

# Průběžná olympiáda - fyzika mladší - 1. kolo

## 1. Projekce vektoru

Mějme vektory

$$\vec{u} = (1, 3, 4), \quad (1a)$$

$$\vec{v} = (-1, 2, 4), \quad (1b)$$

$$\vec{w} = (1, 4, -7). \quad (1c)$$

Určete projekce vektorů  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$  do směru vektoru  $\vec{w}$ , tedy  $P_{\vec{w}}\vec{u}$  a  $P_{\vec{w}}\vec{v}$  (1 bod). Pro každý z vektorů (všech pěti) navíc vytvořte nějaký vektor, který na něj bude kolmý (1 bod). Dále vektory ze zadání (ne tedy ty, které jste sami vytvořili) normujte (tzn. přenásobte nějakým skalárem tak, aby jeho velikost byla rovna 1) (1 bod).

## 2. Opilý derivátor = veselý vrah

Mějme funkce

$$f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad (2a)$$

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}. \quad (2b)$$

jejichž derivace existují. Zderivujte výraz

$$\frac{\sin(f) - x \cdot g \cdot \cos(f)}{h}. \quad (2 \text{ body}) \quad (3)$$

Výraz poněkud poupravte s dodatečnou informací  $g = f'$ . (1 bod)

## 3. Slizký had

Spočtete neurčité a určité integrály

$$\int x (2x^2 + 14\pi)^{29} dx \quad (0.5 \text{ bodu}) \quad (4a)$$

$$\int \frac{x}{\sqrt[4]{x + 19\pi^{19}}} dx \quad (0.5 \text{ bodu}) \quad (4b)$$

$$\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx \quad (1 \text{ bod}) \quad (4c)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} |x \cdot \cos x|^{14\pi^2 + \exp(\sinh(\sin(\pi^2)))} \cdot \sin x dx. \quad (1 \text{ bod}) \quad (4d)$$

#### 4. Je lepší mít po cvičení na tváři :) než :(

Nakreslete smajlíka (1 bod), podepište se (1 bod) a napište parametrické rovnice jeho součástí (včetně určení intervalu, v jakém se bude pohybovat parametr) (1 bod). Obrázek smajlíka níže je pouze pro inspiraci. Oba typy smajlíka zmíněné v názvu úlohy můžete použít, bonusové body za to ovšem nejsou.

