2. Paralelní systémy procesů

Def.: Proces je sekvenčně prováděný program ve vlastním adresovém prostoru.

Stav procesu je definován stavem proměnných a pozicí v programu.

2.1 Analýza paralelního provádění procesů:

Jako proces můžeme uvažovat také paralelně prováděné příkazy a instrukce. Nezajímá nás děj uvnitř procesu, pouze stav na začátku a po ukončení.

$\overline{P_i}$ zahájení procesu P_i

$\underline{P_i}$ ukončení procesu P_i

$\mathrm{P} = \{P_1, \ldots, P_n\}$ množina procesů

$\mathrm{T} = (\mathrm{P}, \prec)$ systém procesů s relací částečného uspořádání

$\prec$ je reflexivní, tranzitivní a antisymetrická

$< \equiv \{(x,y) | x \prec y \wedge x \neq y\}$ ostré uspořádání – význam:

$T_i < T_j$ T_i musí skončit před zahájením T_j

$< = \varnothing$ nezávislý systém procesů

P_i a P_j mohou být prováděny paralelně $\Leftrightarrow \neg P_i < P_j \wedge \neg P_j < P_i$

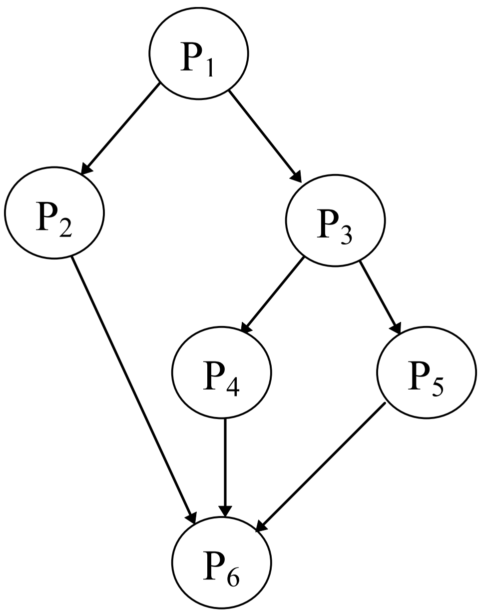
Graf systému procesů (precedenční graf) - relace pokrytí

$<_H \equiv \{(x,y) \mid x < y \wedge \neg(\exists z(x < z \wedge z < y))\}$

$< \; = (<_H)^+$ (tranzitivní uzávěr)

$\prec \; = < \cup \mathrm{E}$ (identická relace)

Příklad:



$P = \{ P^1, P^2, P^3, P^4, P^5, P^6 \}$
$< \; = \{(P^1, P^2), (P^1, P^6), (P^1, P^3),$
$(P^1, P^4), (P^1, P^5), \; ... \}$

Posloupnost provádění paralelního systému $\alpha = a_1, \dots , a_{2n}$:

1. $\overline{P_i}$ a $\underline{P}_i$ jsou v posloupnosti právě jednou (začátek,konec)
2. $a_x = \overline{P_i} \wedge a_y = \underline{P}_i \Rightarrow x < y$ (začátek před koncem)
3. $a_x = \underline{P}_i \wedge a_y = \overline{P_j} \wedge P_i < P_j \Rightarrow x < y$ (relace usp. procesů)

Posloupnost stavů $\sigma = s_0, s_1, \dots, s_{2n}$:

$s_i = (v_{1i}, \dots, v_{mi})$	stav proměnných $v_1, \dots, v_m$
s_0	počáteční stav
$s_{i-1} \rightarrow s_i$	stavový přechod při provedení a_i

Def.: Uzavřený systém procesů - existuje nejmenší a největší prvek v relaci uspořádání

Konkatenace	$T_1 \bullet T_2$
Paralelní kombinace	$T_1 \| T_2$
Iterace	$T^k = T_1 \bullet \dots \bullet T_k$

2.2 Determinismus

Bude výsledek paralelního systému při paralelním provádění vždy stejný bez ohledu na posloupnost provádění?

Pokud ano, pak nazýváme paralelní systém časově nezávislým, **deterministickým**.

Výsledek je nedeterministický, pokud výsledky jednotlivých procesů závisí na pořadí jejich provádění.

$R(P_i)$ množina čtených proměnných procesu P_i
$W(P_i)$ množina zapisovaných proměnných procesu P_i
$f_i: R(P_i) \rightarrow W(P_i)$ přechodová funkce (interpretace)

$s_{i-1} \rightarrow s_i$ $s_i = s_{i-1}$ pro $a_i = \overline{P_i}$ (zahájení)
$s_i = (v_{1i}, \ldots, v_{mi})$ pro $a_i = \underline{P_i}$ (konec)
$v_{xi} = f_{xi}(v_{yj})$ pro $v_x \in W(P_i)$, $v_y \in R(P_i)$, $a_j = \overline{P_i}$
$v_{xi} = v_{xi-1}$ pro ostatní

Posloupnost hodnot $V_x(\alpha) = (v_{xi})$, $\forall P_i \in \alpha \wedge v_x \in W(P_i)$
$V_x(\varepsilon) = V_{x0}$
$V_x(a_1, \ldots, a_k) = V_x(a_1, \ldots, a_{k-1}), v_{xk}$ pro $a_k = \underline{P_i}$, $v_x \in W(P_i)$
$V_x(a_1, \ldots, a_{k-1})$ v ostatních případech

Def.: Paralelní systém je deterministický, jestliže pro daný počáteční stav s0 je $V_x(\alpha) = V_x(\alpha')$, $1 \leq x \leq m$, pro všechny posloupnosti provádění α a α'.

Jinak: Posloupnost hodnot zapisovaných do všech proměnných závisí pouze na počátečním stavu proměnných.

Příklad:

init x = 0

P_1: x:=x+1 P_2: x:=x+1

Postupné provádění:

$T_1=(\{P_1\}, \emptyset\}$ $T_2=(\{P_2\}, \emptyset\}$

$s_0 = (0)$

$R(P_1) = R(P_2) = W(P_1) = W(P_2) = \{x\}$

T_1 je deterministický $V(\alpha) = (1)$

T_2 je deterministický $V(\alpha) = (1)$

T1||T2?

α	s_i	$V(\alpha)$
$\overline{P}_1\underline{P}_1\overline{P}_2\underline{P}_2$	((0),(1),(1),(2))	(1, 2)
$\overline{P}_1\overline{P}_2\underline{P}_1\underline{P}_2$	((0),(0),(1),(1))	(1, 1)

T1||T2 není deterministický

Nezávislé procesy mají $R(P_i) \cap W(P_j) \neq \emptyset$

Def.: Bernsteinovy podmínky neinterference:

Dva procesy P_i a P_j jsou neinterferující, jestliže platí:

1. $P_i < P_j$ nebo
2. $P_j < P_i$ nebo
3. $R(P_i) \cap W(P_j) = W(P_i) \cap R(P_j) = W(P_i) \cap W(P_j) = \emptyset$

Věta: Paralelní systém skládající se ze vzájemně neinterferujících procesů je deterministický.

Obecně se jedná se o podmínku postačující, můžou existovat interferující paralelní systémy, ale jejich determiničnost závisí na definici přechodové funkce f_i (např. f_i = konstanta).
Podmínkou nutnou je v případě, že má být zaručena determiničnost pro všechny možné definice přechodové funkce.

2.3 Maximálně paralelní systém

Pro každý deterministický paralelní systém a počáteční stav existuje právě jedna sekvence hodnot pro všechny proměnné.

Def.: Dva paralelní systémy obsahující stejné procesy jsou **ekvivalentní**, pokud jsou deterministické a generují stejné sekvence hodnot pro všechny proměnné.

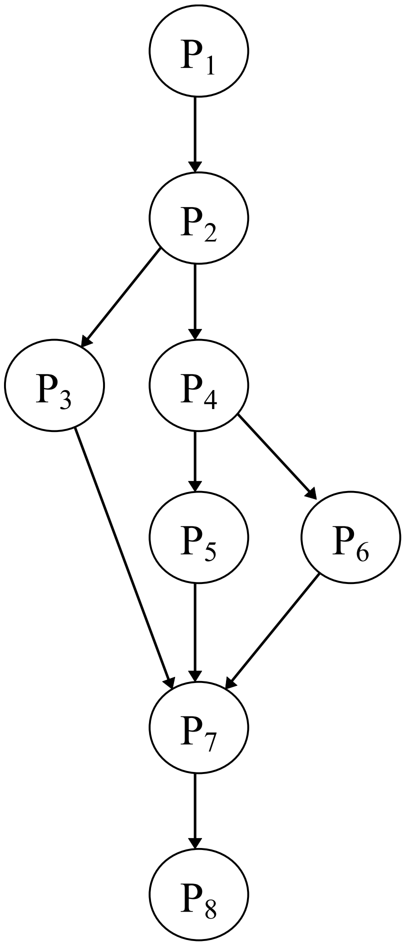
Def.: Paralelní systém T je **maximálně paralelní**, pokud je deterministický a vyjmutí libovolné hrany (P_i, P_j) z grafu pokrytí způsobí, že P_i a P_j budou interferující.

Věta: Maximálně paralelní systém T' = (P, <') pro systém T = (P, <) sestrojíme tak, že sestavíme relaci uspořádání:

$$<' = (\{(P_i, P_j) \in < \mid (R(P_i) \cap W(P_j) = W(P_i) \cap R(P_j) = W(P_i) \cap W(P_j) \neq \emptyset\})^+$$

(všechny interferující dvojice procesů)

Příklad:



$T = (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8)$

	R(P_i)	**W(P_i)**
V_1	1,2,7,8	3
V_2	1,7	5
V_3	3,4,8	1
V_4	3,4,5,7	2,7
V_5	6	4,6,8

$< \; = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1, 5),...\}$

$<' = \{(1,3), (1,4), (1,5), (1,8),$
$(2,3), (2,4), (2,5), (2,7),$
$(3,7), (3,8),$
$(4,6), (4,7), (4,8),$
$(5,7), (6,8)\}$