

Průběžná olympiáda z fyziky mladších

Odevzdání do 22:59:59 SEČ, 3. 8. 2023 gregoriánského kalendáře

- 1) (3 body) Mějme vektory

$$\vec{u} = \left(4, 3.5, \frac{2}{3}\right), \quad \vec{v} = (0, 3, -4) .$$

Spočtete $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$ a pomocí skalárního součinu určete úhly, které mezi sebou jednotlivé vektory \vec{u} , \vec{v} a \vec{w} svírají.

- 2) (4 bodů) Mějme vektory \vec{a} , \vec{b} a \vec{c} . Vyjádřete dvojitý vektorový součin $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ pomocí skalárních součinů. Hint: rozepište si celý výraz do složek :-)
- 3) (3 body) Víťa si zlomil nohu v bérce. Z jeho kolena do zlomeniny vede vektor $\vec{a} = (1, -1, -5)$ a ze zlomeniny ke kotníku $\vec{u} = (-1, 1, -1)$. Pomocí vektorů \vec{a} , \vec{u} spočtete, o jaký úhel je třeba narovnat jeho nohu, aby zase mohl chodit, než si zlomí druhou.
- 4) (4 body) Spočtete:

$$\begin{aligned} & \frac{d^n}{dx^n} x^n, \quad n \in \mathbb{N}, \\ & \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\ln(x)} \right], \\ & \frac{d}{dx} e^{\cos(x \sin(\pi))}, \\ & \frac{d}{dx} [x^3 \sin(x)] . \end{aligned}$$