

# Průběžná olympiáda z fyziky mladších

Odevzdání do 22:59:59 SEČ, 3. 8. 2023 gregoriánského kalendáře

- 1) (3 body) Mějme vektory

$$\vec{u} = \left(4, 3.5, \frac{2}{3}\right), \quad \vec{v} = (0, 3, -4) .$$

Spočtete  $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$  a pomocí skalárního součinu určete úhly, které mezi sebou jednotlivé vektory  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  a  $\vec{w}$  svírají.

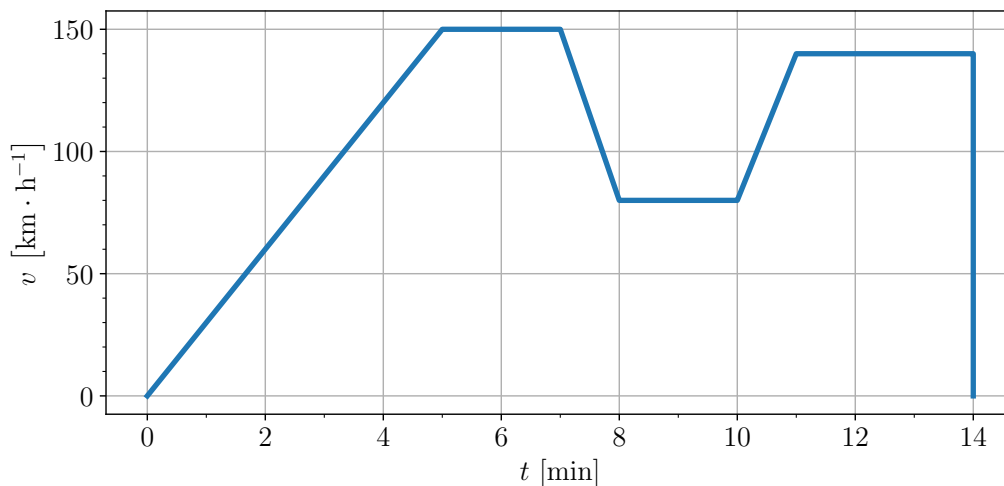
- 2) (4 bodů) Mějme vektory  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  a  $\vec{c}$ . Vyjádřete dvojitý vektorový součin  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$  pomocí skalárních součinů. Hint: rozepište si celý výraz do složek :-)
- 3) (3 body) Víťa si zlomil nohu v bérce. Z jeho kolena do zlomeniny vede vektor  $\vec{a} = (1, -1, -5)$  a ze zlomeniny ke kotníku  $\vec{u} = (-1, 1, -1)$ . Pomocí vektorů  $\vec{a}$ ,  $\vec{u}$  spočtete, o jaký úhel je třeba narovnat jeho nohu, aby zase mohl chodit, než si zlomí druhou.
- 4) (4 body) Spočtete:

$$\begin{aligned} & \frac{d^n}{dx^n} x^n, \quad n \in \mathbb{N} , \\ & \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{\ln(x)} \right] , \\ & \frac{d}{dx} e^{\cos(x \sin(\pi))} , \\ & \frac{d}{dx} [x^3 \sin(x)] . \end{aligned}$$

# Průběžná olympiáda z fyziky mladších

Odevzdání do 22:59:59, 9. 8. 2023 gregoriánského kalendáře

- 5) (2 body) Napište básničku s fyzikální tematikou a předněte ji přede všemi u večeře.
- 6) (5 bodů) V 15:30 (tento čas můžeme označit  $t = 0$ ) vyrazil mravenec ze středu hodin po vteřinové ručičce o délce  $l = 20\text{ cm}$  konstantní rychlostí (vzhledem k ručičce). Na její konec došel v 15:40. Zaveďte si souřadnou soustavu, v níž jsou hodiny v klidu, a vzhledem k ní zapište polohu mravence jako funkci času. Dále spočtěte rychlost a zrychlení mravence a rozložte zrychlení na tečné a normálové.
- 7) (5 body) Na závěsu o délce  $2.5\text{ m}$  visí dřevěný kvádřík o hmotnosti  $750\text{ g}$ . Víťa do něj střílí pistolí kulku o hmotnosti  $8\text{ g}$ , načež se kulka v kyvadle zasekne a rozhoupe jej s maximální výchylkou o  $42^\circ$ . Jaká je rychlost kulky při vstupu do kyvadla?
- 8) (4 body) Piráta silnic, Tomáše, nelze snadno přehlédnout na dálnici. Začíná tím, že prudce zrychluje a během několika sekund dosáhne rychlosti  $150\text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , což je mnohem více než povolený limit. Poté, co si všimne policejního auta v dálce, prudce sníží rychlost na  $80\text{ km} \cdot \text{h}$ , aby se vyhnul pokutě. Avšak jakmile je policejní auto mimo dohled, Tomáš opět zrychlí na  $140\text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Když se blíží k výjezdu z dálnice, prudce brzdí a zastaví těsně před výjezdem. Jeho rychlost je zakreslena v grafu níže jako funkce času. Zakreslete do grafu také jeho zrychlení jako funkci času a určete, jakou ujel celkovou vzdálenost.



- 9) (4 body) Had se pohybuje ze státní hranice v bodě  $[-1\text{ m}, 0\text{ m}]$  rovnoměrně přímočaře rychlostí  $(3\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, 2\text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ . Protože není proclený, celník za ním vyrazil ze strážní budky v bodě  $[-1\text{ m}, 2\text{ m}]$  rychlostí  $(4\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, -1\text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$ , také rovnoměrně přímočaře. Najděte průsečík jejich trajektorií a rozhodněte, zda se v něm setkají. Určete čas, kdy si budou nejbližší, a jejich vzdálenost v tomto čase. Klikatění pohybu hada i celníka je zanedbatelné.

- 10) (3 body) Antiproton a pozitron v atomu antivodíku se navzájem přitahují jak Coulombovou, tak gravitační silou. Jaký je podíl velikostí těchto sil mezi nimi? Jako jejich vzdálenost uvažujte Bohrovův poloměr  $a_0 \doteq 0.529 \cdot 10^{-10}$  m. Jak se odpověď změní při jiných hodnotách vzdálenosti?
- 11) (4 body) Bodová Helča o hmotnosti  $m_H$  sedí na houpačce s pevným závěsem o délce 3 metry a Tomáš ji houpe. Musí ovšem náhle odběhnout, protože Víťa si zlomil nohu v Liběrci, a Helču naposledy aspoň šťouchne o trochu víc, aby se vydržela déle houpat. To ji vytočí o půl otáčky, zastaví se přímo nad osou houpačky a spadne dolů. Jak rychle se pohybovala v nejnižším bodě houpačky?
- 12) (3 body) Spočtěte následující integrály:

$$\int 10^x dx ,$$
$$\int \frac{\sqrt{5\pi + \ln x}}{x} dx ,$$
$$\int_{-13}^{13} x^4 \sin(x) dx .$$