

(1)  $\vdash (\neg \varphi \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \varphi)$  (A3)

(2)  $\vdash \neg A \rightarrow (\neg \varphi \rightarrow \neg A)$  (A7)

(3)  $\neg A$

(4)  $\vdash \neg \varphi \rightarrow \neg A$

(5)  $\vdash \neg \varphi$  (VD)

(6)  $\vdash \neg A \rightarrow \neg \varphi$  (1)(3), MP

(7)  $\vdash \neg A, A \vdash \varphi$

(8)  $\vdash \varphi$  (VD)

$\vdash A \rightarrow (A \rightarrow B)$

$\boxed{\quad}$

(1)  $+ (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

(A3)

(2)  $\vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$

(A1)

(3)  $\vdash \neg A \rightarrow \neg B \rightarrow A$

(A2)

(4)  $\vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

(A1)

~~(5)  $\vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$~~

(5)  $\vdash \neg A, \neg B \vdash \neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

(A1)  $A \Rightarrow (\beta \rightarrow A)$

(A2)  $((A \rightarrow (\beta \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow \beta) \rightarrow (A \rightarrow C))$

(A3)  $(\neg \beta \rightarrow \neg A) \rightarrow ((A \rightarrow \beta) \rightarrow (A \rightarrow C))$

$\frac{A}{A \rightarrow \beta}$

$\frac{B}{}$

~~$\neg \neg A \rightarrow A$~~

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

$$(1) \quad T \neg A \rightarrow A$$

$$(2) \quad \neg \neg A \vdash A$$

$$(3) \quad T (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

$$(4) \quad (A \rightarrow B) \vdash A \rightarrow B$$

$$(5) \quad \neg \neg A, (A \rightarrow B) \vdash B$$

$$T B \vdash \neg \neg B$$

$$(6), (7), \text{MP}$$

$$(7) \quad \neg \neg A, (A \rightarrow B) \vdash \neg \neg B$$

$$(8) \quad (A \rightarrow B) \vdash \neg \neg A \rightarrow \neg \neg B$$

$$(9) \quad T (\neg A \rightarrow \neg B) \vdash (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$(10) \quad (A \rightarrow B) \vdash \neg B \rightarrow \neg A$$

$$(11) \quad T (A \rightarrow B) \vdash (\neg B \rightarrow \neg A)$$

(12), VD

(13), VD

(14), VD

(15), VD

(16), VD

(17), VD

(18), VD

$\vdash A \rightarrow \neg A$

LH

- (1)  $\vdash \neg \neg A \rightarrow \neg A$  (L3)  
(2)  $\vdash (\neg \neg A \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow \neg \neg A)$  (A3)  
(3)  $\vdash A \rightarrow \neg \neg A$  (3)

MP

(1), (2), MP

$\vdash \neg A \supset A$

$\boxed{L^3}$

$$(1) \vdash \neg \neg A \supset (\neg A \supset \neg \neg A)$$

$$(2) \vdash (\neg A \supset \neg \neg A) \supset (\neg A \supset A)$$

(1), (2)  
 $\neg A$

$$(3) \neg \neg A \vdash \neg A \supset \neg \neg A$$

(1), VD  
 $\neg A$

$$(4) \neg \neg A \vdash \neg \neg A \supset A$$

(2), (3), MP  
 $\neg A$

$$(5) \vdash \neg \neg A \supset (\neg \neg A \supset A)$$

(4), VD  
 $\neg A$

$$(6) \vdash (\neg \neg A \supset (\neg \neg A \supset A)) \supset ((\neg A \supset \neg \neg A) \supset (\neg A \supset A))$$

(2), (5), MP  
 $\neg A$

$$(7) \vdash (\neg A \supset \neg \neg A) \supset ((\neg \neg A \supset A) \supset (\neg A \supset A))$$

(2), (6), MP  
 $\neg A$

$$(8) \vdash \neg A \vdash (\neg \neg A \supset A)$$

(7), (8), MP  
 $\neg A$

$$(9) \vdash \neg A \vdash (\neg \neg A \supset A)$$

(10), VD  
 $\neg A$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$

$\vdash A \rightarrow A$

(1)  $\vdash \neg \neg A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)$

(A1)

(2)  $\vdash (A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$

(A2)

(3)  $\vdash \neg \neg A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$

(A3)

(4)  $\vdash \neg \neg A \rightarrow (A \rightarrow A)$

(A4)

(5)  $\vdash A \rightarrow A$

(A5)

(1), (2), NP

APR

NAND

$\neg(A \wedge B)$	$\neg(\neg A) \vee (\neg B)$	$\neg(\neg(\neg A)) \vee \neg(\neg B)$	$\neg(\neg(\neg(\neg A))) \vee \neg(\neg(\neg B))$	$\neg(\neg(\neg(\neg(\neg A)))) \vee \neg(\neg(\neg(\neg B)))$	$\neg(\neg(\neg(\neg(\neg(\neg A)))) \vee \neg(\neg(\neg(\neg B))))$
1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0

$$A = B \Leftrightarrow \underbrace{(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)}_{\varphi}$$

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$$

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$$

$$A \wedge B \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$$

$$A \vee B \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$$

T

1

NNF = N, V,  $\neg$

je n'a absoch

$$(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$$

1. odstavit ekvivalence  $\equiv$

2. odstavit implikaci  $\rightarrow$

$$\neg(A \wedge (\neg A \vee B)) \vee B$$

3 - pontijee Per Morganii zeny na  
posun  $\rightarrow$  2 atomu

$$(\neg A \vee \neg(\neg A \vee B)) \vee B$$

$$(\neg A \vee (A \wedge \neg B)) \vee B$$

$$\frac{\neg(A) \vee \neg(B)}{\neg(A \vee B)}$$

$\neg(A)$	$\neg(B)$	$\neg(A \vee B)$
0	0	1
0	1	1

$$\neg A \Rightarrow A \mid A$$

$$T \Leftrightarrow A \mid (\neg A) \Leftrightarrow A \mid (A \mid A)$$

$$T \Leftrightarrow \neg T \Leftrightarrow (A \mid (A \mid A)) \mid (A \mid (A \mid A))$$

$\neg(A)$	$\neg(A \mid A)$	$\neg(A \mid (A \mid A))$	$\neg(\neg(A \mid A))$
0	1	1	1
1	0	1	0

$$A \wedge B \Rightarrow (A \mid B) \mid (A \mid B)$$

$$A \vee B \Rightarrow ((A \wedge A) \wedge (B \wedge B)) \Rightarrow (A \mid A) \mid (B \mid B)$$

$(A \wedge B) \rightarrow C$  ( $\Leftarrow$ )

$\neg(A \wedge B) \vee C$  ( $\Leftarrow$ )

~~$(A \wedge B) \vee (A \wedge B) \vee C$~~

$(A \wedge B) \vee C$

$((A \wedge B) \vee C) \wedge ((A \wedge B) \vee (C \wedge C))$

$T A \rightarrow A$

$\boxed{L}$

$T(A \rightarrow (\underline{A \rightarrow A}) \rightarrow A) \rightarrow ((A \rightarrow (\underline{A \rightarrow A})) \rightarrow (A \rightarrow A))$  (A2)

$T(\underline{A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)})$

$T(\underline{A \rightarrow (A \rightarrow A)})$

$(\forall x)$

$(A \rightarrow)$