

S T T

1

NAND

$\neg(A)$	$\neg(B)$	$\neg(A)$	$\neg(T)$	$\neg(A \vee B)$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg(\neg A)$	$\neg(A \rightarrow B)$	$\neg(A \equiv B)$	$\neg(A B)$
0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1	0

$$A \equiv B \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$$

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$$

$$\left. \begin{aligned} A \wedge B &\Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B) \\ A \vee B &\Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B) \end{aligned} \right\} \text{DIT}$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)$$

$$A \vee B \Leftrightarrow \neg A \rightarrow B$$

\wedge, \neg
 \vee, \neg
 $|$

A	B	A B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

~~$A \Leftrightarrow$~~

$$\neg A \Leftrightarrow A|A$$

$$\top \Leftrightarrow A|(\neg A) \Leftrightarrow A|(A|A)$$

$$\perp \Leftrightarrow \neg \top \Leftrightarrow \underline{(A|(A|A))|(A|(A|A))}$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow \neg(A|B) \Leftrightarrow (A|B)|(A|B)$$

$$A \vee B \Leftrightarrow \neg(\neg(A \wedge B)) \Leftrightarrow \neg(\neg(A|B)|(A|B)) \Leftrightarrow ((A|B)|(A|B))|((A|B)|(A|B))$$

$$\neg((A|A) \perp (B|B)) \Leftrightarrow$$

$$\neg(((A|A)|(B|B))|(A|A)|(B|B)))$$

\vdots
 NK

$$(A \wedge B) \rightarrow C$$

$$\neg(A \wedge B) \vee C$$

$$\neg((A \wedge B) \wedge \neg C)$$

$$\neg(\underbrace{\neg(\neg(A \wedge B))}_{(A \wedge B)} \wedge \neg C)$$

$$\neg(\neg(A \vee B) \wedge \neg C)$$

$$\neg(((A \vee B) \vee (A \vee B)) \wedge (C \vee C))$$

$$(((A \vee B) \vee (A \vee B)) \vee (C \vee C))$$

NNF - negatív normatív forma

\wedge, \vee, \neg

$\neg \dots$ je pred prvotnými výrokmi

$$(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow B$$

① zbarim se \equiv

② zbarim se \rightarrow

$$\neg(A \wedge (\neg A \vee B)) \vee B$$

③ přesun \neg k PV pomocí D17

$$(\neg A \vee \neg(\neg A \vee B)) \vee B$$

$$(\neg A \vee (A \wedge \neg B)) \vee B$$

$$(A \rightarrow B) \equiv (B \rightarrow A)$$

① odstranění \equiv

$$((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)) \wedge ((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B))$$

② ... \rightarrow

$$((\neg A \vee B) \vee (B \vee \neg A)) \wedge (\neg(B \vee \neg A) \vee (\neg A \vee B))$$

③ přechod $\rightarrow \downarrow$

$$((A \wedge \neg B) \vee (B \vee \neg A)) \wedge ((\neg B \wedge A) \vee (\neg A \vee B))$$

$$(A1) \quad \overline{A} \xrightarrow{A} (B \rightarrow A)$$

$$(A2) \quad (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$(A3) \quad (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

$$\text{MP} \quad \frac{A \quad (A \rightarrow B)}{B}$$

$$\boxed{A \rightarrow A} \quad \begin{array}{l} 1 \Rightarrow \psi \\ 2 \Rightarrow \psi \rightarrow \psi \\ 3 \Rightarrow \psi \end{array} \quad \begin{array}{l} (A1) \end{array}$$

$$1 \vdash A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)$$

$$2 \vdash (A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A)) \quad (A2)$$

$$\cancel{3} \vdash (A \rightarrow (\boxed{A \rightarrow A} \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow \boxed{A \rightarrow A}) \rightarrow (A \rightarrow A))$$

$$3 \vdash (A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A) \quad (1, 2, \text{MP})$$

$$4 \vdash \boxed{A \rightarrow (A \rightarrow A)} \quad \psi \quad (A1)$$

$$5 \vdash \boxed{A \rightarrow A} \quad \psi$$

$$\vdash X \quad (3, 4, \text{MP})$$

$$\frac{\vdash X \rightarrow Y}{\vdash Y}$$

$$\frac{\vdash \psi \quad \vdash \psi \rightarrow \psi}{\vdash \psi}$$

$$\underline{\vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)}$$

$$\text{VD} \\ \top \vdash \varphi$$

$$\top \vdash \varphi \rightarrow \psi \Leftrightarrow \top, \varphi \vdash \psi$$

$$\top \cup \{\varphi\}$$

$$\langle \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A) \rangle \rightarrow \langle \neg A \rightarrow (A \rightarrow B) \rangle$$

A C

$$1) \vdash \langle \neg B \rightarrow \neg A \rangle \rightarrow \langle A \rightarrow B \rangle \quad (A3)$$

$$2) \vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A) \quad (A1)$$

$$3) \neg A \vdash \neg B \rightarrow \neg A \quad (2, \text{VD})$$

$$4) \neg A \vdash A \rightarrow B \quad (1, 3, \text{MP})$$

$$5) \vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B) \quad (4, \text{VD})$$

$$\vdash \boxed{\neg\neg A \rightarrow A}^{\psi_1}$$

$$1 \vdash \neg\neg A \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg\neg A) \quad (\text{pred. p2})$$

$$2 \vdash (\neg A \rightarrow \neg\neg A) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A) \quad (A3)$$

$$3 \vdash \neg\neg A \vdash \neg A \rightarrow \neg\neg A \quad (1, VD)$$

$$4 \vdash \neg\neg A \vdash \neg\neg A \rightarrow A \quad (2, 3, MP)$$

$$5 \vdash \neg\neg A \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A) \quad (4, VD)$$

$$6 \vdash \boxed{\neg\neg A \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A)} \rightarrow ((\neg\neg A \rightarrow \neg\neg A) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A)) \quad (A2)$$

$$7 \vdash (\neg\neg A \rightarrow \neg\neg A) \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A) \quad (5, 6, MP)$$

$$8 \vdash (\neg\neg A \rightarrow \neg\neg A) \quad (\text{pred. p2})$$

$$9 \vdash \neg\neg A \rightarrow A \quad (7, 8, MP)$$

$$5' \vdash \neg\neg A \vdash A \quad (4, VD)$$

$$6' \vdash \neg\neg A \rightarrow A \quad (5', VD)$$

$$A \rightarrow \neg\neg A \quad \varphi_2$$

$$1 \vdash (\neg\neg\neg A \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \neg\neg A) \quad (A3)$$

$$2 \vdash \neg\neg\neg A \rightarrow \neg A \quad (\text{pred. pf.})$$

$$3 \vdash A \rightarrow \neg\neg A \quad (1, 2, \text{MP})$$

$$A, \neg A \vdash \varphi$$

$$1 \vdash (\neg \varphi \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \varphi) \quad (A3)$$

$$2 \vdash \neg A \rightarrow (\neg \varphi \rightarrow \neg A) \quad (A1)$$

$$3 \neg A \vdash \neg \varphi \rightarrow \neg A \quad (2, VD)$$

$$4 \neg A \vdash A \rightarrow \varphi \quad (1, 3, MP)$$

$$5 \neg A, A \vdash \varphi \quad (4, VD)$$

$$T, A \vdash B$$

$$T, \neg A \vdash B$$

$$T \vdash B$$