

문제정의.

한 step function이 다음과 같이 정의 될 때, $((a_1, f(a_1)), (a_2, f(a_2)), \dots, (a_k, f(a_k)))$.

step function은 정의역은 다음과 같이 범위의 집합으로 나뉘고 $(-\text{INF}, a_1), [a_1, a_2), \dots, [a_k, \text{INF})$ 라고 할 수 있고, 각 요소는 치역 $\{c_0, c_1, \dots, c_k\}$ 에 매핑된다. 이러한 특성을 가지는 두 step function f, g 에 있어서 $[p, q]$ 범위에 속한 i 에 대해 max값 찾기 $\rightarrow [p, q]$ 에 속한 모든 i 에 대해 진행, \rightarrow 모두 더하여 10007로 나눈 나머지 구하기.

아이디어.

1. $\max(f(i), g(i))$ 를 $z(i)$ 로 정의한다. 이 때, $z(i)$ 는 step function f, g 를 ‘모든 범위에 있어서 더 큰 함수값을 갖도록’ 합친 새로운 step function이다.
2. $z(i)$ ($p \leq i \leq q$)에서, step function z 에 있어 i 가 속한 범위를 확인하고, 함수값 $z(i)$ 를 구한다.

해결방법.

1. step function을 정의할 수 있는 집합 f 를 선언한다. 이 때 각 요소는 $(a_i, f(a_i))$ 와 같이 pair의 형태(이하 element)를 갖고, a_i 를 기준으로 오름차순 정렬이 되어있다. 이어서 입력을 받아 f 를 정의한다.
2. 다음의 과정을 거쳐 $z(i)$ 를 정의한다.
 - a. step function g 의 element $E'(b_i, f(b_i))$ 를 하나씩 입력 받고 f 에 추가한다. 만약 f 의 element $E(a_i, f(a_i))$ 중 $b_i == a_i$ 인 경우일 때에는, $f(b_i) > f(a_i)$ 라면 E 를 삭제 후 E' 를 추가하고, 아니라면 E' 는 추가하지 않는다.
 - b. $c_0 = 0, c_i < c_{i+1}$ 임을 고려하여, $E(a_1, f(a_1))$ 부터 $E(a_k, f(a_k))$ 까지를 조회하면서, $E(a_i, f(a_i))$ 에 대해 $f(a_i) \geq f(a_j)$ ($a_i < a_j$)를 만족하는 a_j 가 있다면, step function f 에서 $E(a_j, f(a_j))$ 를 삭제한다.
3. $z: \{(a_1, f(a_1)), (a_2, f(a_2)), \dots, (a_k, f(a_k))\}$ 에 있어서 아래의 과정을 반복하며 $\sum z(m)$ ($p \leq m \leq q$)을 구한다.
 - a. m 보다 큰 a_i 중 가장 작은 값을 starting point로 갖는 $E(a_s, f(a_s))$ 를 구한다.
 - b. $m < a_s$ 이고, E 직전의 요소 $E'(a_x, f(a_x))$ 에서 $a_x \leq m$ 이므로, $z(m) = f(a_x)$ 이다.
 - i. 만약 E 가 z 의 첫 번째 요소라면, $m < a_s$ 이므로 m 은 $(-\text{INF}, a_s)$ 에 속하고, $z(m) = 0$ 이다.
 - c. result에 $z(m)$ 을 더해준다.
4. result를 10007로 나눈 나머지를 구한다.

시간복잡도.

2-b에서, f 의 element 개수 k_f 와 g 의 element 개수 k_g 에 있어 $O((k_f + k_g)\log(k_f + k_g)) = O(n\log n)$