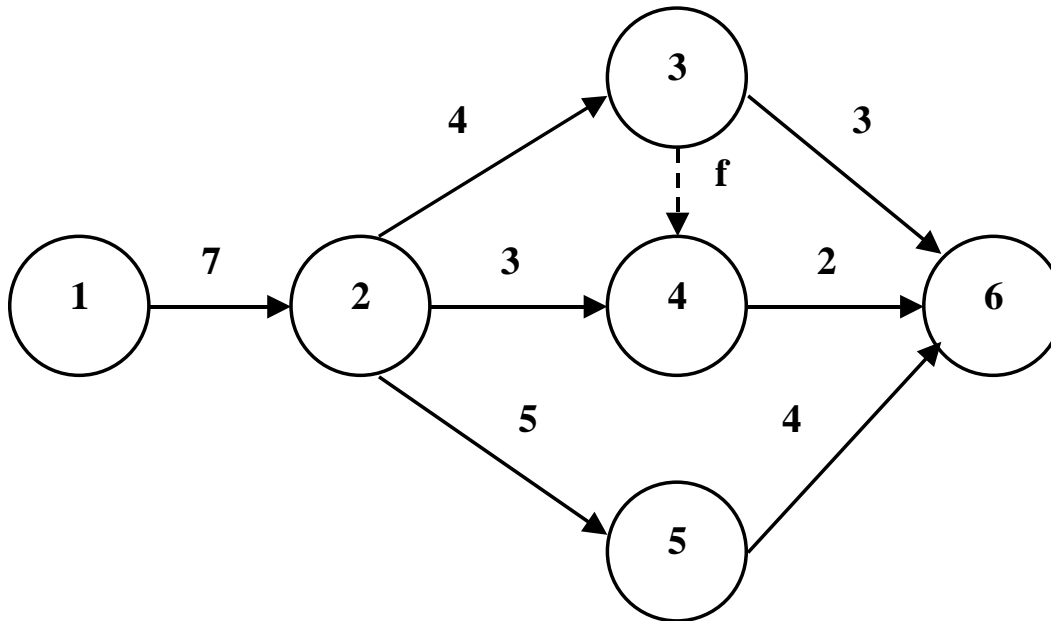
Sestavení síťového diagramu

- ❑ Při sestavování síťového diagramu musíme pro každou reálnou činnost stanovit její dobu trvání, kterou pro činnost (i,j) označíme y_{ij} .
- ❑ Tuto dobu považujeme v metodě CPM za pevně danou.
- ❑ Doby trvání činností musí být udány ve stejných časových jednotkách (hodiny, dny, dekády, měsíce, roky) a připisují se ke každé činnosti síťového diagramu.



Sestavení síťového diagramu

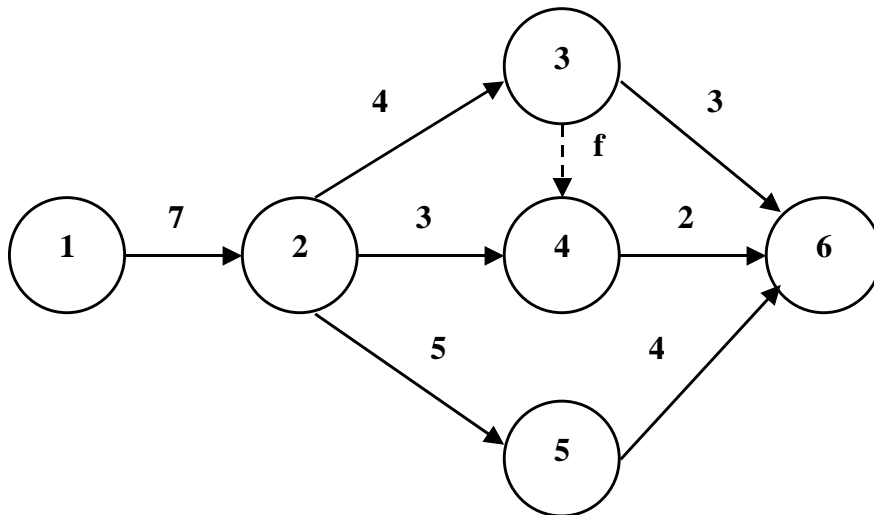
Je třeba dbát, aby graf byl přehledný.



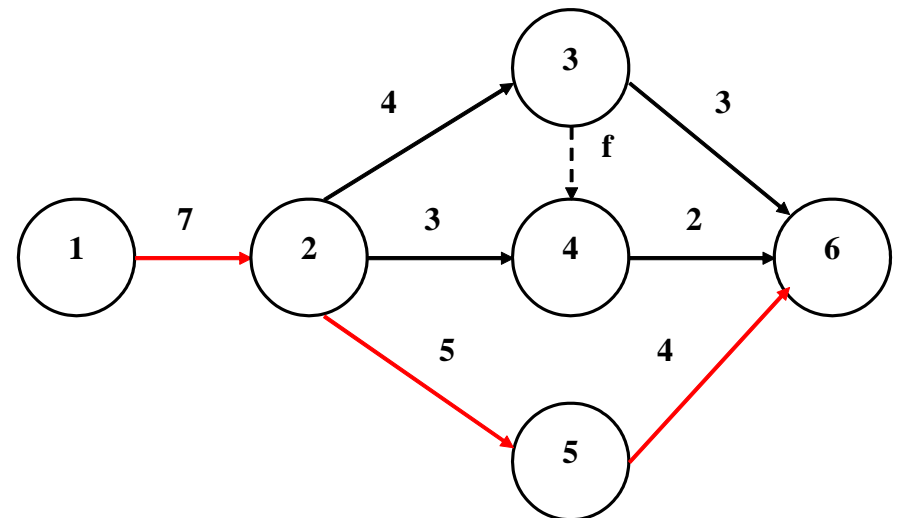


Provedení časových propočtů v projektu

Zjišťujeme nejkratší možnou dobu trvání celého projektu. Víme, že všechny činnosti v daném projektu musí být provedeny, proto nejkratší doba trvání celého projektu bude určena cestou s **nejdelší dobou trvání**.



Doba trvání: $(1,2,5,6 - 7+5+4=16)$





Zjišťování kritické cesty

□ Zjišťování kritické cesty provádíme pomocí časových propočtů:

$t_{ij}^{(0)}$... nejdříve možný začátek činnosti (i,j)

$k_{ij}^{(0)}$... nejdříve možný konec činnosti (i,j)

$T_i^{(0)}$... nejdříve možný termín realizace i-tého uzlu

$t_{ij}^{(1)}$... nejpozději přípustný začátek činnosti (i,j)

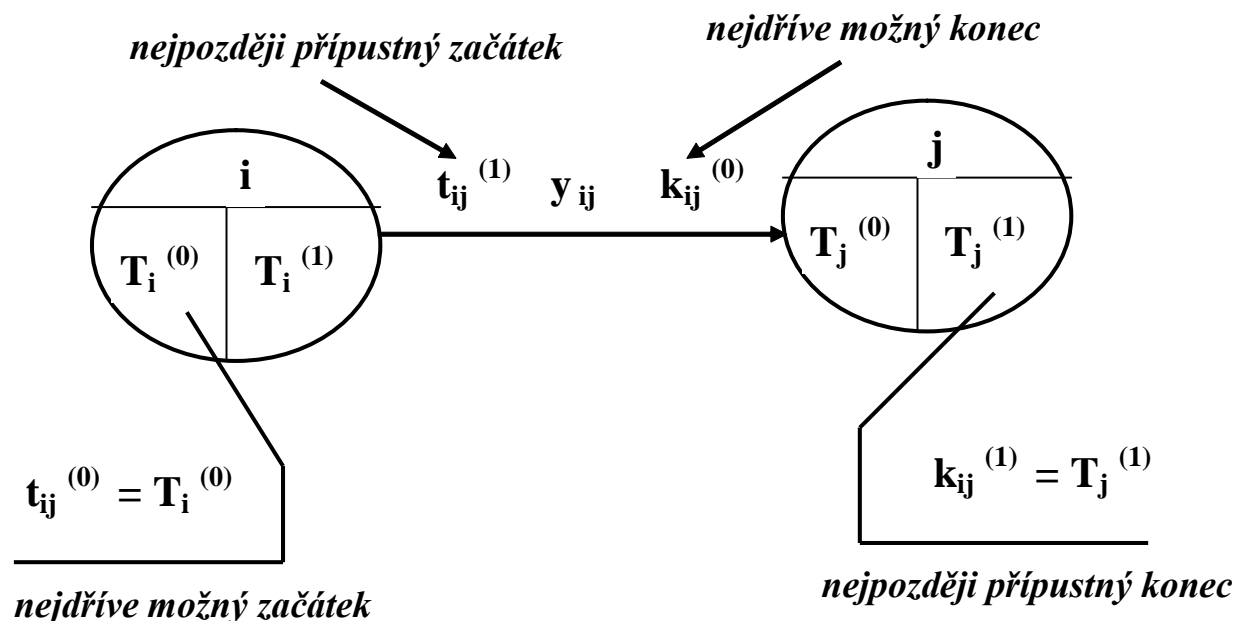
$k_{ij}^{(1)}$... nejpozději přípustný konec činnosti (i,j)

$T_i^{(1)}$... nejpozději přípustný termín realizace i-tého uzlu



Zjišťování kritické cesty

- Vypočtené hodnoty časů zapisujeme do uzlů podle obrázku:





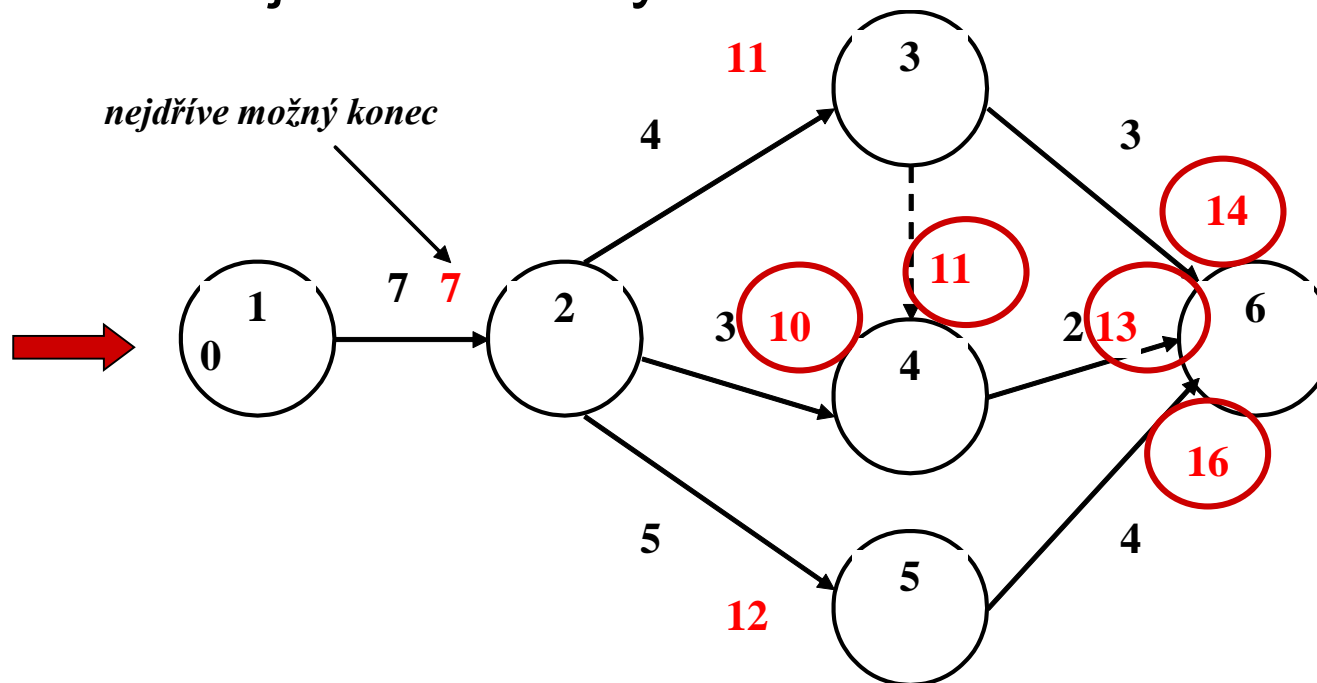
Zjišťování kritické cesty

- Nejdříve možné časové pojmy jsou odvozeny od času zahájení projektu a jsou určovány předcházejícími činnostmi.
- Nejpozději přípustné časové pojmy jsou odvozovány zpětně od plánovaného času ukončení projektu, jsou tedy určovány následujícími činnostmi.
- Výpočet časových pojmů činností a uzlů a zjištění kritické cesty lze provádět dvěma způsoby:
 - přímo v síťovém diagramu
 - pomocí incidenční matice



Výpočet kritické cesty v síťovém diagramu

- stanovení nejdříve možných časů
- nejdříve možný konec



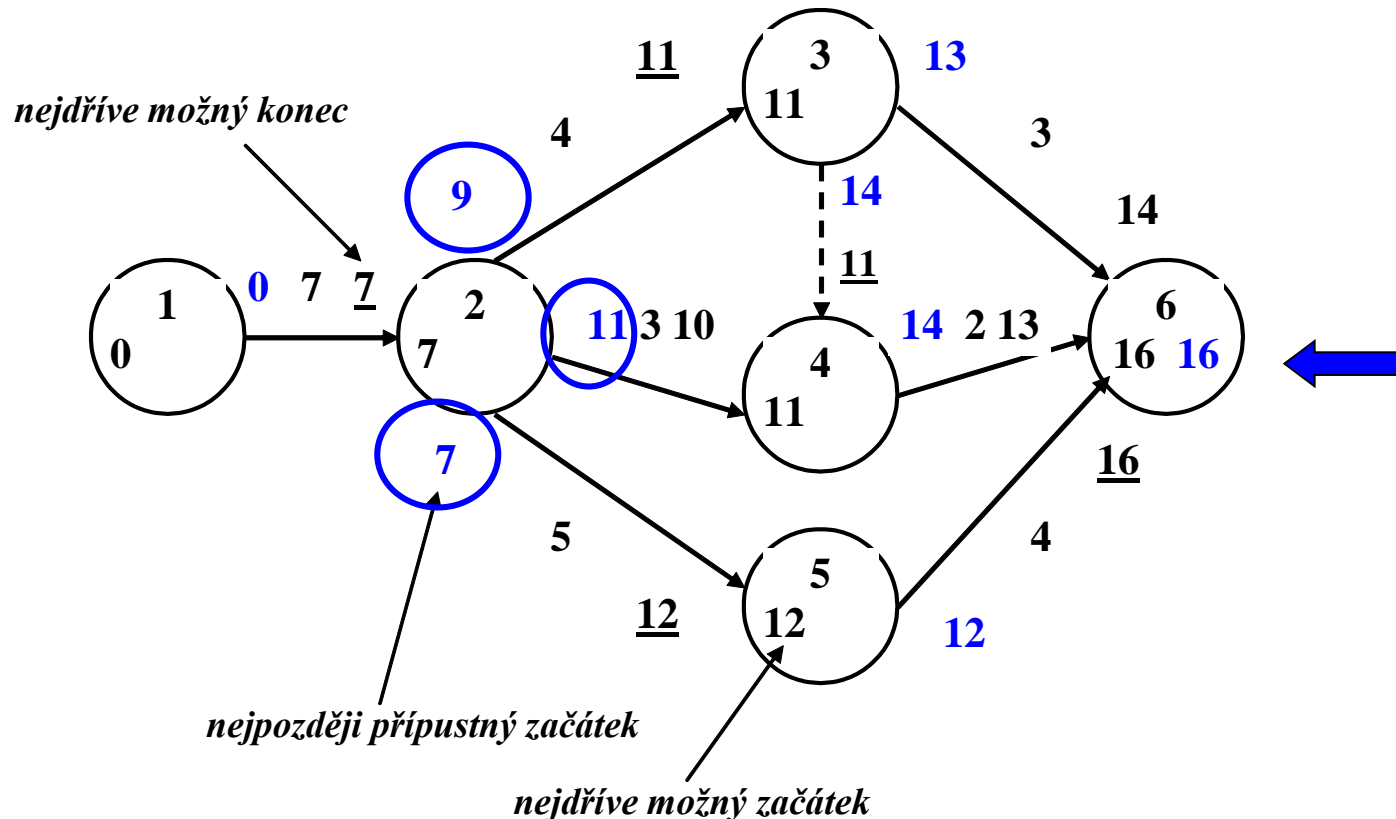


-
- Diagram illustrating a game tree structure for a 2-player game. The nodes are labeled 1 through 6, representing states or positions. The root node is 1 (red 0). The tree structure and associated costs are as follows:
- Node 1 (red 0) branches to Node 2 (red 7) with a cost of 7.
 - Node 2 (red 7) branches to Node 3 (red 11), Node 4 (red 11), and Node 5 (red 12) with costs 4, 3, and 5 respectively.
 - Node 3 (red 11) branches to Node 6 (red 16) with a cost of 3.
 - Node 4 (red 11) branches to Node 6 (red 16) with a cost of 2.
 - Node 5 (red 12) branches to Node 6 (red 16) with a cost of 4.
 - There is a dashed line from Node 3 to Node 4 with a cost of 11.
- Annotations:
- nejdříve možný konec* (earliest possible end) points to Node 2.
 - nejdříve možný začátek* (earliest possible start) points to Node 5.



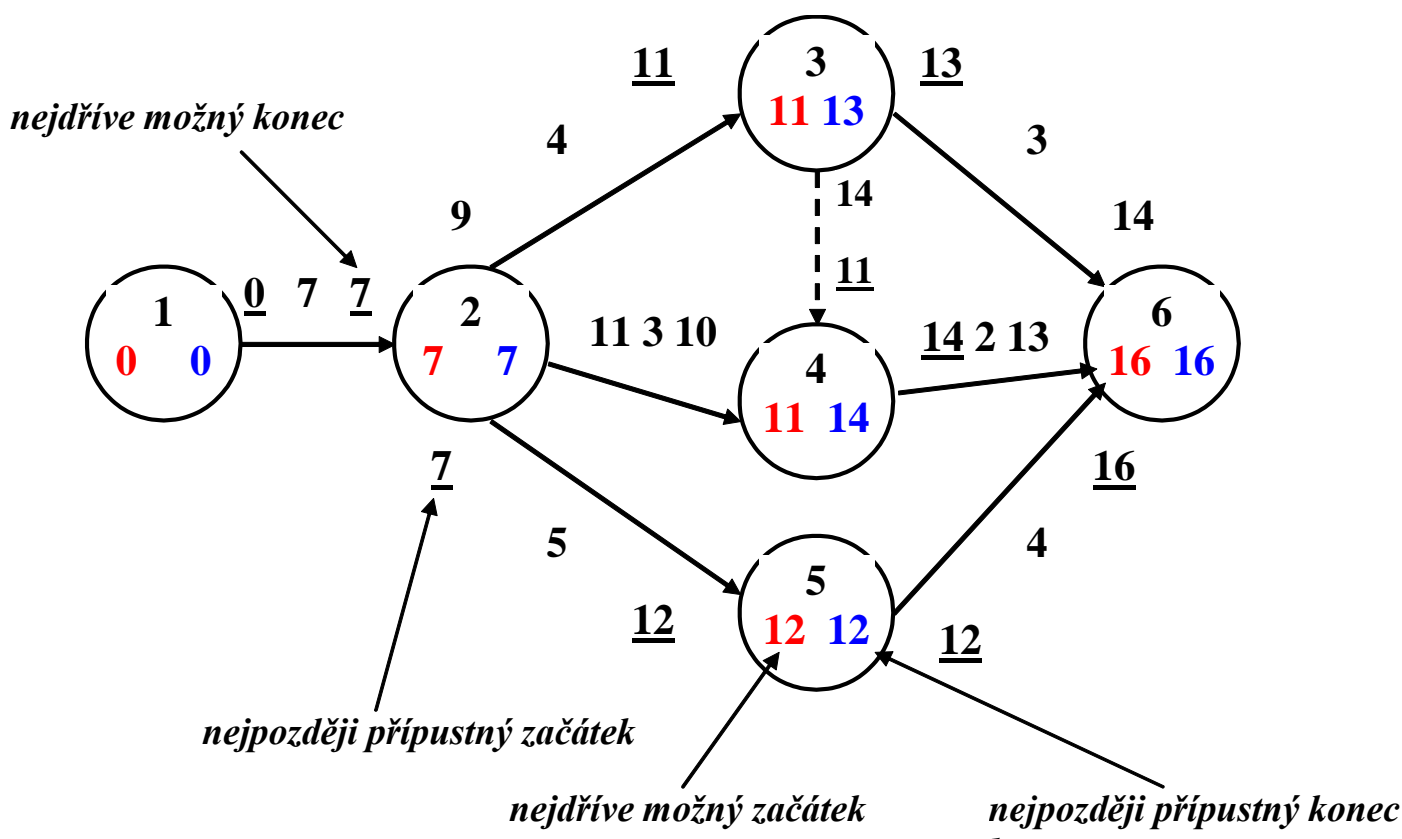
Výpočet kritické cesty v síťovém diagramu

- stanovení nejpozději přípustných časů
- nejpozději přípustný začátek



Výpočet kritické cesty v síťovém diagramu

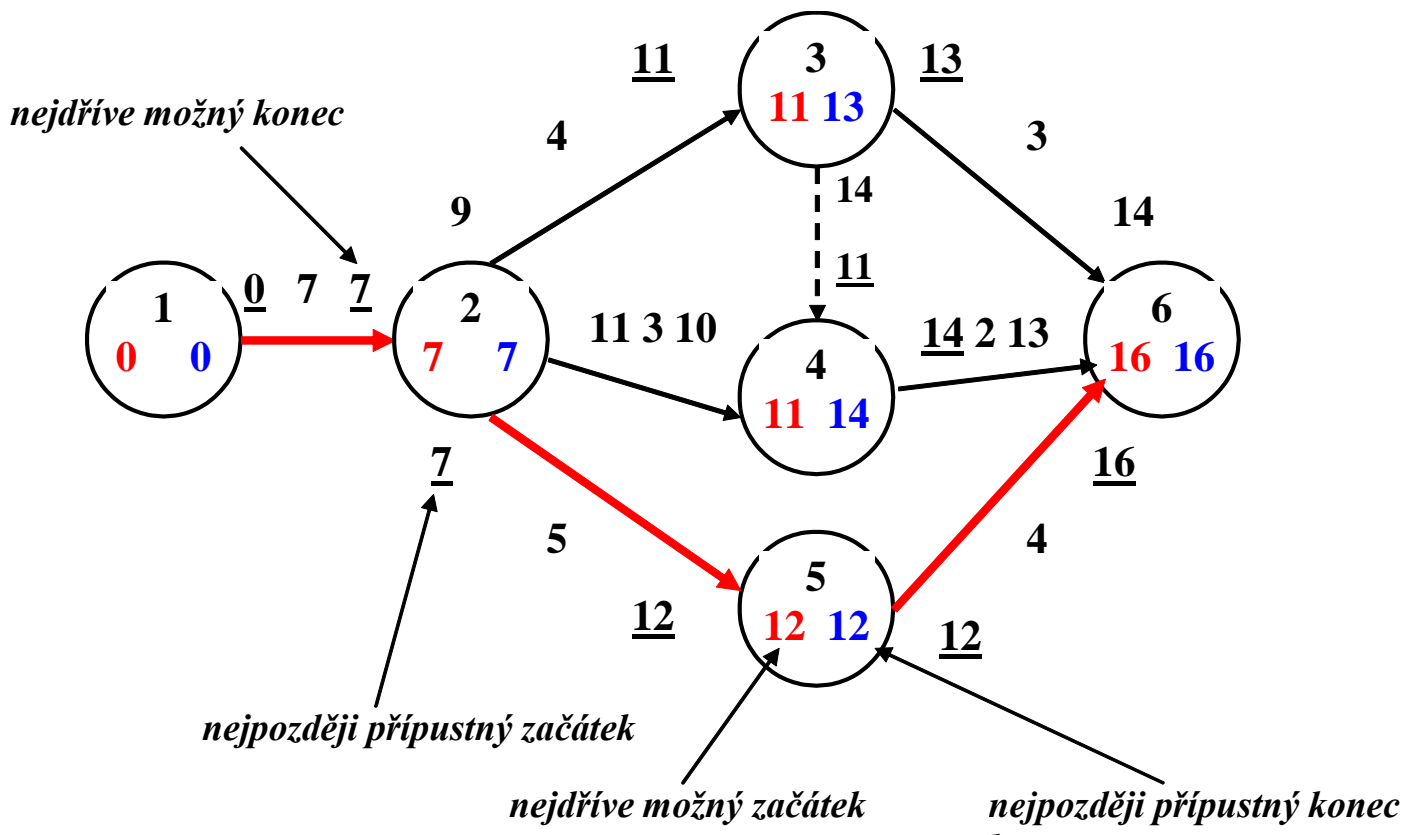
- nejpozději přípustný konec





Výpočet kritické cesty v síťovém diagramu

■ kritická cesta





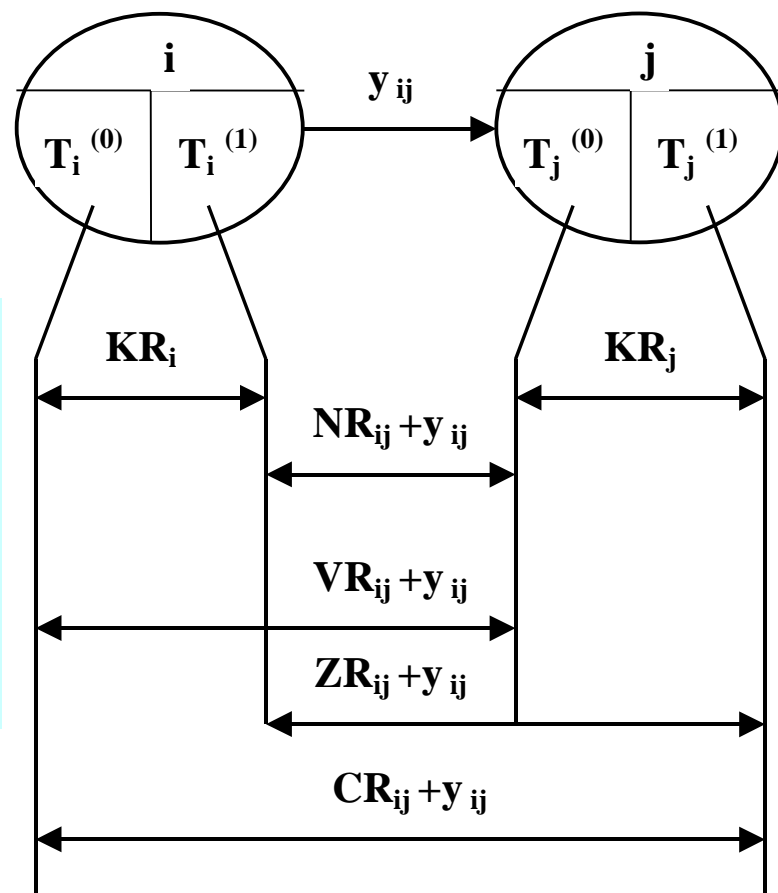
Časové rezervy v projektu

Celková časová rezerva:

$$CR_{ij} = T_j^{(1)} - T_i^{(0)} - y_{ij} \geq 0$$

Udává o kolik časových jednotek lze prodloužit dobu trvání činnosti, aniž prodloužíme konečný termín výstavby celého projektu.

celková časová rezerva





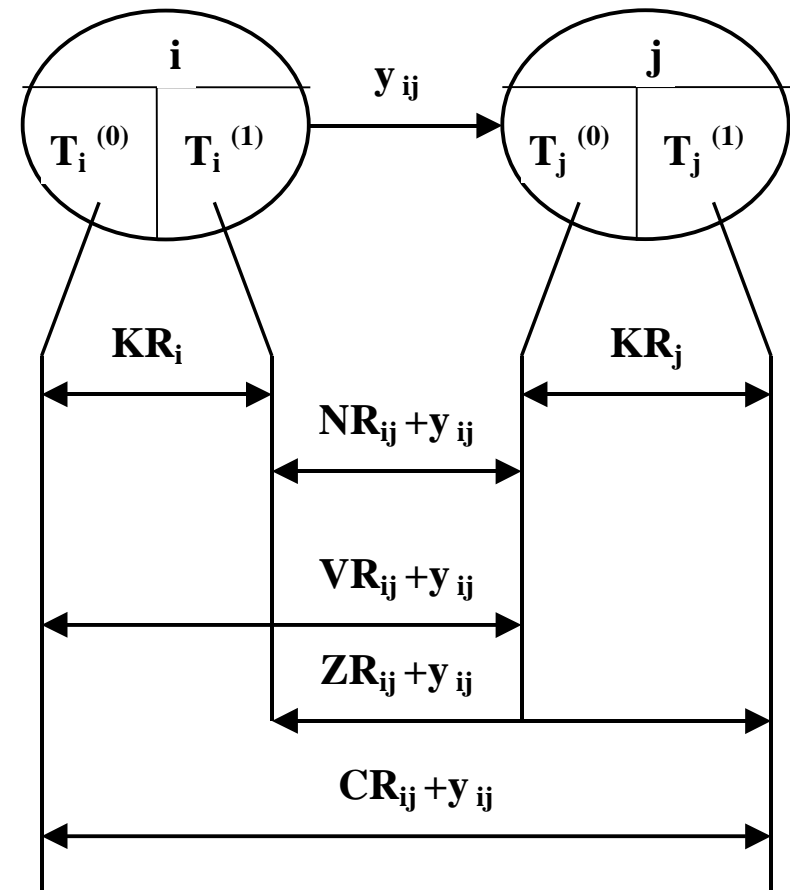
Časové rezervy v projektu

Volně použitelná časová rezerva:

$$VR_{ij} = T_j^{(0)} - T_i^{(0)} - y_{ij} \geq 0$$

Udává o kolik časových jednotek lze prodloužit trvání nebo posunout lhůtu nejdříve možného začátku činnosti, aniž se tím ohrozí nejdříve možné začátky následujících činností.

volně použitelná čas. rezer.





Časové rezervy v projektu

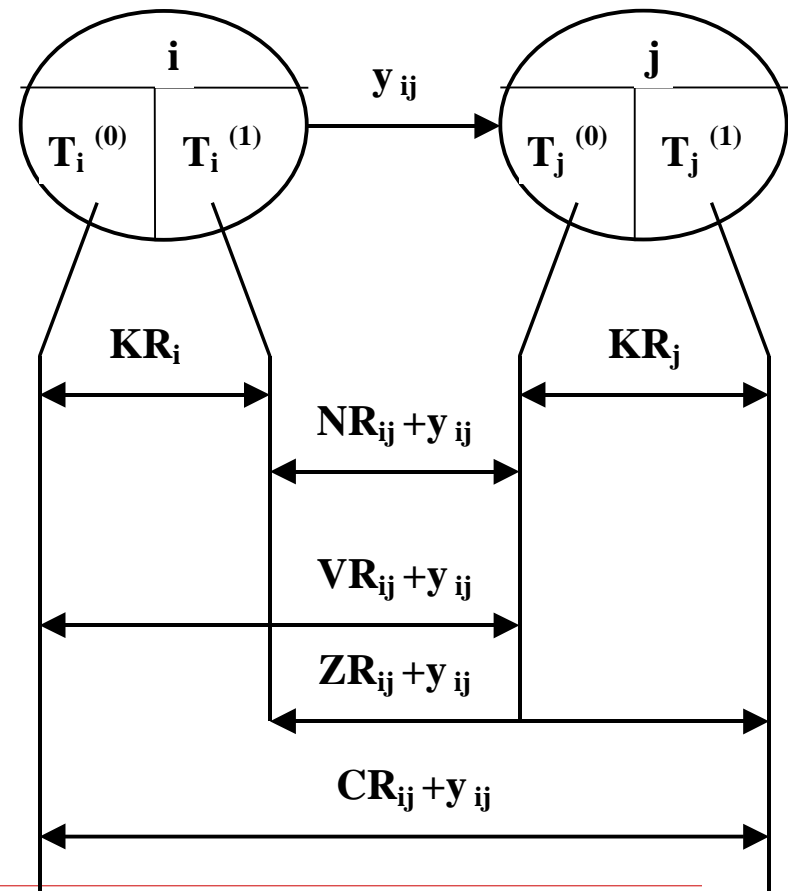
Nezávislá časová rezerva:

$$NR_{ij} = T_j^{(0)} - T_i^{(1)} - y_{ij}$$

Udává o kolik časových jednotek lze prodloužit dobu trvání nebo posunout dobu nejdříve možného začátku činnosti nezávisle na využití časových rezerv předcházejících a následujících činností,

nezávislá časová rezerva

Praktický význam má pouze nezáporná nezávislá časová rezerva.





Časové rezervy v projektu

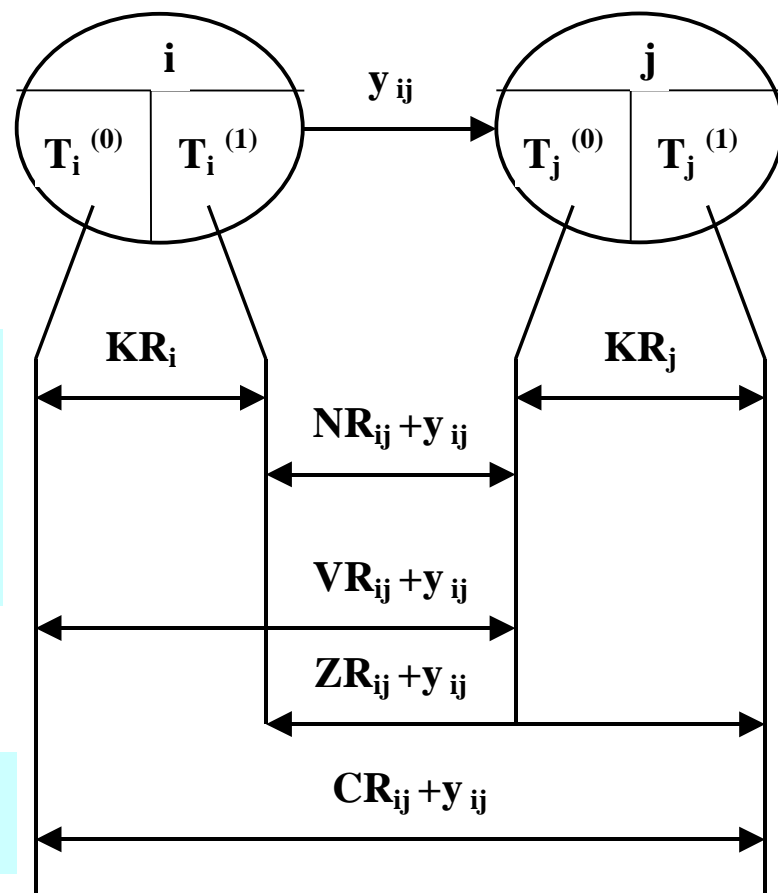
Závislá časová rezerva :

$$ZR_{ij} = T_j^{(1)} - T_i^{(1)} - y_{ij} \geq 0$$

Udává o kolik časových jednotek lze prodloužit dobu trvání činnosti nebo oddálit nejdříve možný začátek, jestliže všechny předchozí činnosti skončí v nejpozději přípustných koncích a všechny následující činnosti začnou v nejpozději přípustných začátcích.

závislá časová rezerva

vzniká tehdy, jestliže z i-tého uzlu vychází ještě další činnosti s dřívějšími nejpozději přípustnými začátky.





Časové rezervy v projektu

Kritická časová rezerva:

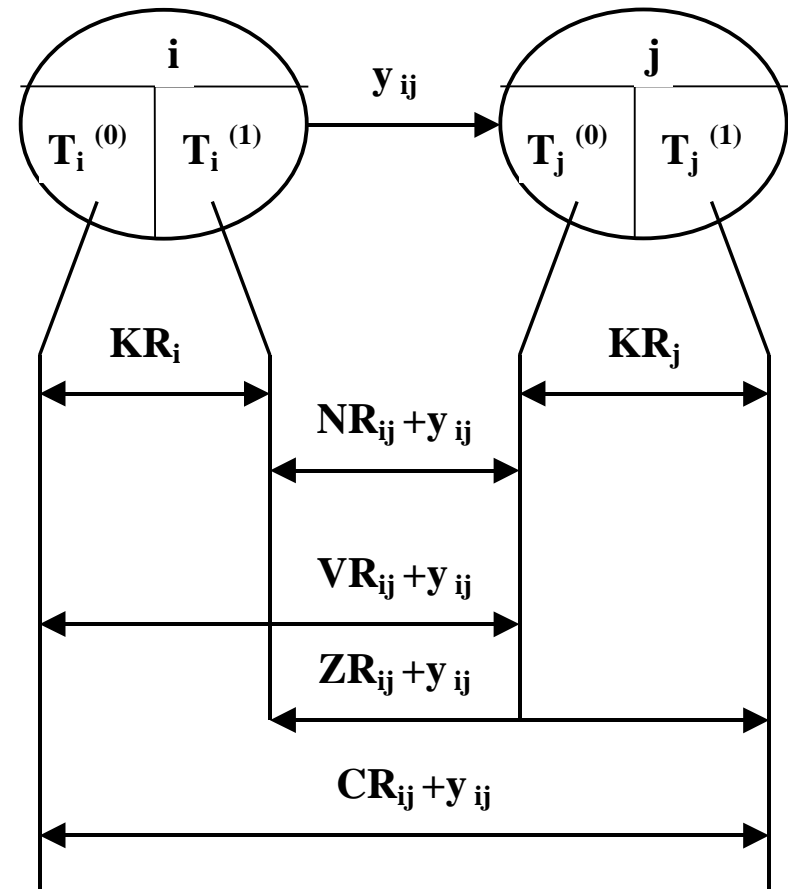
$$KR_i = T_i^{(1)} - T_i^{(0)}$$

Vztahuje se k i-tému uzlu a ke všem činnostem bezprostředně předcházejícím a následujícím tomuto uzlu.

kritická časová rezerva

Pro uzel, ležící na kritické cestě $= 0$.

Čím má uzel menší kritickou časovou rezervu, tím je větší pravděpodobnost, že v průběhu realizace se dostane na kritickou cestu.





celková rezerva

volně použitelná

nezávislá
rezerva

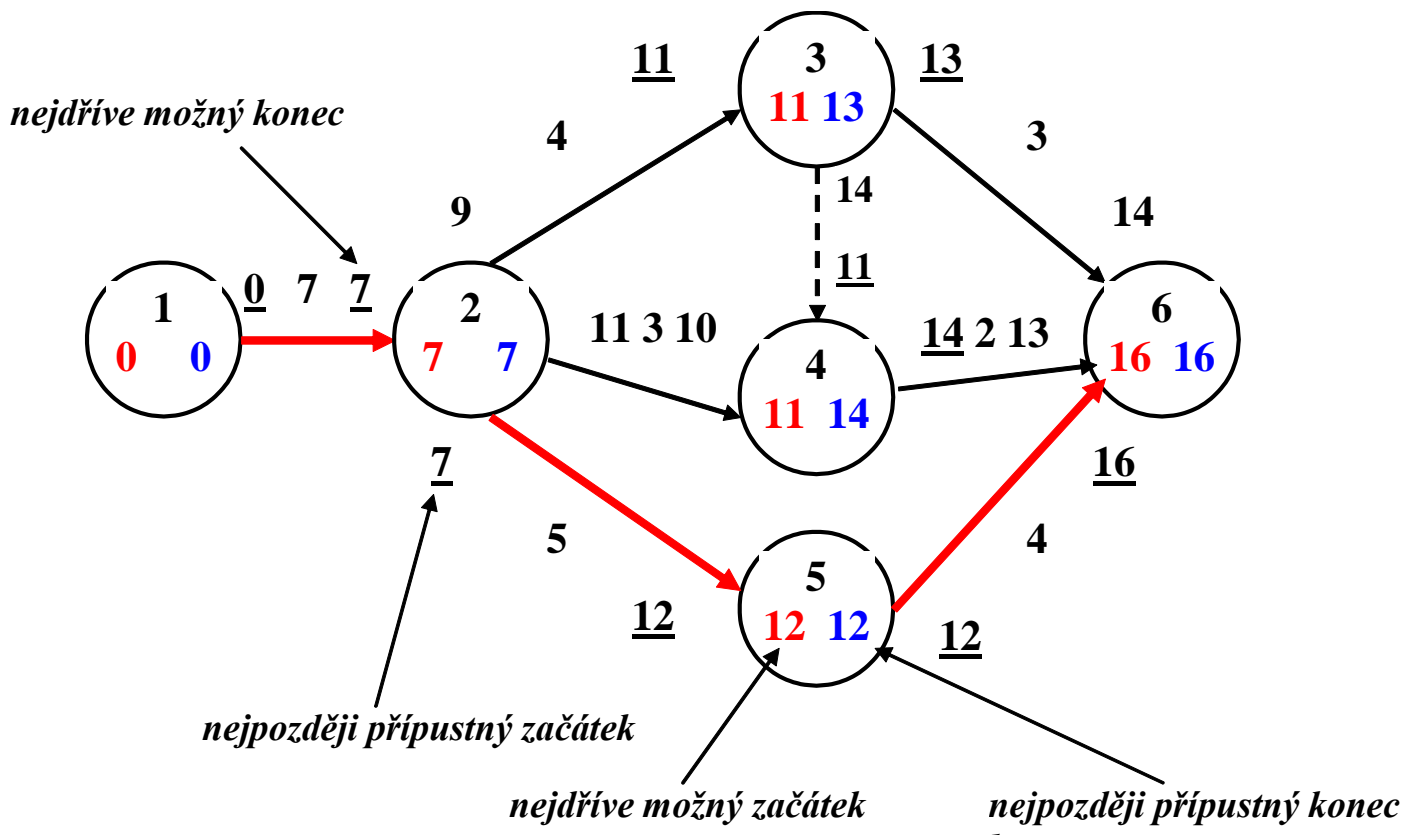
závislá
rezerva

Výsledky časové analýzy

i	j	y_{ij}	$t_{ij}^{(0)}$	$k_{ij}^{(0)}$	$t_{ij}^{(1)}$	$k_{ij}^{(1)}$	$T_i^{(0)}$	$T_j^{(0)}$	$T_i^{(1)}$	$T_j^{(1)}$	CR _{ij}	VR _{ij}	NR _{ij}	ZR _{ij}
1	2	7	0	7	0	7	0	7	0	7	0	0	0	0
2	3	4	7	11	9	13	7	11	7	13	2	0	0	2
2	4	3	7	10	11	14	7	11	7	14	4	1	1	4
2	5	5	7	12	7	12	7	12	7	12	0	0	0	0
3	4	0	11	11	14	14	11	11	13	14	3	0	-2	1
3	6	3	1	14	13	16	11	16	13	16	2	2	0	0
4	6	2	11	13	14	16	11	16	14	16	3	3	0	0
5	6	4	12	16	12	16	12	16	12	16	0	0	0	0



Výsledky časové analýzy





Metoda PERT

- ❑ síťový diagram je transformován do stochastického matematického modelu,
- ❑ doba trvání činnosti je považována za náhodnou veličinu s určitým rozdělením pravděpodobnosti,
- ❑ používá se tam, kde nelze přesně stanovit doby trvání činností, lze je však přibližně odhadnout rozpětím určitého intervalu,



Výpočet metodou PERT

- pro trvání každé činnosti se udávají tři časové odhady:
 - optimistický odhad trvání činnosti (a) - nejkratší doba trvání, ideální průběh činnosti, v praxi málo reálný,
 - pravděpodobný odhad trvání činnosti (m) - doba trvání za reálných okolností, doba, která by se nejčastěji vyskytovala při vícenásobném opakování činnosti za stejných podmínek,
 - pesimistický odhad (b) - nejdelší možná doba trvání činnosti za nejnepříznivějších podmínek,

Platí: $a \leq m \leq b$

m - modus, (b - a) - variační rozpětí

Zavedeme:

t_e - očekávanou (střední) dobu trvání

σ_{te}^2 - rozptyl (variabilita rozdělení souboru náhodných hodnot kolem její střední hodnoty)

[směrodatná odchylka](#)



Výpočet metodou PERT

- ❑ Zvolíme-li v intervalu (a,b) diskrétní hodnoty doby trvání zvolené činnosti a zkoumáme-li pravděpodobnost s jakou těchto hodnot nabývá, získáme rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, které je dané hustotou pravděpodobnosti neboli *frekvenční funkcí*.
- ❑ Průběh frekvenční funkce nejbližše vystihuje β – rozdělení. Lze odvodit vztahy:

$$t_e = (a + 4m + b) / 6$$

$$\sigma_{te}^2 = ((b - a) / 6)^2$$



Výpočet metodou PERT

- V případě jednoznačného určení doby trvání činnosti (i,j), kdy $a = m = b = y_{ij}$, platí :

$$t_e = (y_{ij} + 4y_{ij} + y_{ij}) / 6 = y_{ij} ;$$

$$\sigma_{t_e}^2 = ((y_{ij} - y_{ij}) / 6)^2 = 0$$



Výpočet metodou PERT

- Výpočet očekávané střední doby trvání dané činnosti:

i	j	a	m	b	te	σ_{te}^2
1	2	5	7	9	7	0.44
2	3	2	4	6	4	0.44
2	4	1	3	6	3.2	0.69
2	5	1	5	7	4.7	1
3	4	0	0	0	0	0
3	6	2	3	4	3	0.11
4	6	1	2	3	2	0.11
5	6	2	4	5	3.8	0.25



Výpočet metodou PERT

- ❑ Pomocí očekávané doby trvání všech činností stanovíme v metodě PERT kritickou cestu obdobně jako u metody CPM. Navíc počítáme rozptyly:
- ❑ Nejdříve možné časy - pro všechny činnosti vystupující z i-tého uzlu:

$$\sigma_k^2 = \sigma_{Ti}^2 + \sigma_{te}^2$$

- ❑ Nejpozději přípustné časy - pro všechny činnosti vstupující do j-tého uzlu:

$$\sigma_{Tij}^2 = \sigma_{Tj}^2 + \sigma_{te}^2$$

Hodnota kritické časové rezervy KR_i udává očekávanou hodnotu této rezervy.



Síťová analýza

