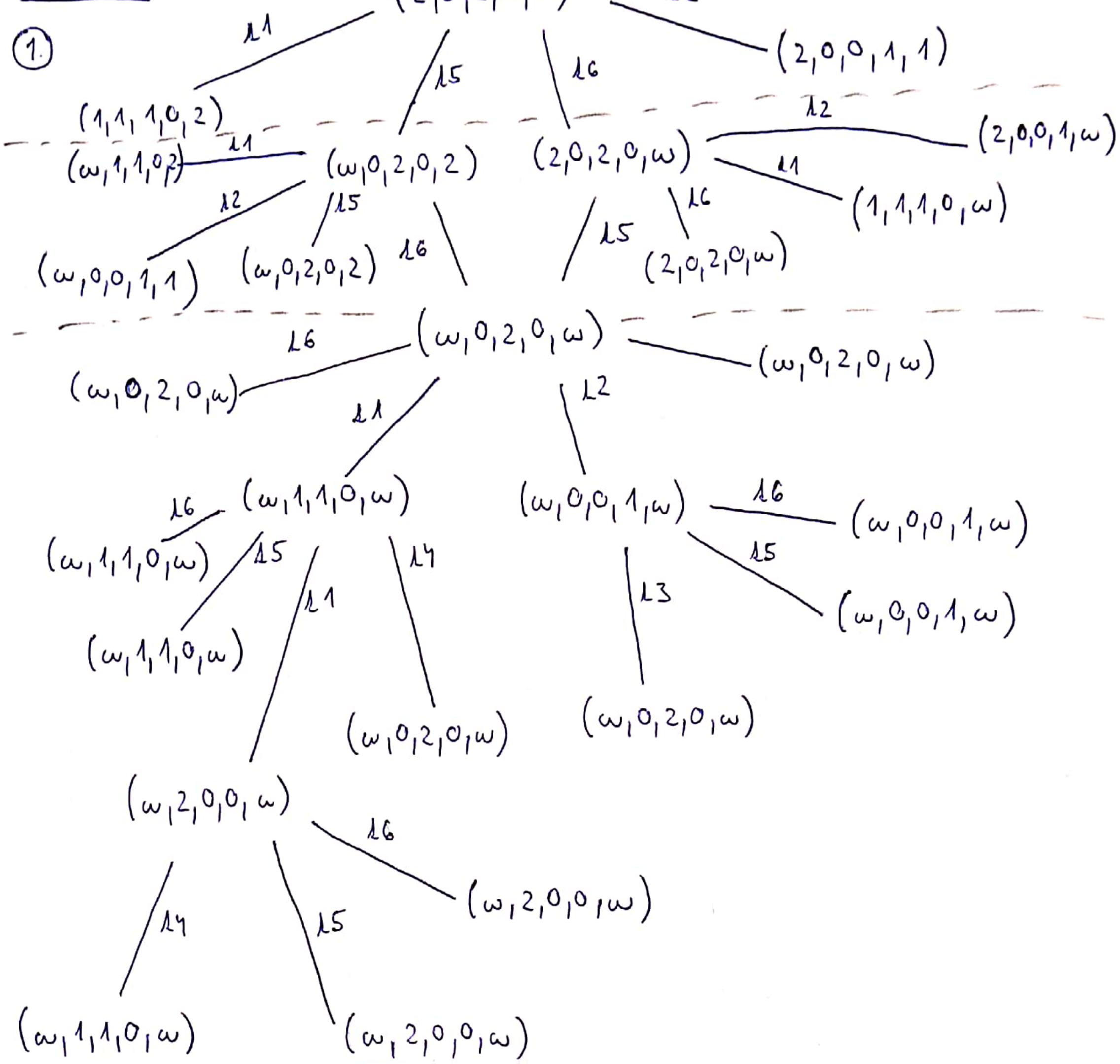
Príklad 1

1.



a) daná sieť nie je obmedzená -> strom dosiahnuteľných značení nemá konečný stavový priestor -> neekvivalencia s konečnými automatmi. Stavová množina môže vďaka prechodom t5 a t6 rásť donekonečna. Signalizuje to ω.

b) daná sieť nie je bezpečná -> existuje značenie $M \in [M_0\rangle$, kde $\exists p \in P$. $M(p) > 1$. Jelikož sa v strome dosiahnuteľných značení vyskytuje ω, čo signalizuje, že sieť nie je bezpečná, nakoľko značenie v tomto mieste môže neobmedzene rásť.

c) značenie M_1 nie je pokryteľné -> neexistuje značenie $M' \in [M_0\rangle$ pre ktoré by platilo $M' \geq M_1$. Túto skutočnosť je vidieť zo stromu dosiahnuteľných značení, nakoľko by sme potrebovali, aby v ňom existoval stav napr. $(\omega, 0, 1, 1, \omega)$ alebo iný splňujúci podmienku pokryteľnosti, ale neexistuje.

d) sieť môže byť živá -> pre každé dosiahnuteľné značenie M existuje značenie $M' \in [M\rangle$ také, že ktorýkoľvek $t \in T$ je proveditelné pri značení M'. Signalizuje to aj nekonečný, a stále opakujúci sa, podľa určitej schémy, stavový priestor stromu dosiahnuteľných značení a v ňom prítomná ω.

(2.)

$M_0 = (3,0,2,0,3)$

	t_1	t_2	t_3	t_4
p_1	-1	0	0	1
p_2	1	0	0	-1
p_3	-1	-2	2	1
p_4	0	1	-1	0
p_5	0	-1	1	0

$$
\begin{aligned}
-x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\
-2x_3 + x_4 - x_5 &= 0 \\
2x_3 - x_4 + x_5 &= 0 \\
+x_1 - x_2 + x_3 &= 0
\end{aligned}
$$

sústava rovníc má nekonečne veľa riešení. Pre P invarianty musí platiť $\boxed{N^T \cdot i = 0}$. Z danej rovnosti vzniká vyššie uvedená sústava rovníc.

P-invarianty: (je ich nekonečne veľa)

$(1,1,0,0,0)$

$(0,0,0,1,1)$

$(0,1,1,2,0)$

a) $v_1 = (1,2,1,3,1)$ - po dosadení do rovníc -> je P-invariant

$v_2 = (1,2,1,2,1)$ - po dosadení do rovníc -> nie je P-invariant

b) - nie je striktne konzervatívna, lebo počet značiek sa v rôznych stavoch mení, teda platí

$$\forall M \in [M_0\rangle : \sum_{p \in P} M(p) \neq \sum_{p \in P} M_0(p)$$

Príkladom sú stavy $|(2,0,2,0,2)| = 6$ a $|(2,0,0,1,1)| = 4$

Scanned with CamScanner

- sieť je konzervatívna podľa váhového vektora (1, 2, 1, 3, 1)
  - váhový vektor sme získali lineárnou kombináciou uvedených P-invariantov
  - platí

$$\forall M \in [M_0\rangle : \sum_{i=1}^{n} w_i . M(p_i) = \sum_{i=1}^{n} w_i . M_0(p_i)$$

kde $w = (w_1, w_2 \dots w_n)$ je váhový vektor

- každý P-invariant je váhový vektor, okrem toho, kde sú samé 0

---

c) značenie $M_2 = (3, 0, 1, 1, 2)$ nie je dosiahnuteľné, pretože neplatí pre každý P-invariant

i : $M_2 . i \neq M_0 . i$. Príkladom je P-invariant (1, 2, 1, 3, 1) pre kt. dané tvrdenie nie je platné.

---

d) P-invarianty nám dávajú príklad váhového vektora a potvrdzujú konzervatívnosť podľa daného váhového vektora. Taktiež vravia, že daná sieť je ohraničená, pretože je pokrytá P-invariantami $\Rightarrow$ existuje P-invariant $w = (w_0 \dots w_n)$, kde $w_i > 0$, pre $i \in 0..n$

(3.)

Vychádzam z tabuľky uvedenej v príklade (2.)

Na základe definície T-invariantov musí platiť $N \cdot i = 0$, kde $\underline{N}$ je matica z tabuľky a $\underline{i}$ je vektor (P-invariant). Z uvedeného nám vzniknú rovnice:

$$-x_1 + x_4 = 0$$
$$x_1 - x_4 = 0$$
$$-x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0$$
$$x_2 - x_3 = 0$$
$$-x_2 + x_3 = 0$$

Príklady T-invariantov:

$(0,1,1,0)$

$(1,0,0,1)$

$(1,1,1,1)$

a) $v_1 = (30,20,20,30)$ - po dosadení do sústavy rovníc -> je T-invariant

$v_2 = (2,3,2,3)$ - po dosadení do sústavy rovníc -> nie je T-invariant

b) Veta 9.9 zo skrípt PES (str. 150) hovorí:

Každá živá a ohraničená sieť je pokrytá T-invariantami. Daná veta predstavuje nutnú podmienku pre živosť ohraničenej petriho siete. Vyplýva z nej: Ak nie je daná petriho sieť pokrytá T-invariantami, potom nie je živá, alebo nie je ohraničená.

Z vyššie uvedeného môžeme povedať, že pokiaľ by sieť nebola pokrytá T-invariantami, tak nie je ~~živá~~ živá a zároveň ohraničená.

Všeobecne nám T-invarianty hovoria, koľko krát musíme prevésť daný prechod, aby sme sa, počínajúc určitým značením, dostali naspäť do daného značenia, z čoho sa taktiež dá nepriamo a za istých okolností určiť živosť, avšak nie vždy a nie s absolútnou istotou. Ide skôr o dohady.

Scanned with CamScanner

Príklad 2

1. Výsledky analýzy:

- sieť je bezpečná $\rightarrow \forall p \in P \,.\, M(p) \leq 1$

- sieť je ohraničená $\rightarrow$ nakoľko je sieť bezpečná, tak je aj ohraničená, keďže ohraničenosť je definovaná ako k- bezpečnosť, pre $k \in N^+$

- sieť nie je živá $\rightarrow$ v danej sieti sa vyskytuje prvok zvaný „livelock" $\rightarrow$ označuje situáciu, kde jeden proces beží, ale dosahuje stavy iba z obmedzenej podmnožiny kódu, bez možnosti dosiahnuť cieľového stavu. V našej sieti je možné to interpretovať v rámci simulácie v Netlabe, keďy sa oba flagy nastavia na true

- sieť nie je striktne konzervatívna, ale zároveň existuje ~~aspoň~~ váhový vektor $(1,1,0,1,1,1,0,1,1,0,1,0,1,1)$, ktorý dokazuje, že daná sieť je konzervatívna podľa váhového vektora

- z analýz v Netlabe vyplýva:
  - protokol garantuje vzájomné vylúčenie $\rightarrow$ je bezpečná a konzervatívna podľa váhového vektora. V strome dosiahnuteľných značení vidieť, že P1 a P0 sa nenachádzajú ~~na~~ KS súčasne nikdy.
  - deadlock $\rightarrow$ nemôže nastať $\rightarrow$ zrejmé z analýzy v Netlabe

- sieť zároveň nie je reverzibilná

2. Protokol pri neobmedzenom množstve procesov negarantuje vzájomné vylúčenie, nakoľko pri veľkom počte procesov sa môže stať, že 2 z nich budú mať rovnaký ~~identifikátor~~ index (preťečenie premennej). Z toho dôvodu sa

Tieto dva procesy môžu dostať do kritickej sekcie naraz.

Príklad 3

1. a) $\underbrace{(b1' \to (b4' \to \underbrace{(b2' \to b3')}_{A}))}_{B} \iff b1' \to b4 \vee b2 \vee b3'$

$b1'$	$b2'$	$b3'$	$b4'$	$b2' \to b3'$	$b4' \to A$	$b1' \to B$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

stav systému, kedy by platilo $b1' \wedge b2' \wedge b3 \wedge b4'$ nemôže v danom C/E systéme nikdy nastať, preto ani je pre nás podstatné, či daná formula bude v danom stave systému platná. Pre ostatné prípady je daná formula vždy platná! Z toho vyplýva, že daná formula je platná.

Nakoľko vo faktoch by sme nemali používať negácie, pokúsime sa previesť fakt $b1' \to b4 \vee b2 \vee b3'$ na formulu neobsahujúcu negáciu

daný fakt ~~je ekviv~~ zodpovedá formuli

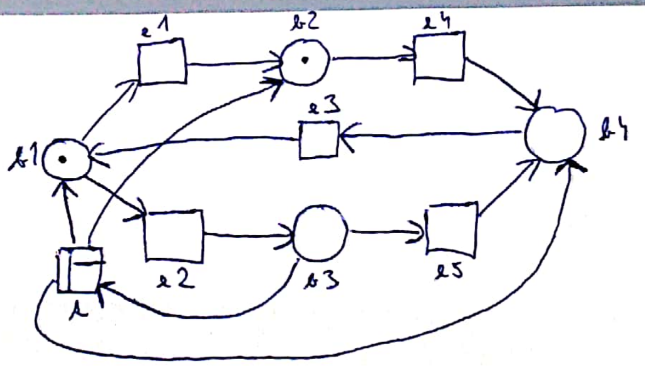
$$b1' \to (b4' \to (b2' \to b3'))$$

podľa definície 6.7 v skriptách PES (strana 88)

Fakt pre formulu uvedenú v zadaní je: $\boxed{b3 \to b1 \vee b2 \vee b4}$

Dôkaz je vo forme pravdivostnej tabuľky, kde dané dve formule (fakty) majú rovnaké pravdivostné hodnoty.

$b1$	$b2$	$b3$	$b4$	$b1 \vee b2 \vee b4$	$b3 \to b1 \vee b2 \vee b4$
1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	1



b) $(b1 \wedge b2) \rightarrow (b2 \vee b4)$

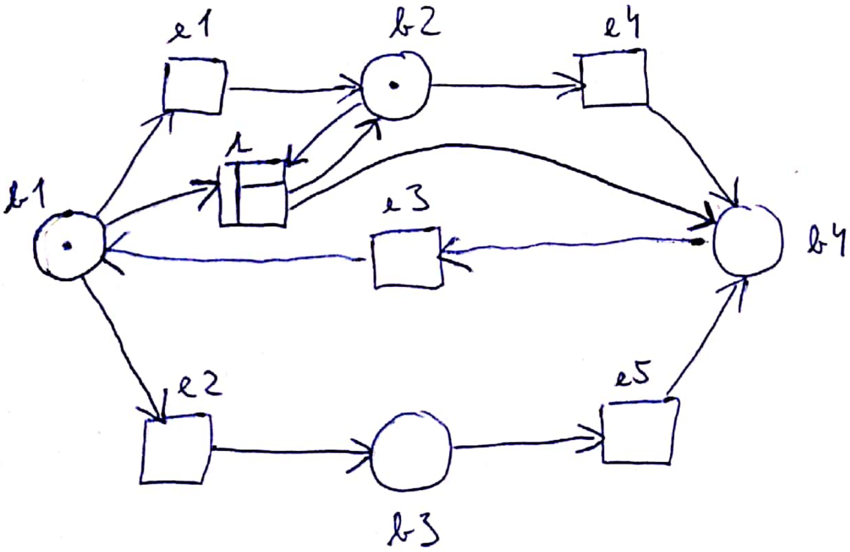
$b1$	$b2$	$b4$	$b1 \wedge b2$	$b2 \vee b4$	$(b1 \wedge b2) \rightarrow (b2 \vee b4)$
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1

Formula je platná vo všetkých stavoch C/E systému.

Z toho vyplýva, že formula je platná.

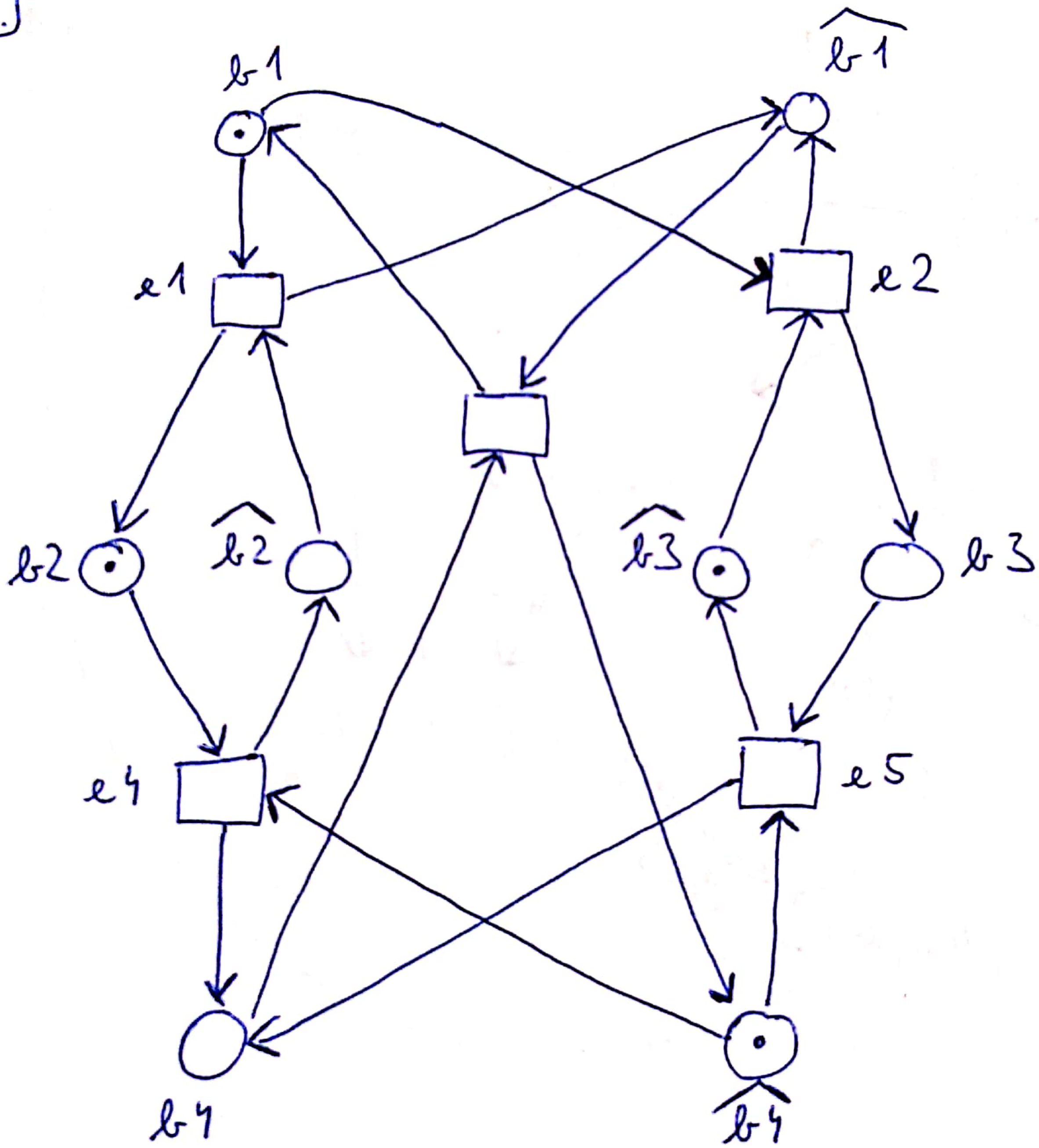
Zadaná formula zapísaná pomocou faktu:

$$\boxed{b1 \wedge b2 \rightarrow b2 \vee b4}$$



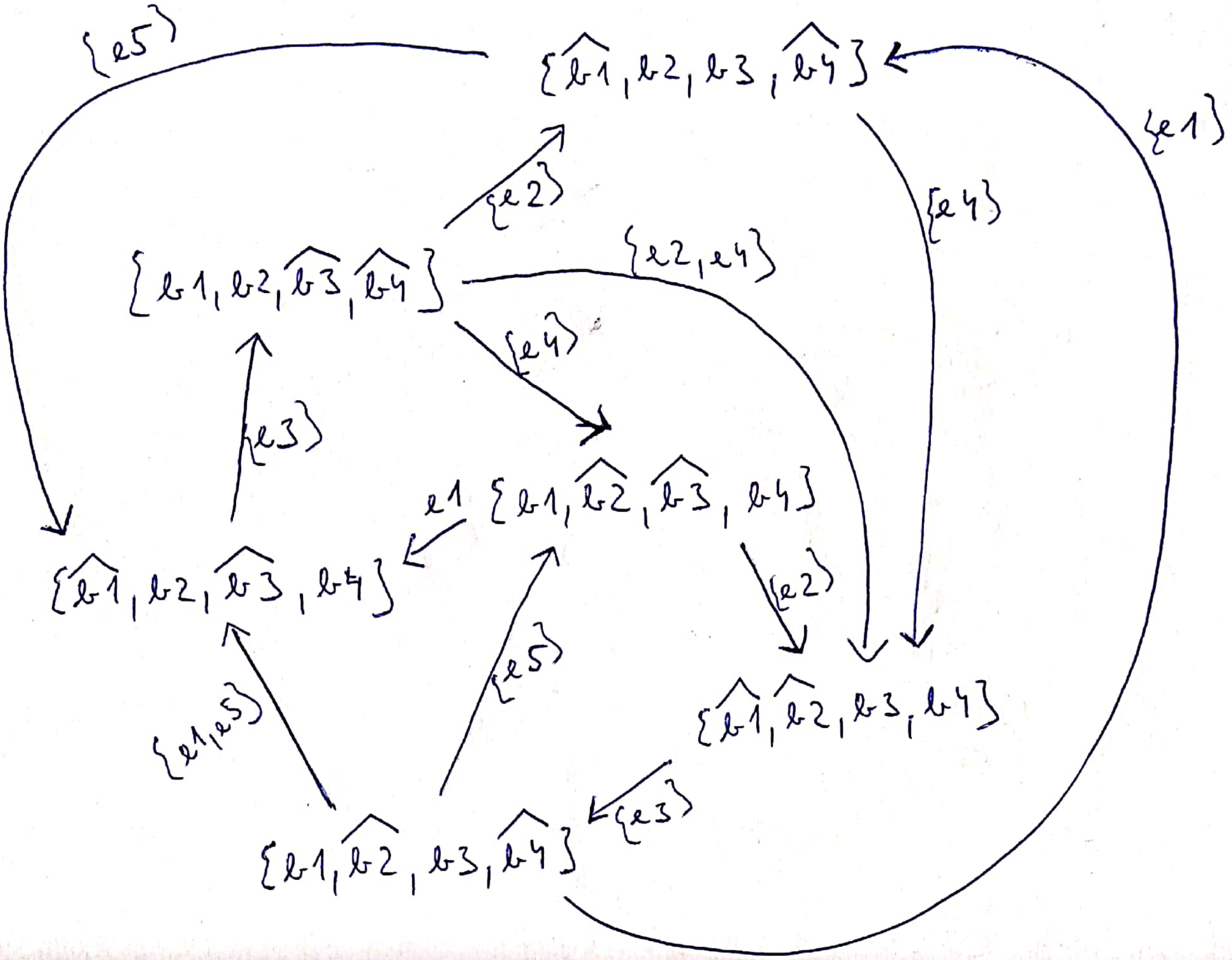
Příklad 3

2.



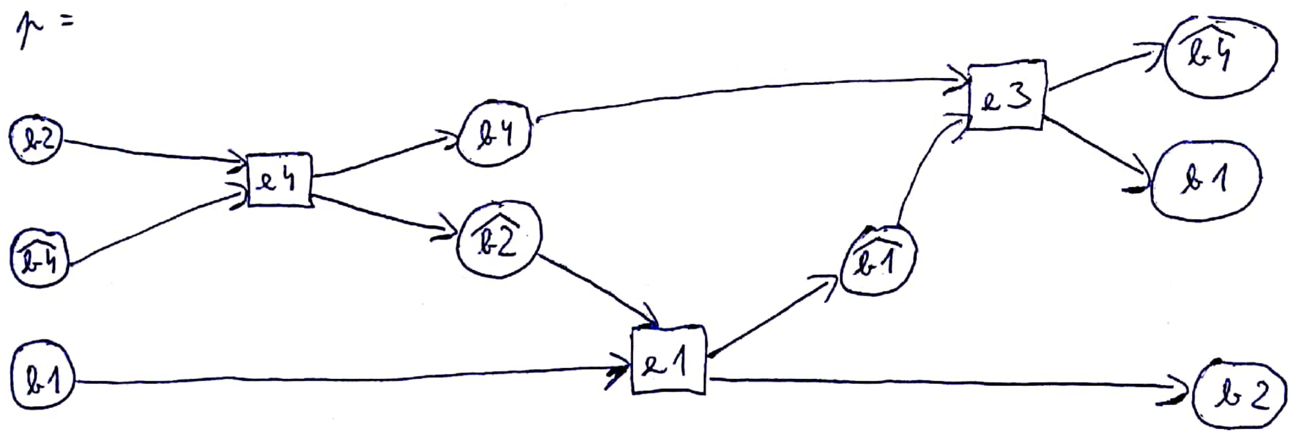
b1
$\widehat{b1}$
e1
e2
b2
$\widehat{b2}$
$\widehat{b3}$
b3
e4
e5
b4
$\widehat{b4}$

3.



4.

p =



5.

Proces p z príkladu 4. ~~[illegible]~~ odpovedá nasledujúcej ceste:

$\boxed{w = e4\,e1\,e3}$