Практикум по ЭВМ

Отчёт

Выполнила студентка 422 группы
Резанова Анфиса Сергеевна

Москва, 2021

Содержание

1 Задача 1

На прямой континуум чисел, а в ЭВМ их конечное число (как минимум из-за конечной памяти). Вероятность попадания конкретного числа из множества мощности континуум в конечное множество чисел нулевая, потому что точка множество нулевой меры. Поэтому чтобы как-либо работать с числами в ЭВМ есть “сетка”: если два числа расположены в одной ячейке сетки, то они неразличимы. Равномерная сетка неудобна, потому что в таком случае очень большие при этом числа будут различаться довольно точно, но меньшие по модулю и при этом более популярные числа из окрестности нуля будут различаться с той же погрешностью, поэтому вводится относительная погрешность, а именно вблизи нуля самая мелкая сетка с размером – машинным эпсилон, и чем дальше от нуля, тем крупнее сетка.

1.1 Машинное эпсилон

```
while(1+eps>1){eps/=1.1;}
```

Для типа double машинное эпсилон $\epsilon = 5.14054 \cdot 10^{-20}$

1.2 $X = X + 1$

Минимальное X, такое что $X = X + 1$:

```
while((1+x) != x){x *=k;}
```

k	X	t, c
1.1	$1.94532 \cdot 10^{19}$	0.063
2	$1.84467 \cdot 10^{19}$	0,047

1.3 $Y = 10^{20} + Y$

Минимальное Y, такое что $Y = 10^{20} + Y$:

```
while((pow(10,20)+y) != y){y *=k; }
```

k	Y	t, c
1.1	$2.80046 \cdot 10^{39}$	0.063
2	$2.72226 \cdot 10^{19}$	0,047

В таблицах k - коэффициент при умножении в цикле поиска X,
t - время работы программы.

2 Задача 2

Вычисление интеграла на отрезке [0,1] от функции

$$f(x) = \frac{x^n}{x+6}.$$

2.1 Прямое рекуррентное соотношение

$$I_n = \frac{1}{n} - 6I_{n-1}$$

n = 31: $I_{31} = -7.09911 \cdot 10^7$

2.2 Обратное рекуррентное соотношение

$$I_{n-1} = \frac{1}{6n} - \frac{I_n}{6}$$

Положим $I_{62} = 0$, тогда $I_{31} = 0.00462905$

2.3 Интегральная сумма

$n = 1000, \delta = \frac{1}{n}, x = i\delta$

$$S_n = \delta \sum_{i=1}^{n} f(x),$$

$I_{31} = 0.00448359$

3 Метод Эйлера

$$f(x) = 5cos(8x) + e^{3x^2} + \frac{1}{cos(cos(x))}$$

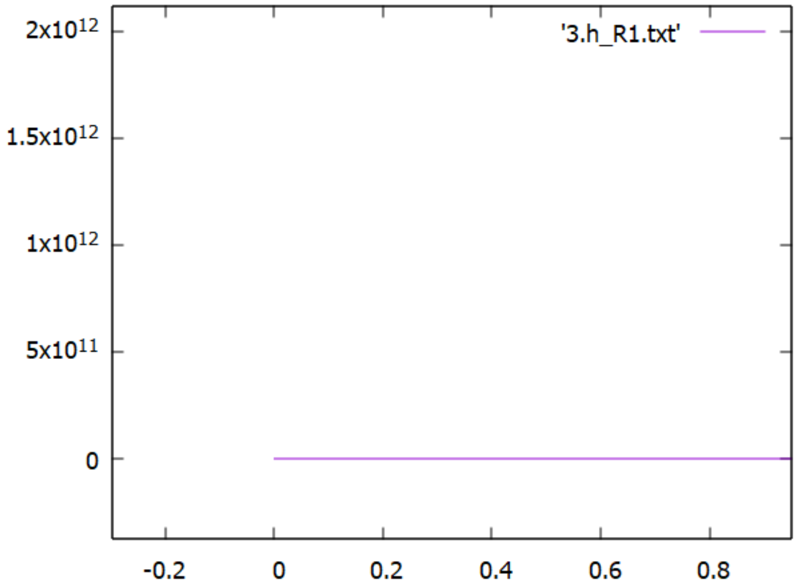
Отрезок [0,1], $x_0 = 1$

$$f'(x) = -40sin(2x) + 6x \cdot e^{3x^2} - \frac{sin(x) \cdot tg(cos(x))}{cos(cos(x))},$$

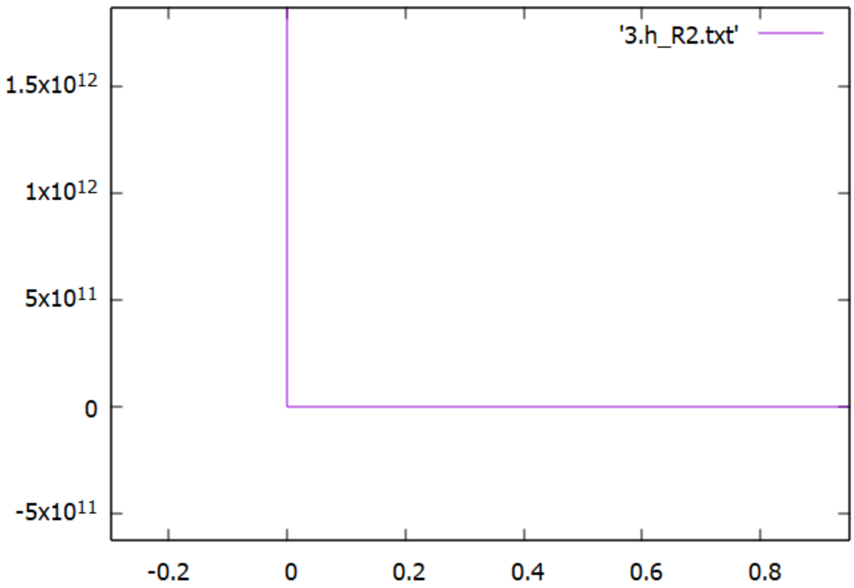
$$R_1 = |f'(x_0) - \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}|,$$

$$R_2 = \frac{h}{2} + 2\frac{\epsilon}{h}, \epsilon = 10^{-8)}.$$

h	R_1	R_2
1	162647	0.5
0.1	58.9043	0.0500002
0.01	1.40638	0.005002
0.001	2.75533	0.00052
0.0001	3.15786	0.00025
1e-05	3.19798	0.002005
1e-06	3.20199	0.0200005
1e-07	3.20239	0.2
1e-08	3.20243	2
1e-09	3.20242	20
1e-10	3.20241	200
1e-11	3.20226	2000
1e-12	3.19577	20000
1e-13	3.28009	200000
1e-14	3.09296	2e+06
1e-15	6.94953	2e+07
1e-16	66.7086	2e+08
1e-17	84.8889	2e+09
1e-18	1600.86	2e+10
1e-19	16760.6	2e+11
1e-20	168358	2e+12



$R_1(h)$



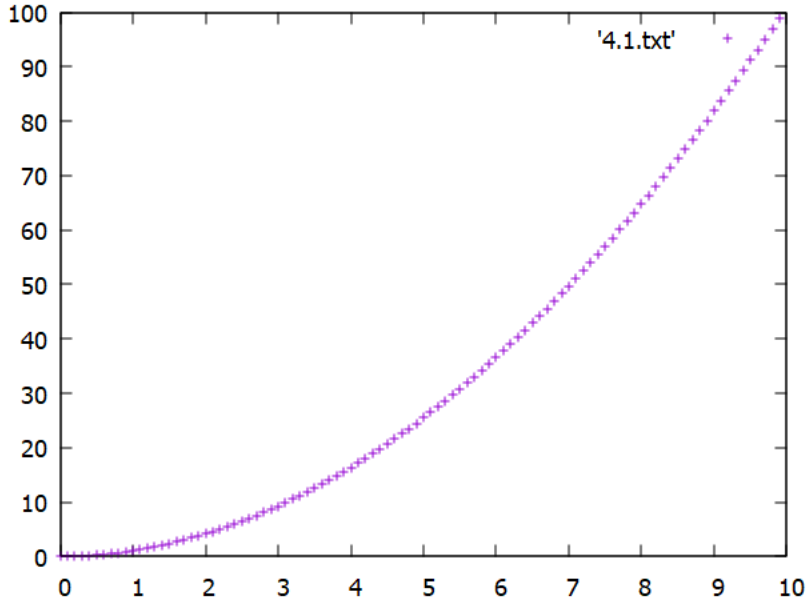
$R_2(h)$

4 Задача 4

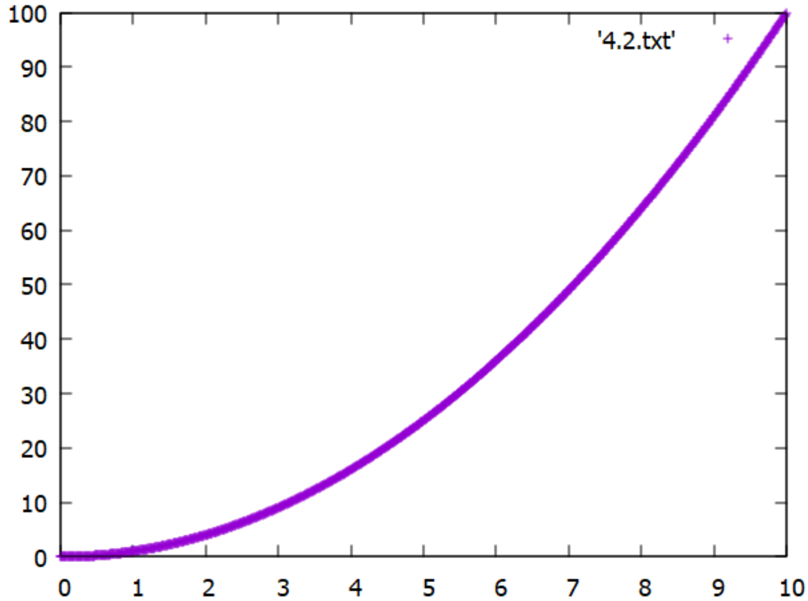
$$y_K = y_0 + hy'(t_k), [t_0, T]$$

4.1 $y = x^2$

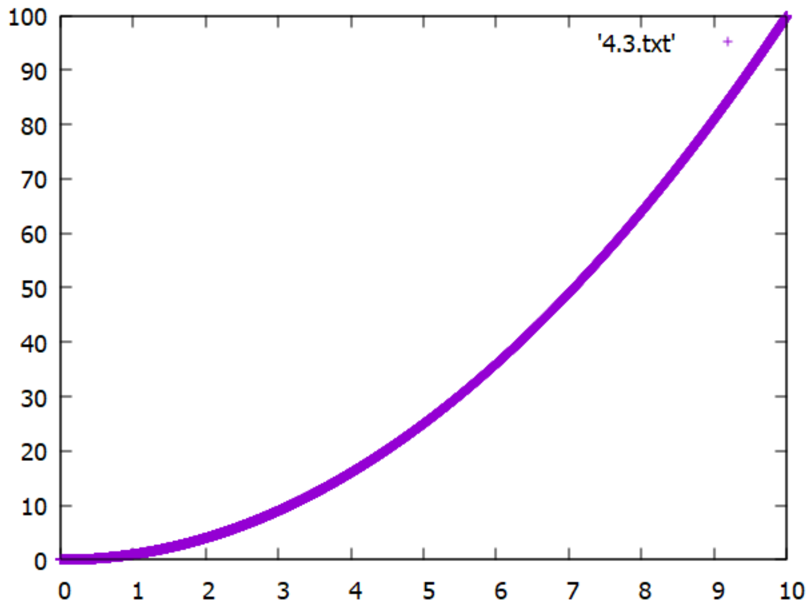
$y = x^2, [t_0, T] = [0, 10]$
$h = 0.1$, ошибка $|y_k - T^2| = 1$



$h = 0.01$, ошибка $|y_k - T^2| = 0.1$

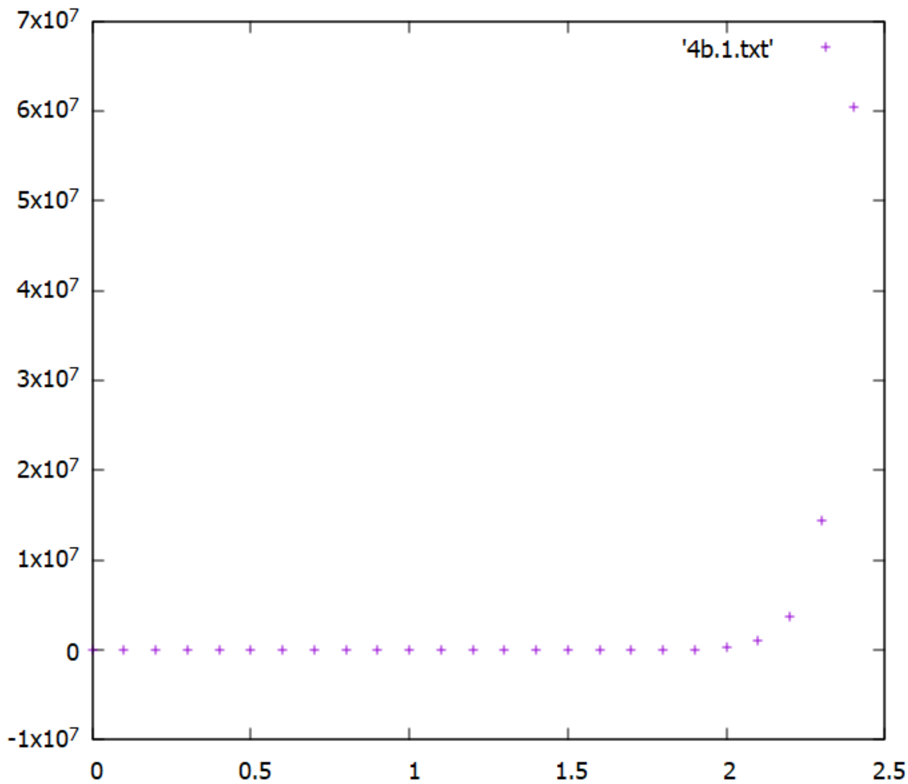


$h = 0.001$, ошибка $|y_k - T^2| = 0,01$



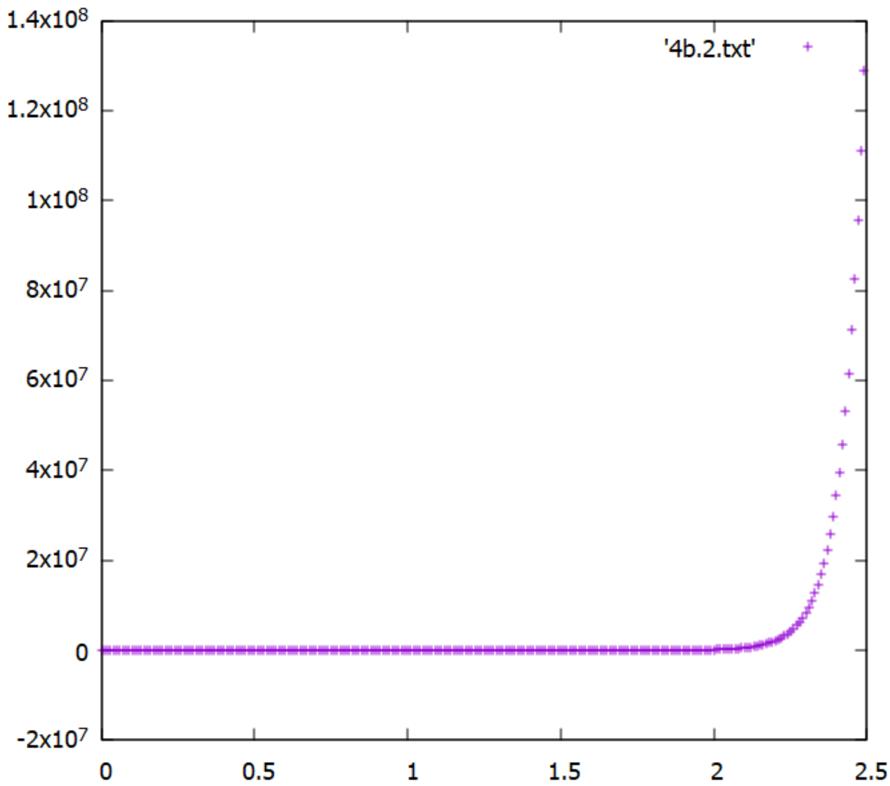
4.2 функция из 3 задачи

$$f(x) = 5cos(8x) + e^{3x^2} + \frac{1}{cos(cos(x))}$$

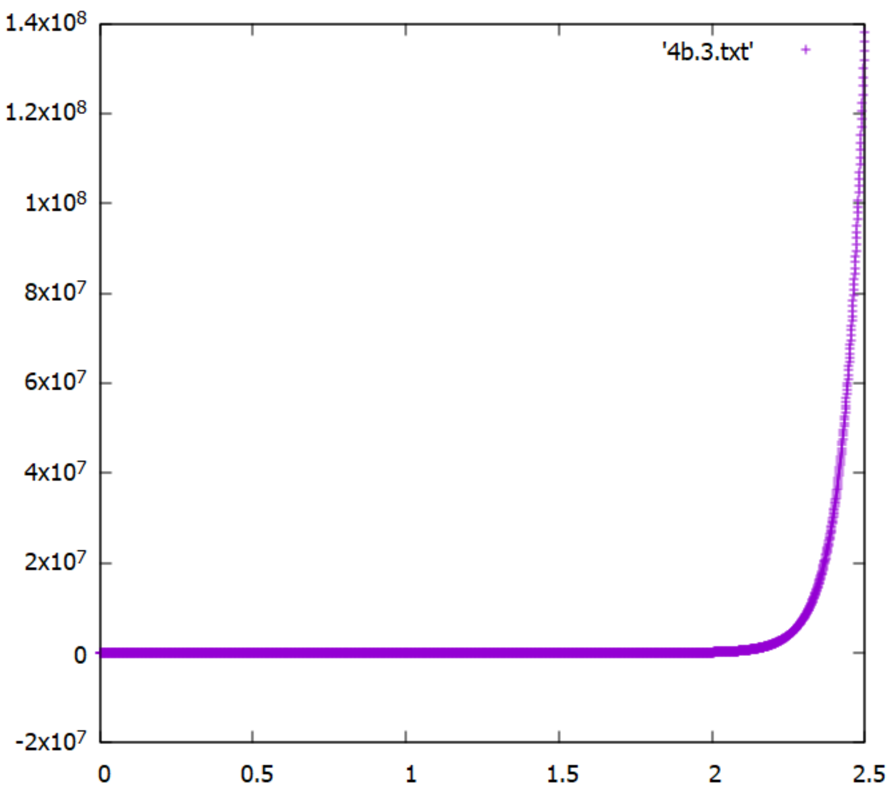


$[t_0, T] = [0; 2.5]$

$h = 0.1$, ошибка $|y_k - f(T)| = 7.85597 \cdot 10^7$



$h = 0.01$, ошибка $|y_k - f(T)| = 1.01577 \cdot 10^7$

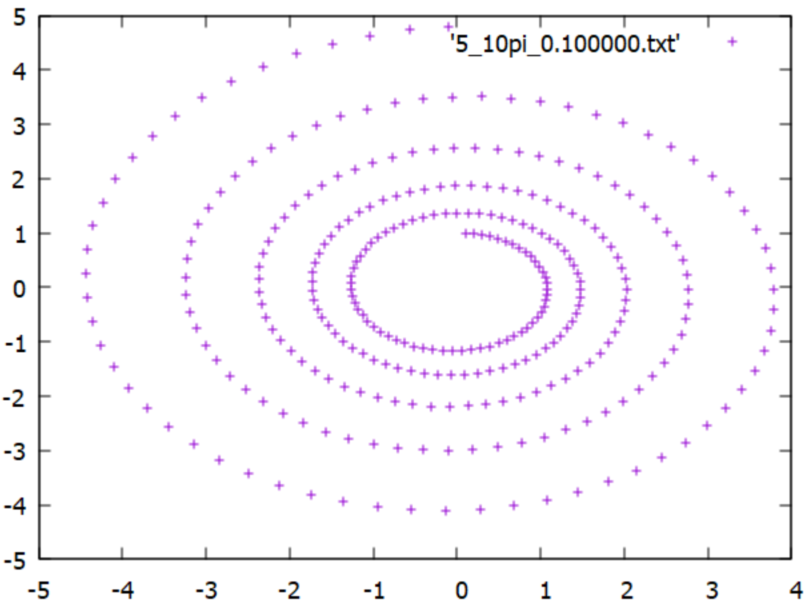


$h = 0.001$, ошибка $|y_k - f(T)| = 1.03985 \cdot 10^6$

5 Метод Эйлера использовать нельзя

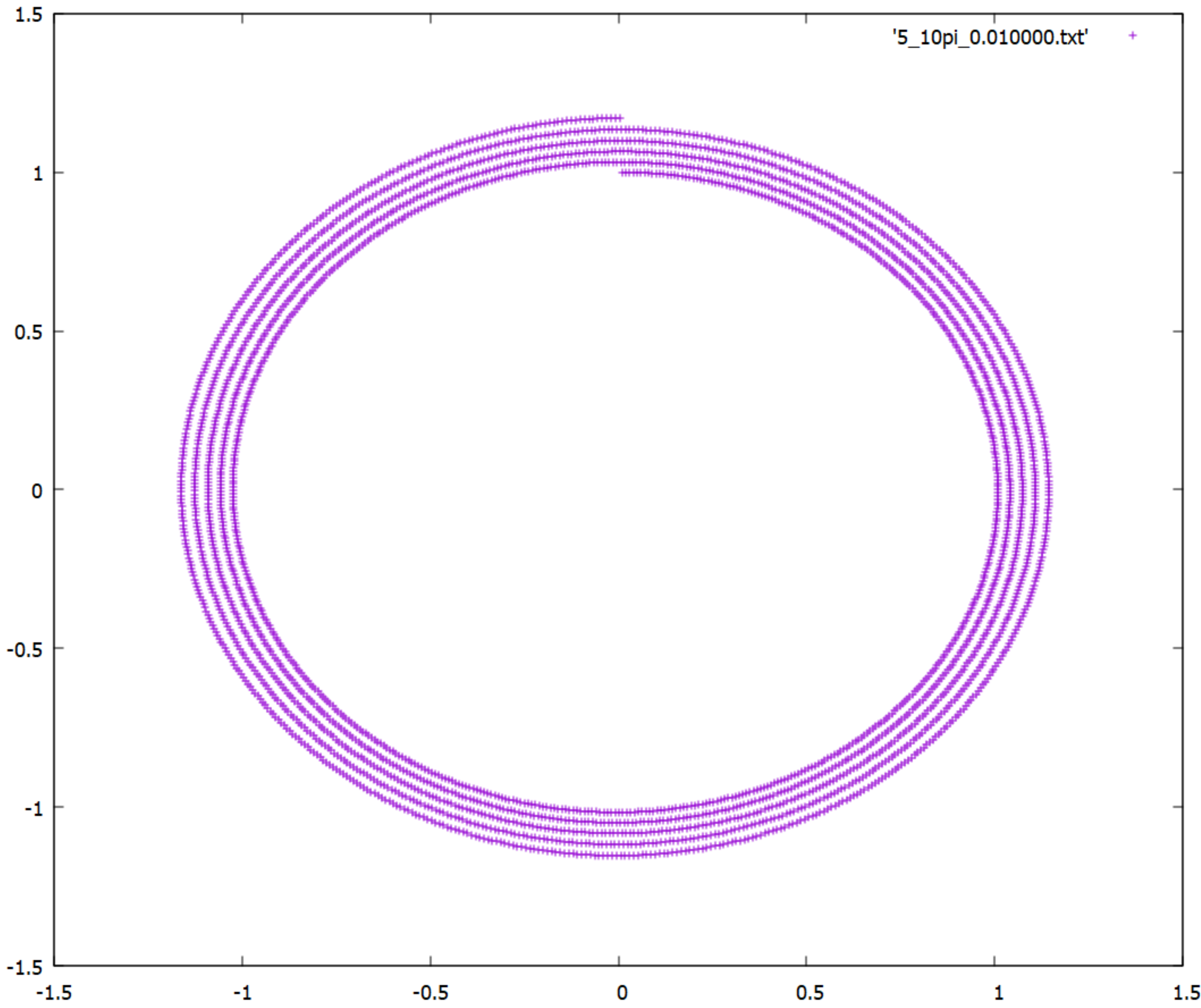
T	h	$\lvert\widetilde{x}(T) - x(T)\rvert$	$\lvert\widetilde{z}(T) - z(T)\rvert$
1π	0.1	0.0560329	2.17124
1π	0.01	0.00843405	2.01584
1π	0.001	0.000406938	2.00157
10π	0.1	0.097298	3.79211
10π	0.01	0.00354095	0.170098
10π	0.001	6.39894e-05	0.015832
100π	0.1	5.17628e+06	3.32102e+06
100π	0.01	0.0468341	3.80989
100π	0.001	0.000737064	0.170089
1000π	0.1	6.29136e+67	4.24262e+67
1000π	0.01	644590	6.59925e+06
1000π	0.001	0.00337112	3.81047
10000π	0.1	nan	nan
10000π	0.01	1.41924e+68	8.26089e+67
10000π	0.001	66406.8	6.63524e+06
100000π	0.1	nan	nan
100000π	0.01	nan	nan
100000π	0.001	1.71934e+67	1.64599e+68
1000000π	0.01	nan	nan
1000000π	0.001	nan	nan

Графики z(x)



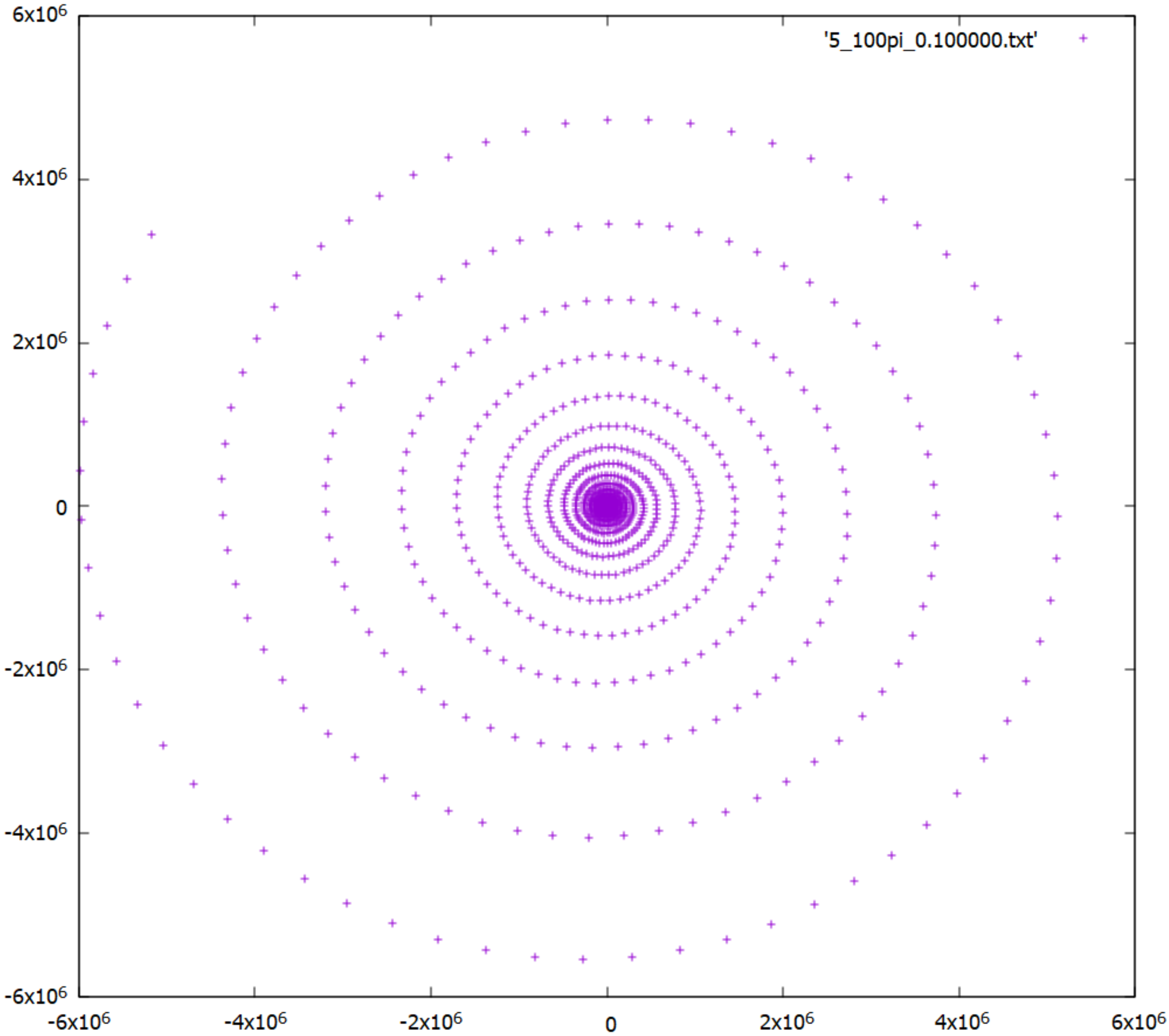
$T = 10\pi, h = 0.1$

Ошибка $\lvert\widetilde{x}(T) - x(T)\rvert = 0.097298, \lvert\widetilde{z}(T) - z(T)\rvert = 3.79211$



$T = 10\pi, h = 0.01$

Ошибка $|\widetilde{x}(T) - x(T)| = 0.00354095, |\widetilde{z}(T) - z(T)| = 0.170098$



$T = 10\pi, h = 0.01$

Ошибка $|\widetilde{x}(T) - x(T)| = 5.17628 \cdot 10^6, |\widetilde{z}(T) - z(T)| = 3.32102 \cdot 10^6$

$$
\begin{gathered}
\text{for(int n=0; } n < w\pi/h; n++)\{ \\
x_K = x + h \cdot z; \\
z_K = z - h \cdot x; \\
x = x_K; \\
z = z_K; \\
\}
\end{gathered}
$$

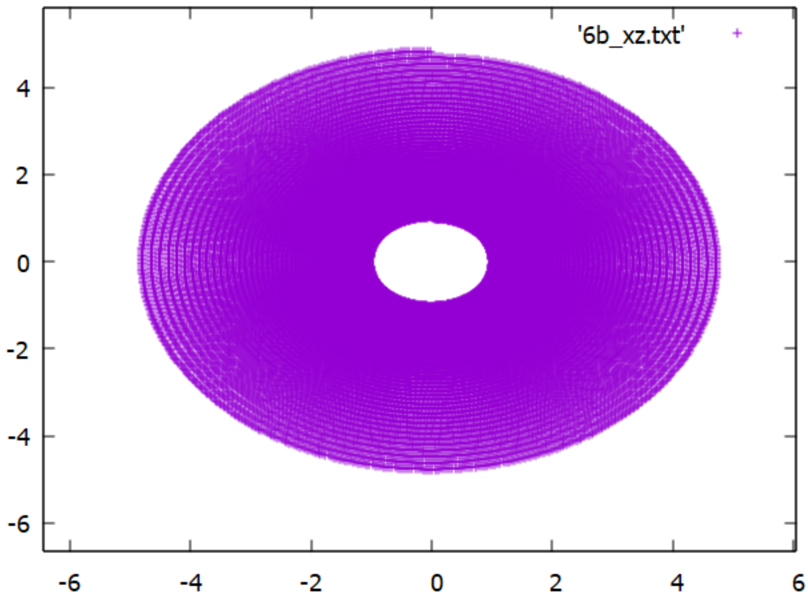
6 Метод Рунге-Кутта

```
Task 4
f(0) = 7.85082
A) t_k = 10
        Error for step h = 0.1: 1
A) t_k = 10
        Error for step h = 0.01: 0.1
A) t_k = 10
        Error for step h = 0.001: 0.01
t_k = 0y_0 = 7.85082
B) t_k = 1;     h = 0.1;        D = 25.9847
B) t_k = 1;     h = 0.01;       D = 23.0052
B) t_k = 1;     h = 0.001;      D = 22.6371
Task 6a

        x = 1;  h = 0.1;        D = 48.0619
        x = 1;  h = 0.01;       D = 754.635
        x = 1;  h = 0.001;      D = 7820.37
Task 6b

delta x 0.0287534 : delta z -3.82917
h = 0.001:      x = -0.0280188  z = 4.82917
```

Сравнение метода погрешности для метода Эйлераи Рунге-Кутта 6 порядка



Полученный результат в задаче 6 б).

7 Выбор шага

8 Основная задача

Список литературы

[1] Hajrer E., Nyorsett S., Vanner G. *Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежёсткие задачи* - 1990 - 512с.