

Průběžná olympiáda z fyziky starších

Odevzdání do 22:59:59 SEČ, 4. 8. 2023 gregoriánského kalendáře

- 1) (3 body) Mějme vektorové pole

$$\vec{A}(x, y, z) = \left(ye^{-(x^2+y^2)}, -xe^{-(x^2+y^2)}, 0 \right) .$$

Spočtěte jeho rotaci a divergenci.

- 2) (3 body) Vyjádřete divergenci rotace vektorového pole \vec{B} a zjednodušte ji.
- 3) (2 body) Proton a elektron v atomu vodíku se navzájem přitahují jak elektrostatickou, tak gravitační silou. Jaký je podíl velikostí těchto sil mezi nimi? Jako jejich vzdálenost uvažujte Bohrovu poloměr $a_0 \doteq 0.529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Jak se odpověď změní při jiných hodnotách vzdálenosti?
- 4) (4 body) V každém vrcholu čtverce o straně a je umístěn bodový náboj q . Určete intenzitu a potenciál elektrického pole ve středu čtverce. Jaký náboj Q je třeba umístit doprostřed čtverce, aby síly působící na ostatní náboje byly nulové?
- 5) (5 bodů) Představte si sféru (kulové slupky) o poloměru R , nabitou rovnoměrně nábojem Q . Spočtěte intenzitu elektrického pole $\vec{E}(\vec{r})$ a potenciál $\varphi(\vec{r})$ pro každé $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$.
- 6) (3 body) Spočtěte následující integrály:

$$\begin{aligned} & \int \frac{2x-7}{3-x} dx , \\ & \int_0^\pi \cos^n(x) \sin(x) dx , \quad n \in \mathbb{N} , \\ & \int_{-\pi}^\pi x^4 \sin^3(x) dx . \end{aligned}$$