

Závěrečná paralympiáda mladších, LMFS 2023: Nanomagnetická odysea

1 Nanoprolog (10 nanobodů)

Nejmenovaná večerní přednášející přijíždí na LMFS a přiváží s sebou experiment s nanomagnetem. Zavěsila jej na nanovlákno o délce l v nákladním prostoru nanokamionu a rozjíždí se po rovině s rovnoměrným zrychlením o velikosti a_K dopředu. Jaká bude rovnovážná poloha nanokyvadla tvořeného zavěšeným experimentem?

2 Kvantový delfín (8 nanobodů)

Víta snědl poslední zbytky jídla na chatě a stále má hlad, tak se rozhodl ulovit si delfína, který do Slap kvantově protuneloval z oceánu. Z Cholínského mostu spustil obruč se sítí, která pak visí 5 metrů nad hladinou, a 110 kg těžký delfín vyskočil přímo do sítě! Jak rychle se musel vymrštit z hladiny, aby vyskočil až k obruči?

3 Mokrý G (14 nanobodů)

Tomáš roznáší Bloudirint a rozhodl se písmeno G schovat do Slap. Sroloval papír a uzavřel jej do válcové nádoby o výšce 230 mm a průměru 100 mm. Zapomněl ji ovšem zatížit, takže po vložení do přehrady kvůli vztlakové síle plave ponořená pouze do čtvrtiny své výšky. Kolik vynaloží práce na její ponoření do hloubky 30 cm (myšleno hloubka horní podstavky)?

4 Táhní (12 nanobodů)

Na celodenním výletu, po vytažení potopeného mola z vody, pomohl Tomáš navrhnout nový systém upevnění pomocí kubických pružin, které v podélném směru působí silou $F_x = -Kx^3$. Jaký tvar má jejich potenciální energie?

5 Aby jízda měla jiskru a švih! (10 nanobodů)

Vojta se rozhodl překonat rekordní vzdálenost při konstrukční hře, sestavil skateboard, rozjel se po paletě a bez tření sjíždí z kopce se sklonem α . Načepoval si k tomu kelímek piva. Jaký tvar má během sjezdu tvar hladiny v kelímku?

6 Proč si policisté berou do auta pilu? (8 nanobodů)

Ve spodní části sjezdu se cesta srovnala a Vojta najednou musí zatáčet, aby nenaboural do některého zaparkovaného auta. Koeficient smykového tření mezi kolečky a silnicí je $f = 0.1$ a poloměr zatáčky je 5 metrů. Jak rychle může jet, aby nenaboural? Zodpovězte otázku v názvu úlohy. [1 nanobod]

7 Řekl někdo kočička? (10 nanobodů)

Tomáš v noci se skupinou účastníků sbírá Bloudirint. Po nález posledního písmene ovšem zabloudili a došli na kosmodrom Bajkonur na souřadnicích $N45.965^\circ$, $E063.305^\circ$. Domluvili si, že je zpět na Hořovickou chatu (na souřadnicích $N49.720^\circ$, $E014.331^\circ$) donese raketa s doletem 4000 km. Bude to stačit? Pro převod geografických souřadnic θ a ϕ (zeměpisná šířka, délka) na kartézské můžete použít například vztahy

$$x = r \cos \theta \cos \phi, \quad (1a)$$

$$y = r \cos \theta \sin \phi, \quad (1b)$$

$$z = r \sin \theta. \quad (1c)$$

8 Suchý G (12 nanobodů)

Účastníci nastoupili do rakety a vrátili se na chatu. Tomáš ovšem nastoupil do špatné a byl vystřelen do vesmíru. Jakou nejmenší rychlost musí na povrchu Země mít, aby jen setrvačností doletěl neomezeně daleko? Neuvažujte odpor atmosféry. Potenciální energie gravitační síly mezi hmotnými body o hmotnostech m_1 , m_2 je

$$E_p(\vec{r}) = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|}. \quad (2)$$

9 Shitsucker (8 nanobodů)

Fekální vůz vysál jímku pod chatou a z Cholínského mostu, vysokého 11 metrů, vylévá svůj náklad do přehrady 20 cm širokým otvorem ve své spodní části. Proud má počáteční rychlost $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jaký je profil proudu a jakou rychlostí dopadá na hladinu?

10 Sihnus a cosihnus (8 nanobodů)

Spočítejte následující integrály:

$$\int_0^\pi \sin^5(x) \, dx, \quad (3a)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^3(x) \cdot \cos(\Gamma(10^{12})) \, dx, \quad (3b)$$

kde gama funkce je definována jako $\Gamma(z) = \int_0^\infty y^{z-1} e^{-y} \, dy$.

(Ne)užitečné konstanty:

tíhové zrychlení $g = 9.80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, hustota vody $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 997 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
hustota obsahu fekálního vozu $\rho_{\text{H}} = 1020 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, poloměr Země $R_Z = 6378 \text{ km}$
gravitační konstanta $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, Vojtova hmotnost $\rho_V = 69 \text{ kg}$