

Závěrečná paralympiáda mladších LMFS 2021

1. Kvalitní guma (10 bodů)

Filip testuje pevnost prgumy. Dle informací od výrobce se síla řídí vzorcem

$$F = -kx^3, \quad (1)$$

kde x je vzdálenost, o kterou je šprcka protažená, a k je konstanta. Na hřišti připevnil jeden konec ke kládě a s druhým koncem v ruce vyběhl rychlostí ????. Setrvačností doběhl do vzdálenosti 8 metrů, kde ho kupředu již nic netlačilo a zpět ho táhla síla prezervativu. Jakou má tuhost?

2. Méd'a Béd'a (10 bodů)

Ondra zvaný Bedřich se rozhodl zdolat rekord světa ve skoku vysokém. Jedná se o zdatného fyzika, tudíž se rozhodl pro svůj úspěch využít svých znalostí, rekord provede na Měsíci. Dokáže dosáhnout rychlosti $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak vysoko dokáže dostat své těžiště? Ve stoje má těžiště ve výšce 1 m nad povrchem kde stojí.

3. Tripl kripl (10 bodů)

S jakou přesností je třeba určit úhel pro hod šipkami, chceme-li trefit triple dvacet?

4. κ (10 bodů)

Jak se změní potenciál(ní energie) nejmenovaného účastníka, když k němu přijde nejmenovaná účastnice a oni se z pozice vzprímené přemístí do pozice vleže? Těžiště v poloze ve stoje má v 80 cm, v poloze vleže 60 cm a jeho hmotnost je 80 kg.

5. Jasný bod na obloze (10 bodů)

Mravenec leze po minutové ručičce hodin rovnoměrně přímočaře rychlostí 0.005 m/s . Sestrojte graf závislosti polohy na čase, graf závislosti rychlosti na čase a graf závislosti zrychlení na čase mravence z pohledu soustavy spojené se zemí.

6. Baterka (10 bodů)

Baterie má kapacitu (tj. množství uložené energie) 60 Wh. Vypočítejte, do jaké výšky dokáže elektromotor připojený k této baterii vyzdvihnout závaží o hmotnosti 60 kg za předpokladu, že má účinnost 60%.

7. Střela střelcem (10 bodů)

Víťa s Ondrou hráli šachy. Víťa vyhrál a Ondra se naštvál. Hodil po Víťovi střelce, ale netrefil se a střelec prolétnul kolem Víťovy hlavy. Spočítejte, jakou rychlostí Ondra hodil střelce, když ho házel z výšky 2 m vodorovným směrem a dopadl do vzdálenosti 20 m. Tření vzduchu zanedbejte.

8. Harmonický život (10 bodů)

Pan Ing. Svoboda se rozhodl svůj hlas položit co nejniž a zaplatil si bungee jumping z mostu. Jak tuhá musí být pružina, aby nebyl tuhý pan inženýr a osciloval s periodou pět sekund?

9. Sihnus a cosihnus (10 bodů)

Spočtěte následující integrály:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{\sqrt[17]{\cos(x)}} dx, \quad (2a)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(x) \cdot \sin(\cos(\tanh(\Gamma(\pi^{14})))) dx, \quad (2b)$$

kde $\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx$ je gama funkce.

Užitečné konstanty

Indexy lomu: vakuum 1, vzduch 1.00026, voda 1.33

Vlnové délky ve vzduchu: zelená 532 nm, tmavě oranžová 600 nm

Hmotnost: Ondra 65 kg, Ing. Jiří Svoboda 90 kg, Filip 86 kg

Celkem 90 bodů.