

**Průběžná fyzikální olympiáda – starší**  
**Deadline – 24. 8. 2021 23:00**

- 5) [5 bodů] Vypočítejte s pomocí dvojného integrálu obsah kruhu o poloměru 3 metry.
- 6) [6 bodů] Dokažte, že platí:
- a)  $\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A}$
  - b)  $\text{rot grad } \varphi = 0$
  - c)  $\text{div rot } \vec{A} = 0$
- 7) [10 bodů] Napište obecnou skalární funkci času a prostorových souřadnic, která popisuje vlnovou vlnu. Hustotu energie spojenou s touto vlnou považujte za přímo úměrnou druhé mocnině hodnoty hledané funkce v daném místě a čase.
- 8) [5 bodů] Ukažte, že funkce  $\psi(t \mp \frac{\vec{s} \cdot \vec{r}}{v})$ , kde  $\|\vec{s}\| = 1$ , představuje rovinnou vlnu postupující v prostoru směrem  $\pm \vec{s}$  rychlostí  $v$ .
- 9) [2 body] Určete frekvence elektromagnetických vln ve viditelném spektru vlnových délek od 391 do 779 nm.
- 10) [3 body] Disperzní křivka skla může být přibližně vyjádřena Cauchyovým empirickým vzorcem  $n = A + B \cdot \lambda^{-2}$ . Najděte hodnoty fázové a grupové rychlosti pro sklo, u něž jsou  $A = 1,40$  a  $B = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$ .