

Závěrečná paralympiáda mladších LMFS 2021

1. Kvalitní guma (14 bodů)

Filip testuje pevnost přegumy. Dle informací od výrobce se síla řídí vzorcem

$$F = -kx^3, \quad (1)$$

kde x je vzdálenost, o kterou je guma protažená, a k je konstanta. Na hřišti připevnil jeden konec ke kládě a s druhým koncem v ruce vyběhl rychlostí $16 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Setrvačností doběhl do vzdálenosti 8 metrů, přičemž ho při běhu kupředu již nic netlačilo a jen ho zpět táhla síla prezervativu. Jakou má tuhost k ?

2. Médřa Bédřa (9 bodů)

Ondra zvaný Bedřich se rozhodl zdolat světový rekord ve skoku vysokém v kategorii narvalů. Jedná se o zdatného fyzika, tudíž se rozhodl pro svůj úspěch využít svých znalostí, rekord provede na Měsíci. Dokáže dosáhnout rychlosti odrazu $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak vysoko dokáže dostat své těžiště? Ve stoje má těžiště ve výšce 1 m nad povrchem kde stojí.

3. Tripl kriptl (9 bodů)

S jakou přesností je třeba určit úhel pro hod šipkami při velmi rychlém přímém hodů, chceme-li trefit triple dvacet?

4. κ (7 bodů)

Jak se změní potenciál(ní energie) nejmenovaného účastníka, když k němu přijde nejmenovaná účastnice a oni se z pozice vzpřímené přemístí do pozice vleže? Těžiště v poloze ve stoje má ve výšce 80 cm, v poloze vleže na posteli 60 cm nad zemí a jeho hmotnost je 70 kg.

5. Lezení na rychlost (12 bodů)

Mravenec leze po minutové ručičce hodin rovnoměrně rychlostí $5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, v čase $t = 0$ byl na ose hodin a právě byly poledne. Sestrojte graf závislosti polohy na čase, graf závislosti rychlosti na čase a graf závislosti zrychlení na čase mravence z pohledu soustavy spojené se zemí.

6. Baterka (9 bodů)

Baterie má kapacitu (tj. množství uložené energie) 60 Wh. Vypočítejte, do jaké výšky dokáže elektromotor připojený k této baterii vyzdvihnout závaží o hmotnosti 60 kg za předpokladu, že má účinnost 60%.

7. Střelec² (10 bodů)

Víťa s Ondrou hráli šachy. Víťa vyhrál a Ondra se naštvál. Hodil po Víťovi střelce, ale netrefil se a střelec prolétnul kolem Víťovy hlavy. Spočítejte, jakou rychlostí Ondra hodil střelce, když ho házel z výšky 2 m vodorovným směrem a dopadl do vzdálenosti 20 m. Tření vzduchu zanedbejte.

8. Harmonický život (10 bodů)

Pan Ing. Svoboda se rozhodl svůj hlas položit co nejniž a zaplatil si bungee jumping z mostu. Jak tuhá musí být pružina, aby nebyl tuhý pan inženýr a osciloval s periodou pět sekund?

9. Sihnus a cosihnus (10 bodů)

Spočtěte následující integrály:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{\sqrt[17]{\cos(x)}} dx, \quad (2a)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(x) \cdot \sin\left(\cos\left(\tanh\left(\Gamma\left(10^{10^{14}}\right)\right)\right)\right) dx, \quad (2b)$$

kde $\Gamma(z) = \int_0^\infty y^{z-1} e^{-y} dy$ je gama funkce.

10. Prequel k relativitě (10 bodů)

PerM si na Královce nechal natočit pivo a sjíždí na dokonale naleštěném skateboardu bez tření po silnici dolů. Kelímek s pivem drží rovnoběžně s deskou skateboardu. Jaký tvar má hladina piva v kelímku?

Užitečné konstanty

Indexy lomu: vakuum 1, vzduch 1.00026, voda 1.33
Vlnové délky ve vzduchu: zelená 532 nm, tmavě oranžová 600 nm
Hmotnost: Ondra 65 kg, Ing. Jiří Svoboda 90 kg, Filip 86 kg
Tíhové zrychlení: Země $9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, Měsíc $1.62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$