Problém P: pro danou CFG G a Reg. množinu R, určit

$L(G) = R$

$\alpha_i, \beta_i \in \Sigma^*$

$\boxed{P \text{ není ani RE}}$

$\boxed{co\text{-}PCP \leq P}$

$\langle G\rangle \# \langle R\rangle \in P \Leftrightarrow L(G) = R$

$PS\ S = \langle (\alpha_1, \beta_1), (\alpha_2, \beta_2), \ldots, (\alpha_k, \beta_k)\rangle$

S má řešení ($S \in PCP$) $\Leftrightarrow$

$\exists I = \langle i_1, i_2 \ldots i_m\rangle$:

$\alpha_{i_1}\alpha_{i_2}\cdots\alpha_{i_m} = \beta_{i_1}\beta_{i_2}\cdots\beta_{i_m}$

CFL: $\cup$

DCFL: co-

σ (totální, REC)

$\sigma(S) \to \langle G\rangle \# \langle R\rangle$

$S \in co\text{-}PCP \Leftrightarrow \sigma(S) \in P$

$L_\alpha = \{\alpha_{i_1}\alpha_{i_2}\cdots\alpha_{i_m} \# i_m i_{m-1} \cdots i_1 \mid 1 \leq i_j \leq k\}$

$L_\beta = \{\beta_{i_1}\beta_{i_2}\cdots\beta_{i_m} \# i_m i_{m-1} \cdots i_1 \mid 1 \leq i_j \leq k \text{ pro } 1 \leq j \leq m\}$

$(\Sigma \cup \{\#\} \cup \{i_1 \cdots i_k\})^*$

$\cup$

CFG

$S \to \beta_{i_1} S i_1 \mid \beta_{i_2} S i_2 \ldots$

R

$\boxed{L_\alpha \cap L_\beta = \emptyset \Leftrightarrow S \text{ nemá řešení} \Leftrightarrow S \in co\text{-}PCP}$

G'

$\Updownarrow$

$\overline{L_\alpha \cap L_\beta} = \overline{\emptyset} \Leftrightarrow \boxed{\overline{L_\alpha} \cup \overline{L_\beta}} = \boxed{\overline{\emptyset}}$

$\sigma(S) \to \langle G\rangle \# \langle R\rangle$

RE jsou uzavřeny na substituci

RE L und Σ

RE L_a $\forall a \in \Sigma$

$\Rightarrow$ $\sigma_{L_{a_1}, L_{a_2} \dots}(L) = \{ \underbrace{x_1 x_2 \dots x_m}_{w} \mid \exists b_1 b_2 \dots b_m \in L \land \forall x_i \in L_{b_i} \; i \geq 1 \}$

$L = \{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \}$

$L_0 = \{a\}$

$L_1 = \{ b^m c^m \mid m \geq 1 \}$

$\sigma_{L_0, L_1}(L) = \{ a^n \overbrace{b^{m_1} c^{m_1} \mid b^{m_2} c^{m_2} \dots b^{m_n} c^{m_n}}^{n} \mid n \geq 1, m_i \geq 1 \}$

$n = 1$

$01 \Rightarrow abc$, $abbcc$, ab^5c^5, ...

$n = 2$

0011 $a^2 \mid bc \mid b^5c^5 \mid$

1

$L(M') = \sigma(L)$: $1_{P_{a_1/L_1}}$ [w] $w \stackrel{?}{\in} \sigma(L)$

NTS

hed. rozdělení vstupu na ~~podposloupnost~~ n-částí

$w = w_1 \ldots w_n$ ($w_1 \in \Sigma^*$)

Pro každé w_i nedet vybere $a \in \Sigma$ a ověří zda $w_i \in L(a)$

2 [~~w_i~~ w_{i+1}] a simuluje TS M_a na w_i pokud M zamítá/M' zamítá

$\$ L_a\ a$

Pokud akceptuje pokračuje s dalším w_i

a simuluje ~~RASí~~ M na 3 pásce

RE L nad Σ

RE L_a pro $\forall a \in \Sigma$

$\Sigma_0 = \{a_1 \ldots a_n\}$

$\sigma(L)$

$\parallel$

substituce $\sigma_{L_{a_1} L_{a_2} \ldots L_{a_n}}(L) = \{X_1 \ldots X_m \mid \exists b_1 b_2 \ldots b_m \in L \wedge \forall i \in \{1 \ldots m\} : X_i \in L_{b_i}\}$

$L = \{0^n 1^n / n \geq 1\}$ $L_0 = \{a\}$

$L_1 = \{b^{n_1} c^{n_1} / n_1 \geq 1\}$

$\sigma_{L_0, L_1}(L) = \{a^n b^{n_1} c^{n_1} b^{n_2} c^{n_2} \ldots b^{n_n} c^{n_n}\}$

$n = 1$

0 1

a bc

a bbcc

n^2

0 0 1 1

a^2 bc bc

~~aabbcc~~

$a^2 b^2 c^2 bc$

a a ~~bcbc~~

L_a L_a b^2c^2 bc

L_b L_b

Diagonalizace

Pokažte, že $\mathbb{R}$ není spočetná

$|\mathbb{N}| \neq |\mathbb{R}| \Leftrightarrow \nexists$ bijektivní funkce f:

$f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

$M = (0,1) \subseteq \mathbb{R} \wedge m \in M$ mamá jednoznačný dekadický zápis ($m \neq 0.\overline{3}$ atd.) $m_i = 0{,}123\ldots$

Předpokládáme, že existuje bijekce $f\ \mathbb{N} \to M$:

$\exists i \in \mathbb{N}\ f(i)$ je ~~mmm~~ m_i $m_i \in M$

f nám očísluje čísla z M

	0	1.	2.	4	i
$f(0) = m_0$	d_{00}	d_{01}			
$f(1) = m_1$					
⋮					

$\to$ číslice na i-pozici

Spor

$c = 0{,}l_1 l_2 \ldots$

$\forall d_i \geq 1: \ l_i = \begin{cases} 1 & d_{ii} \neq 1 \\ 2 & \text{jinak} \end{cases}$

$\forall i \geq 1: \ c \neq f(i) \rightsquigarrow$ liší se na pozici l_i

f není surjektivní

každý kontextový jazyk L je rovněž REC

~~LLLA~~ LOA $\boxed{M}$ ⇝ úplný TS $\boxed{M'}$

simulova M

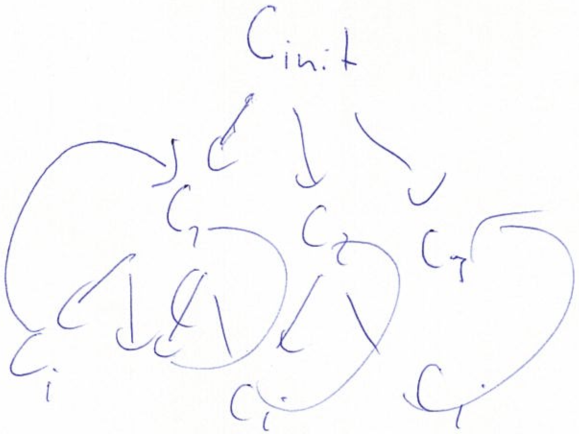
$L(M) = L(M')$

- M akceptuje do $C+1$ kroků pak M' akceptuje
- jinak M' zamítá

$\exists\, m \in \mathbb{N}$: že m [je max počet kroků] :

LOA akceptuje lib $w \in L(M)$ v max m krocích ⟺ LOA M akceptuje w

w_1
$w_2 \in L(M)$
w_3



Γ – páskoví abeced

$Q \times$ obsah pásky $\times$ pozice hlavy

kona $\boxed{|Q| \times |\Gamma|^n \times n = C}$

$L_{konte} \subset L_{rec} \subset L_{RE}$

Dokažte $co\text{-}HP \notin RE$

$HP = \{\langle M \rangle \# \langle w \rangle \mid$ TS M zastaví na $w\}$

není REC

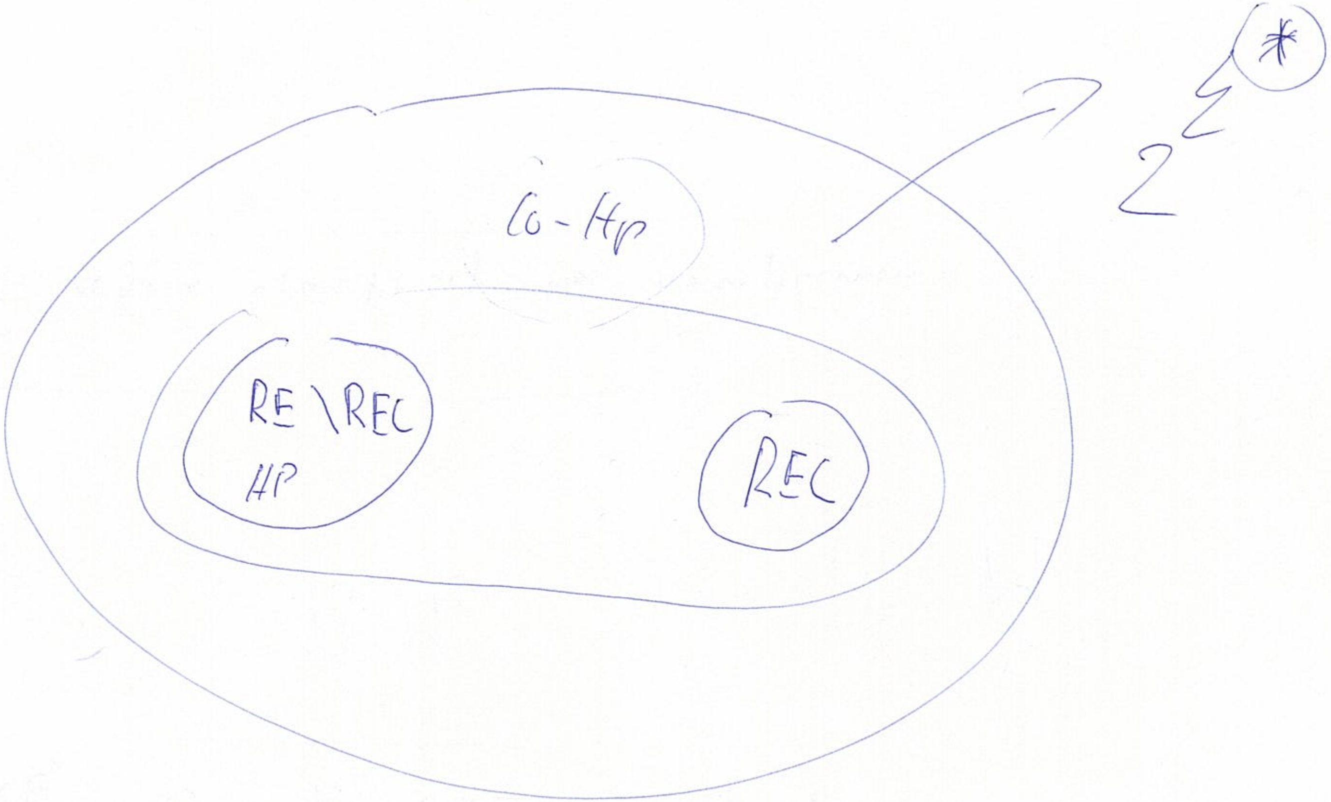
je RE

kdyby $co\text{-}HP \in RE \Rightarrow HP \in REC$ spor!

TS M_1' TS M_2

M

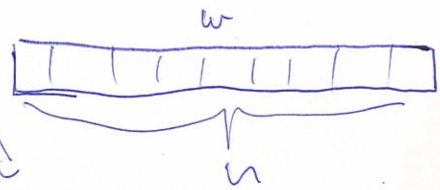
RE nejsou uzavřeny na komplement



$\exists L$

L není RE $\wedge$ $\bar{L}$ není RE

LOA (alternativní, ale ekvivalentní definice)



TS simulující LOA M → může cyklit!

~~[illegible]~~

můžeme určit max počet kroků m ~~[illegible]~~:
LOA M akceptuje v max m krocích
⟺
LOA akceptuje ?

⟹

T simuluje M max m kroků
⟹
T je úplný

klíčové pozorování!

máme konečný počet konfigurací

~~[illegible]~~ |Q|

~~[illegible]~~

$|\Gamma|^n \cdot n \cdot |Q|$ = m stavů

obsah pásky

pozice hlavy

C_1
⟹
$C_2\, C_3\, C_4\, C_5$
⟹ ⟹

m+1 kroků

musel jsem již navštívit nějakou konfiguraci
⟹
cyklit

Dotazy k STI

$L_{AB} \cap L = \emptyset \iff$ PS nemá řešení

DCF DCF

není DCF

L_{AB}

$\overline{L_{AB} \cap L} = \overline{\emptyset}$

$\Updownarrow$

$\overline{L_{AB}} \cup \overline{L} = \overline{\emptyset}$

proč je nutné jít přes

Pro danou CFG G

Problém P: ~~…~~ a reg množinu R

určit zda $L(G) = R$

$\text{Co-PCP} \leq P_{REG}$

σ (…)

$\sigma(S) \to \langle G \rangle \# \langle R \rangle$

$S \in \text{coPCP} \iff L(G) = R$

PS $S = \langle (\alpha_1, \beta_1), (\alpha_2, \beta_2), \ldots (\alpha_k, \beta_k) \rangle$

$S \in \text{Co-PCP} \iff$

$\nexists I = \langle i_1, i_2, \ldots i_m \rangle$:

$1 \leq i_j \leq k$, $m \geq 1$

$\alpha_{i_1} \alpha_{i_2} \ldots \alpha_{i_m} =$

$\beta_{i_1} \beta_{i_2} \ldots \beta_{i_m}$

$L_A \cap L_B = \emptyset \iff$ PS nemá řešení

DCFL DCFL

$\Updownarrow$

$\overline{L_A \cap L_B} = \overline{\emptyset}$

$\Uparrow$

$\overline{L_A} \cup \overline{L_B} = \overline{\emptyset}$

CFL

Reg

Dokažte, že $\mathbb{R}$ není spočetná!

$|\mathbb{N}| \neq |\mathbb{R}|$

$\nexists$ bijektivní funkce $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

$M = (0,1) \subseteq \mathbb{R}$ $\quad (m = 0{,}3 \in M)$

$|\mathbb{N}| \neq |M|$

$m_i = 0{,}c_1 c_2 c_3 c_4 \ldots$

$m_1 = 0{,}d_{11} d_{12} d_{13} d_{14} \ldots$

i-tá číslice v m_j

$|S| = |\mathbb{N}|$

$H \ldots)$

$f(i) = i/2$

$f(x)$

$f\ S \to N$

$f(i) = i/2$

$f\ N \to S$

Předpokládám že $\exists$ bijekce $f: \mathbb{N} \to M$

	1	2	3	4	5		i
$f(1) = m_1$	d_{11}	d_{12}	d_{13}	…			
$f(2) = m_2$	d_{21}	d_{22}					
$f(3)$	d_{31}						
$f(j)$	3	3	3	7	7 7	7 7	
$f(i) = m_i$							d_{ii}

$m_i \to d_{ii}$

$c_1 = \begin{cases} 1 & \text{pokud } d_{11} \neq 1 \\ 2 & \text{jinak} \end{cases}$

$c_2 = \begin{cases} 1 & \text{pokud } d_{22} \neq 1 \\ 2 & \text{jinak} \end{cases}$

$d_{ii} \in \{0, \ldots 9\}$

spor

číslo

$\bar{C} = 0{,}c_1 c_2 c_3 c_4 \ldots c_i$

$\nexists m_i = \bar{C}$ $\to$ $\nexists i\ f(i) = \bar{C}$

není surjekce

$c_i = \begin{cases} 1 & \text{pokud } d_{ii} \neq 1 \\ 2 & \text{jinak} \end{cases}$