

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ И МЕХАТРОНИКИ

ПРАКТИКУМ ПО ЭВМ

ОТЧЁТ

Выполнила студентка 422 группы
Резанова Анфиса Сергеевна

Москва, 2021

Содержание

1	Задача 1	2
1.1	Машинное epsilon	2
1.2	$X = X + 1$	2
1.3	$Y = 10^{20} + Y$	2
2	Задача 2	3
2.1	Прямое рекуррентное соотношение	3
2.2	Обратное рекуррентное соотношение	3
2.3	Интегральная сумма	3
3	Метод Эйлера	4
4	Задача 4	5
4.1	$y = x^2$	5
4.2	функция из 3 задачи	7
5	Метод Эйлера использовать нельзя	9
6	Метод Рунге-Кутты	12
7	Выбор шага	12
8	Основная задача	12

1 Задача 1

На прямой континуум чисел, а в ЭВМ их конечное число (как минимум из-за конечной памяти). Вероятность попадания конкретного числа из множества мощности континуум в конечное множество чисел нулевая, потому что точка множество нулевой меры. Поэтому чтобы как-либо работать с числами в ЭВМ есть “сетка”: если два числа расположены в одной ячейке сетки, то они неразличимы. Равномерная сетка неудобна, потому что в таком случае очень большие при этом числа будут различаться довольно точно, но меньшие по модулю и при этом более популярные числа из окрестности нуля будут различаться с той же погрешностью, поэтому вводится относительная погрешность, а именно вблизи нуля самая мелкая сетка с размером – машинным эпсилон, и чем дальше от нуля, тем крупнее сетка.

1.1 Машинное эпсилон

```
while(1+eps>1){eps/=1.1;}
```

Для типа double машинное эпсилон $\epsilon = 5.14054 \cdot 10^{-20}$

1.2 $X = X + 1$

Минимальное X , такое что $X = X + 1$:

```
while((1+x) != x){x *=k;}
```

k	X	t, c
1.1	$1.94532 \cdot 10^{19}$	0.063
2	$1.84467 \cdot 10^{19}$	0,047

1.3 $Y = 10^{20} + Y$

Минимальное Y , такое что $Y = 10^{20} + Y$:

```
while((pow(10,20)+y) != y){y *=k; }
```

k	Y	t, c
1.1	$2.80046 \cdot 10^{39}$	0.063
2	$2.72226 \cdot 10^{19}$	0,047

В таблицах k - коэффициент при умножении в цикле поиска X ,
 t - время работы программы.

2 Задача 2

Вычисление интеграла на отрезке $[0,1]$ от функции

$$f(x) = \frac{x^n}{x+6}.$$

2.1 Прямое рекуррентное соотношение

$$I_n = \frac{1}{n} - 6I_{n-1}$$

$$n = 31: I_{31} = -7.09911 \cdot 10^7$$

2.2 Обратное рекуррентное соотношение

$$I_{n-1} = \frac{1}{6n} - \frac{I_n}{6}$$

Положим $I_{62} = 0$, тогда $I_{31} = 0.00462905$

2.3 Интегральная сумма

$$n = 1000, \delta = \frac{1}{n}, x = i\delta$$

$$S_n = \delta \sum_{i=1}^n f(x),$$

$$I_{31} = 0.00448359$$

3 Метод Эйлера

$$f(x) = 5\cos(8x) + e^{3x^2} + \frac{1}{\cos(\cos(x))}$$

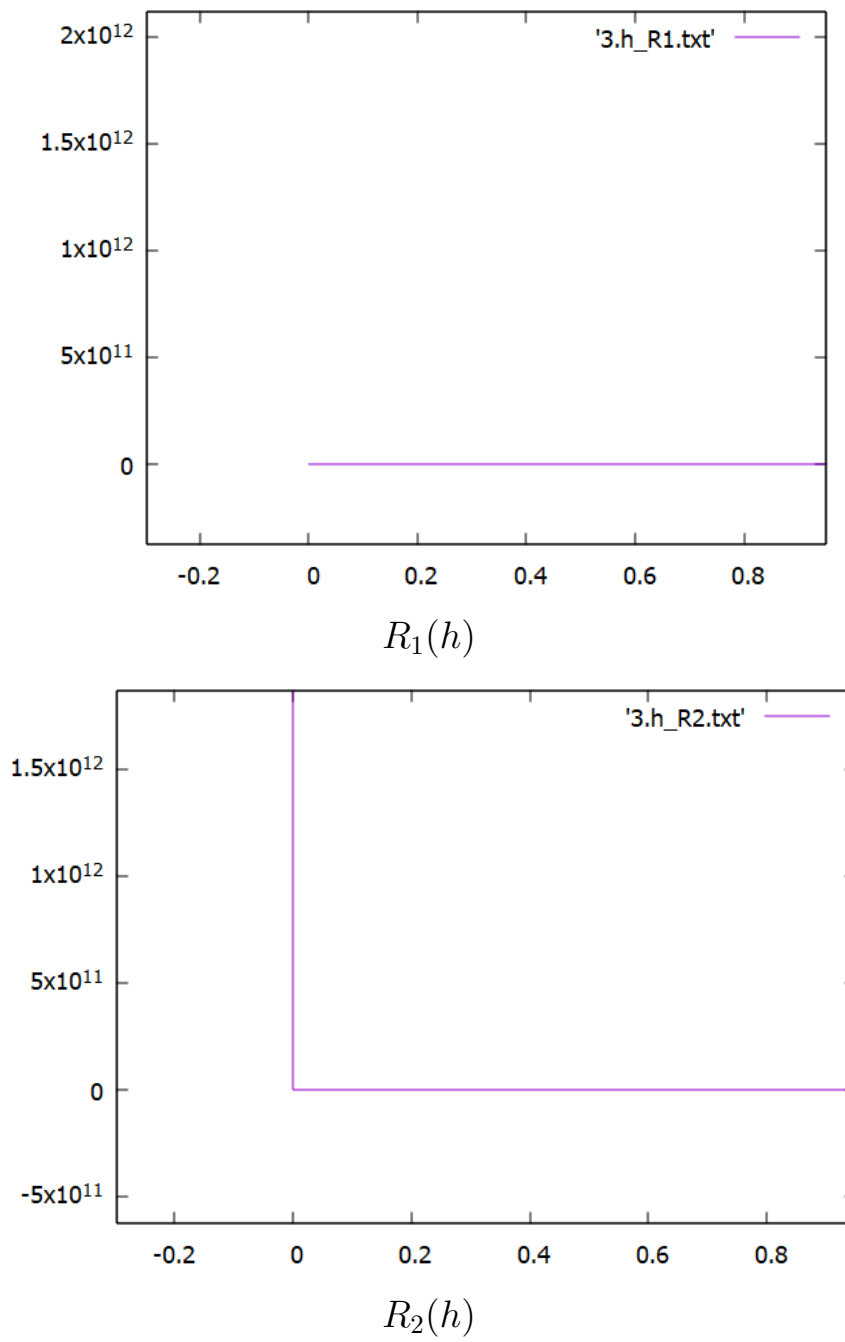
Отрезок $[0,1]$, $x_0 = 1$

$$f'(x) = -40\sin(2x) + 6x \cdot e^{3x^2} - \frac{\sin(x) \cdot \operatorname{tg}(\cos(x))}{\cos(\cos(x))},$$

$$R_1 = |f'(x_0) - \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}|,$$

$$R_2 = \frac{h}{2} + 2\frac{\epsilon}{h}, \epsilon = 10^{-8}.$$

h	R_1	R_2
1	162647	0.5
0.1	58.9043	0.0500002
0.01	1.40638	0.005002
0.001	2.75533	0.00052
0.0001	3.15786	0.00025
1e-05	3.19798	0.002005
1e-06	3.20199	0.0200005
1e-07	3.20239	0.2
1e-08	3.20243	2
1e-09	3.20242	20
1e-10	3.20241	200
1e-11	3.20226	2000
1e-12	3.19577	20000
1e-13	3.28009	200000
1e-14	3.09296	2e+06
1e-15	6.94953	2e+07
1e-16	66.7086	2e+08
1e-17	84.8889	2e+09
1e-18	1600.86	2e+10
1e-19	16760.6	2e+11
1e-20	168358	2e+12



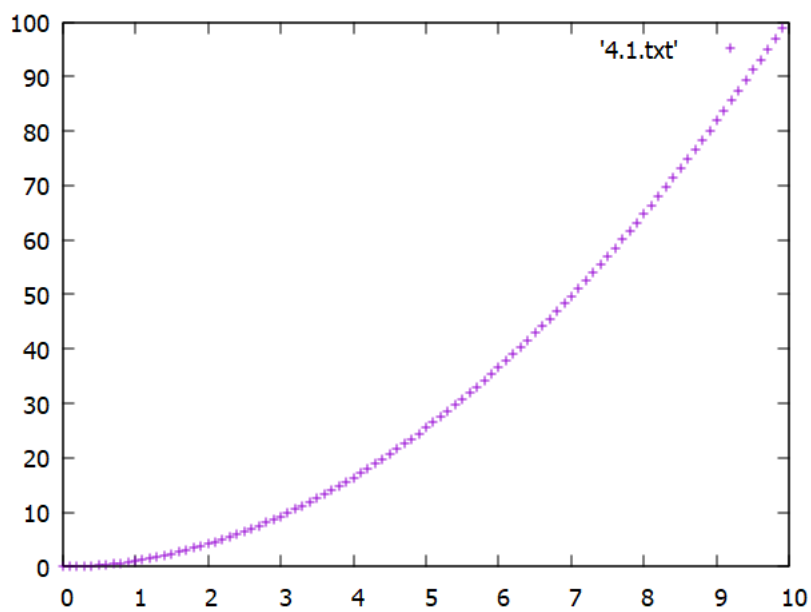
4 Задача 4

$$y_K = y_0 + hy'(t_k), [t_0, T]$$

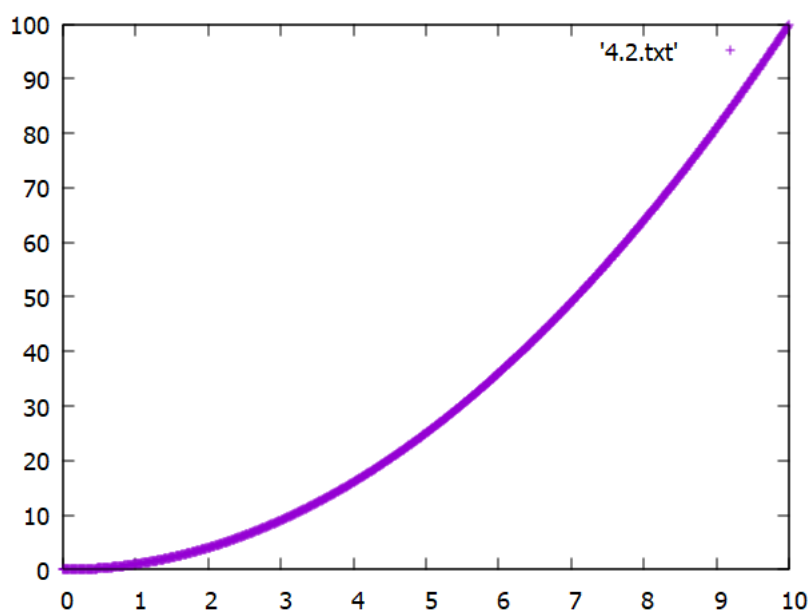
4.1 $y = x^2$

$$y = x^2, [t_0, T] = [0, 10]$$

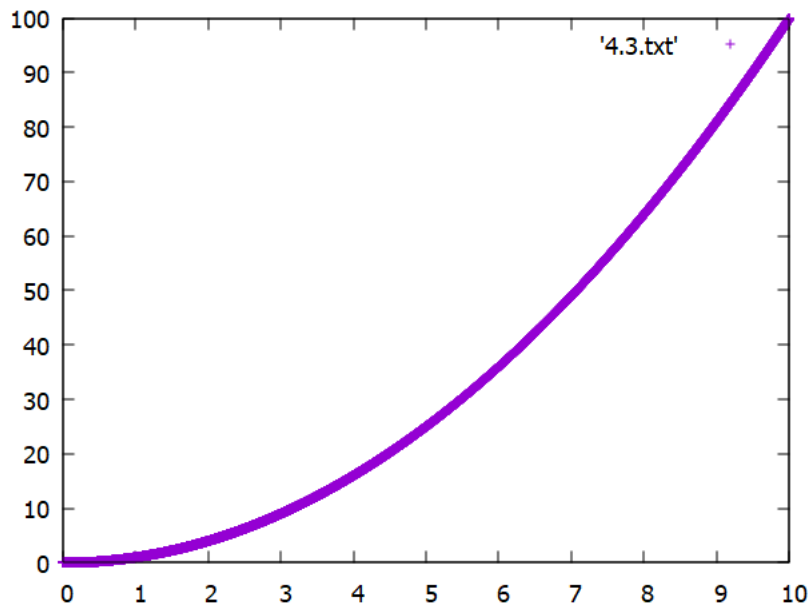
$$h = 0.1, \text{ ошибка } |y_k - T^2| = 1$$



$h = 0.01$, ошибка $|y_k - T^2| = 0.1$

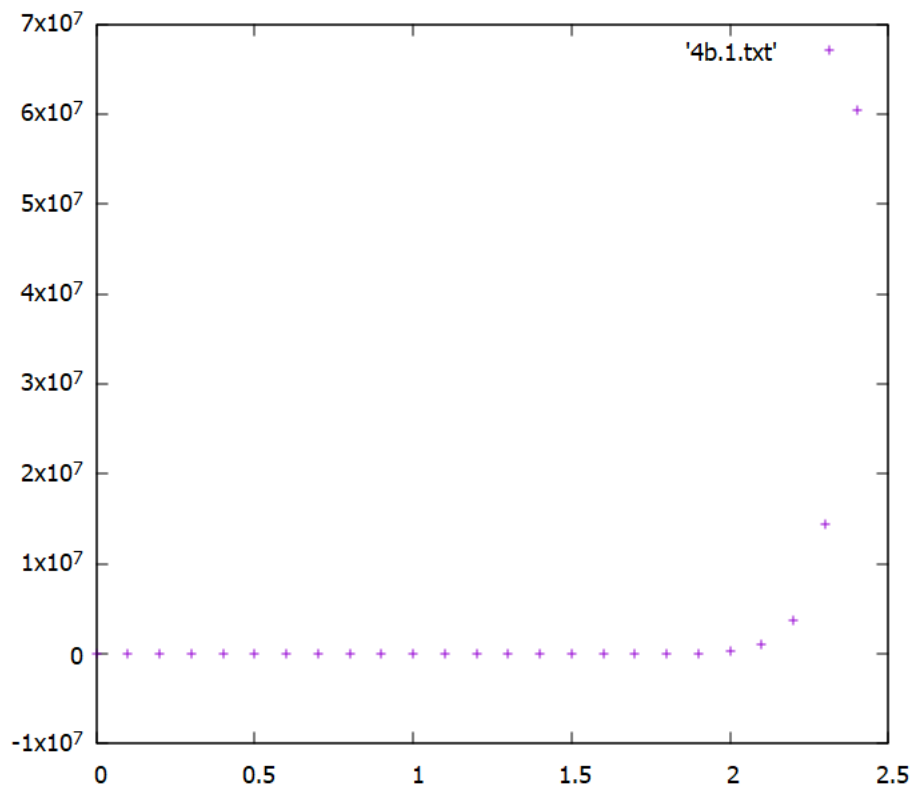


$h = 0.001$, ошибка $|y_k - T^2| = 0,01$



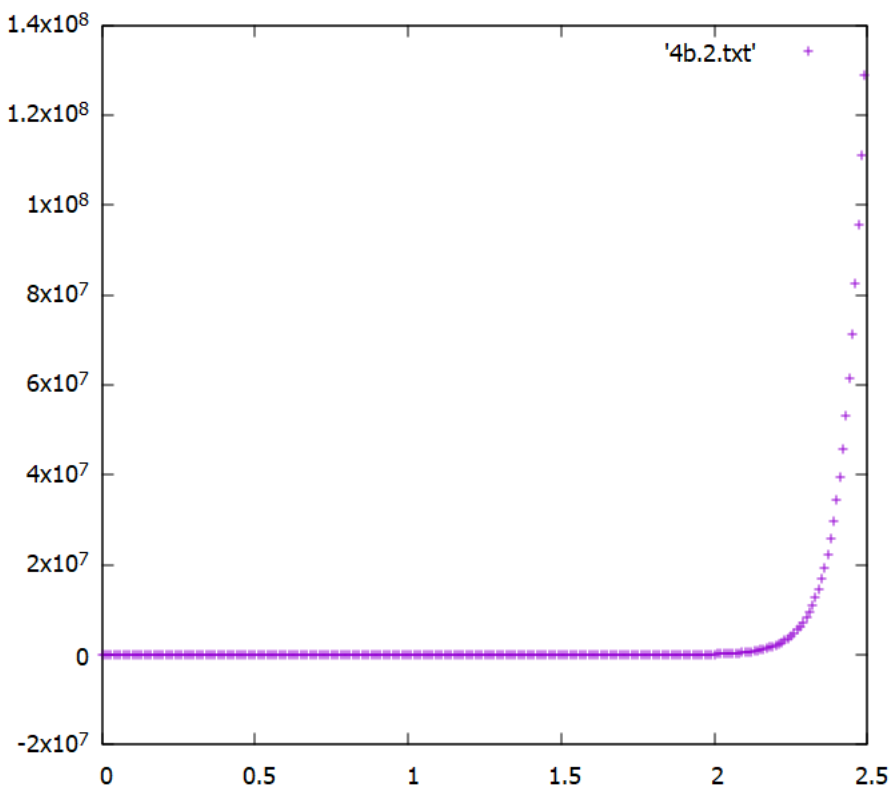
4.2 функция из 3 задачи

$$f(x) = 5\cos(8x) + e^{3x^2} + \frac{1}{\cos(\cos(x))}$$

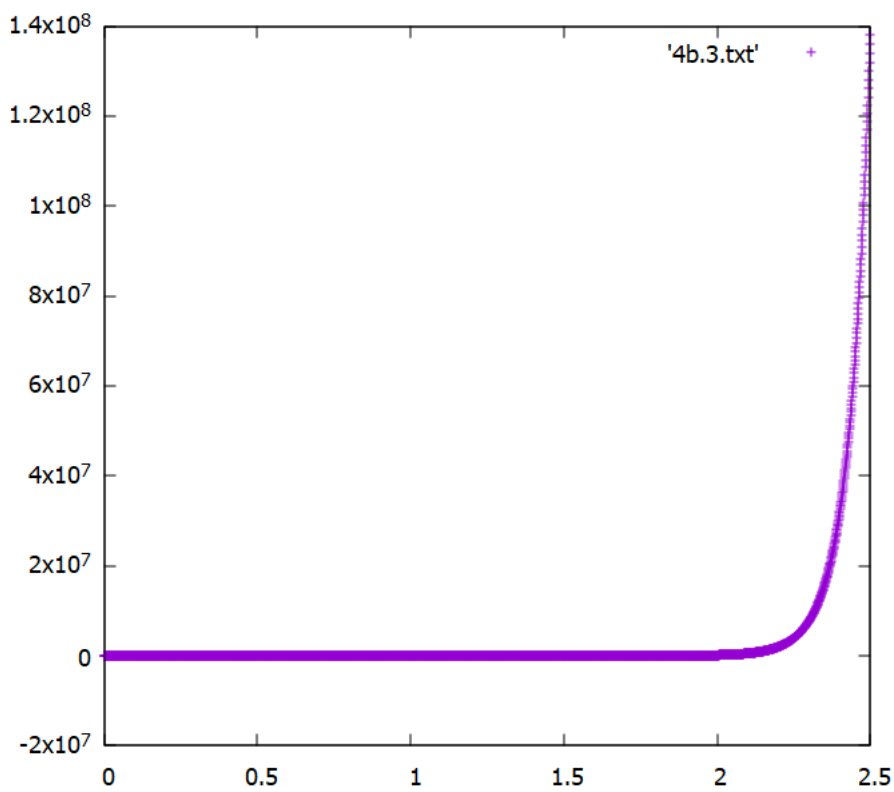


$[t_0, T] = [0; 2.5]$

$h = 0.1$, ошибка $|y_k - f(T)| = 7.85597 \cdot 10^7$



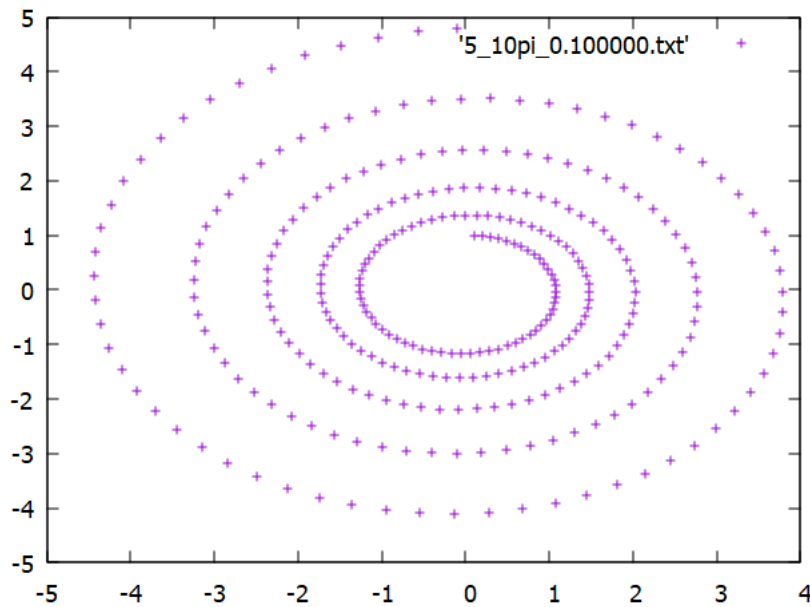
$h = 0.01$, ошибка $|y_k - f(T)| = 1.01577 \cdot 10^7$



$h = 0.001$, ошибка $|y_k - f(T)| = 1.03985 \cdot 10^6$

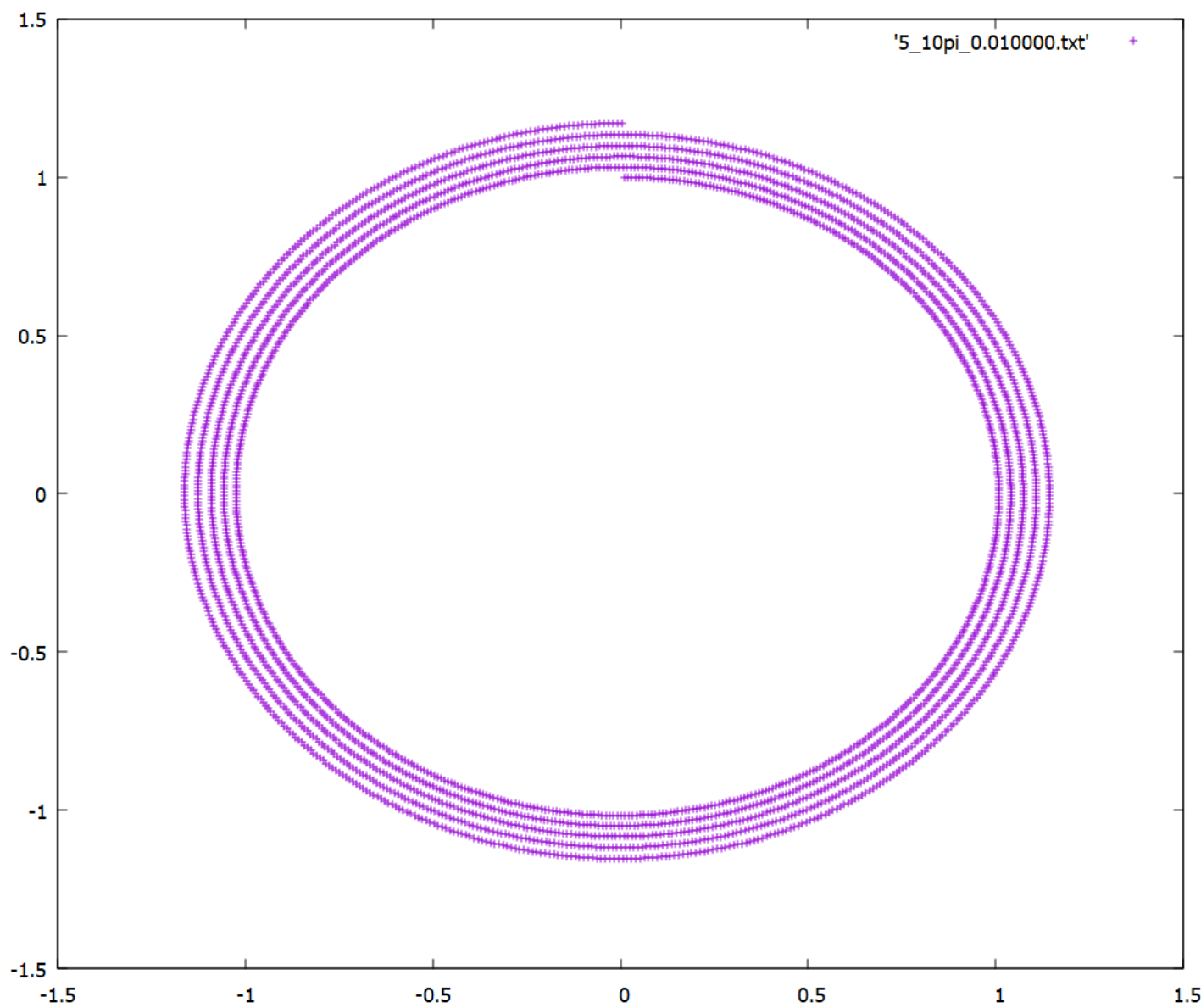
5 Метод Эйлера использовать нельзя

T	h	$ \tilde{x}(T) - x(T) $	$ \tilde{z}(T) - z(T) $	
1π	0.1	0.0560329	2.17124	
1π	0.01	0.00843405	2.01584	
1π	0.001	0.000406938	2.00157	
10π	0.1	0.097298	3.79211	
10π	0.01	0.00354095	0.170098	
10π	0.001	6.39894e-05	0.015832	
100π	0.1	5.17628e+06	3.32102e+06	
100π	0.01	0.0468341	3.80989	
100π	0.001	0.000737064	0.170089	
1000π	0.1	6.29136e+67	4.24262e+67	Графики z(x)
1000π	0.01	644590	6.59925e+06	
1000π	0.001	0.00337112	3.81047	
10000π	0.1	nan	nan	
10000π	0.01	1.41924e+68	8.26089e+67	
10000π	0.001	66406.8	6.63524e+06	
100000π	0.1	nan	nan	
100000π	0.01	nan	nan	
100000π	0.001	1.71934e+67	1.64599e+68	
1000000π	0.01	nan	nan	
1000000π	0.001	nan	nan	

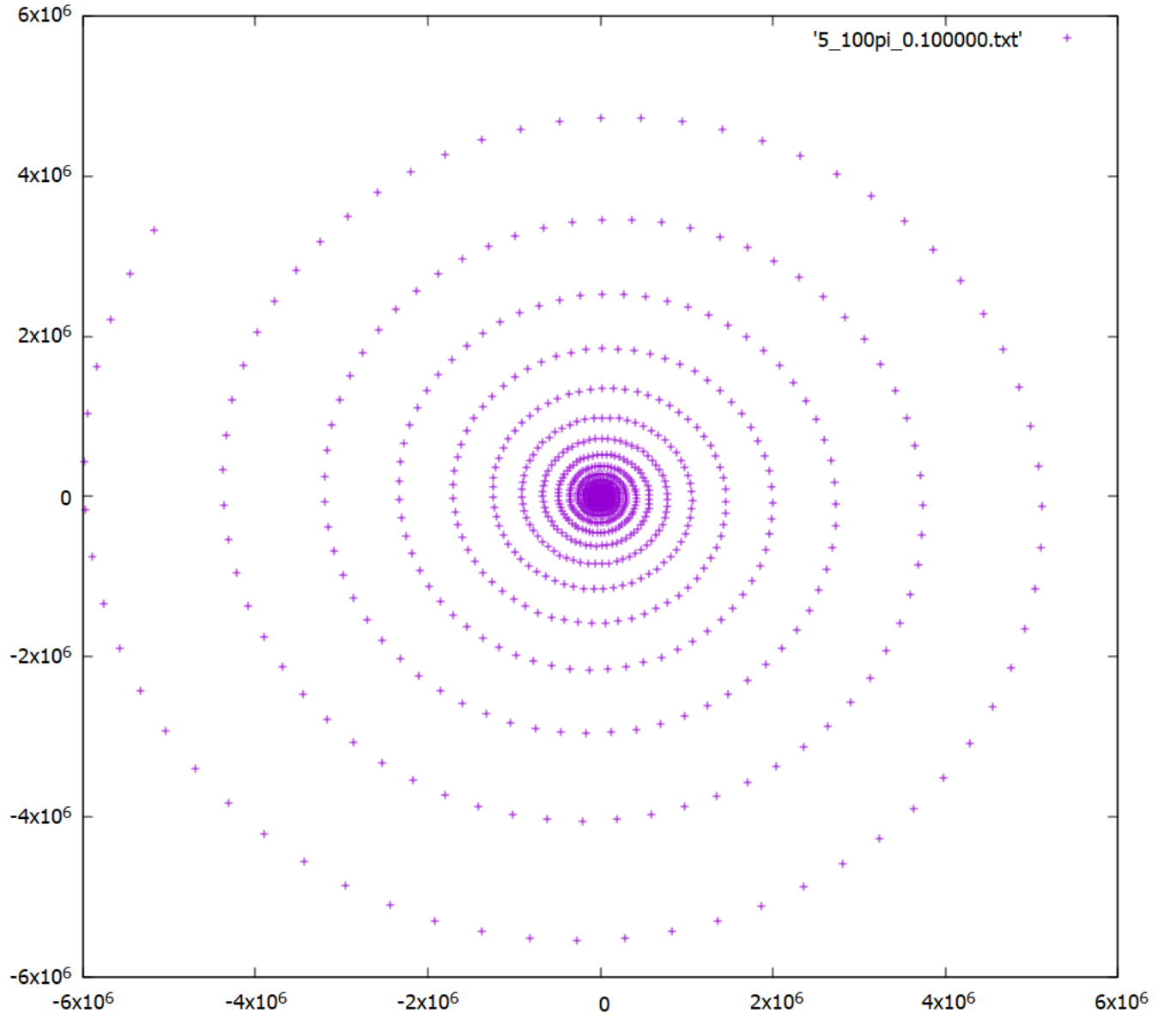


$$T = 10\pi, h = 0.1$$

Ошибка $|\tilde{x}(T) - x(T)| = 0.097298, |\tilde{z}(T) - z(T)| = 3.79211$



$T = 10\pi, h = 0.01$
 Ошибка $|\tilde{x}(T) - x(T)| = 0.00354095, |\tilde{z}(T) - z(T)| = 0.170098$



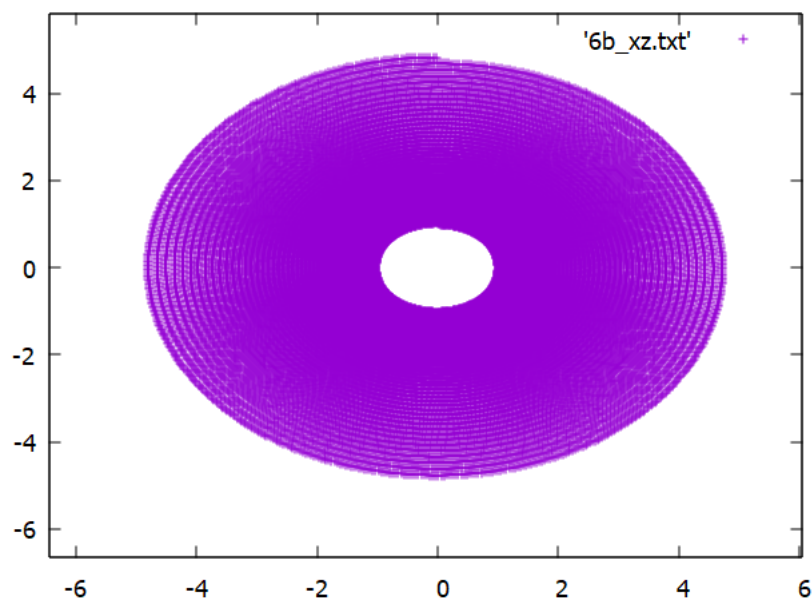
$T = 10\pi, h = 0.01$
 Ошибка $|\tilde{x}(T) - x(T)| = 5.17628 \cdot 10^6, |\tilde{z}(T) - z(T)| = 3.32102 \cdot 10^6$

```
for(int n=0; n < wπ/h; n++){
    x_K = x + h · z;
    z_K = z - h · x;
    x = x_K;
    z = z_K;
}
```

6 Метод Рунге-Кутта

```
Task 4
f(0) = 7.85082
A) t_k = 10
    Error for step h = 0.1: 1
A) t_k = 10
    Error for step h = 0.01: 0.1
A) t_k = 10
    Error for step h = 0.001: 0.01
t_k = 0 y_0 = 7.85082
B) t_k = 1;      h = 0.1;      D = 25.9847
B) t_k = 1;      h = 0.01;     D = 23.0052
B) t_k = 1;      h = 0.001;    D = 22.6371
Task 6a
      x = 1;      h = 0.1;      D = 48.0619
      x = 1;      h = 0.01;     D = 754.635
      x = 1;      h = 0.001;    D = 7820.37
Task 6b
delta x 0.0287534 : delta z -3.82917
h = 0.001:      x = -0.0280188  z = 4.82917
```

Сравнение метода погрешности для метода Эйлераи Рунге-Кутта 6 порядка



Полученный результат в задаче 6 б).

7 Выбор шага

8 Основная задача

Список литературы

- [1] Hajrer E., Nyorsett S., Vanner G. *Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежёсткие задачи* - 1990 - 512с.