

과목 코드 (01)	1학년 1학기 기말고사 수학 (3차) 출제범위 4. 일차방정식 5. 좌표와 그래프 6. 정비례와 반비례	출	장계환 ㉠	계	소 장	실 장	교 장
		제	옥실장 ㉠				장계환
		자	윤소장 ㉠				

1. 등식의 성질이 옳은 것을 골라라.

① $\frac{a}{3} = \frac{b}{5}$ 이면 $\frac{5a}{c} = \frac{3b}{c}$

② $ac = bc$ 이면 $a + 1 = b + 1$

③ $a - 3 = b + 5$ 이면 $\frac{a}{4} - 1 = \frac{b}{4} + 1$

④ $a + 2 = b - 1$ 이면 $2a + 2 = 2b - 1$

⑤ $2a = b$ 이면 $a - 1 = \frac{1}{2}(b - 1)$

2. 등식 $(a - 2)x + 12 = 3(x + 2b) + 2x$ 가 항등식일 때, 일차방정식 $2 - \frac{x + a}{2} = b - x$ 의 해를 구하여라.

① 5

② - 5

③ 6

④ - 6

⑤ 7
3. x 에 대한 방정식 $2x - b = a - 3x$ 의 해가 $x = a$ 일 때, $\frac{2a + b}{a - b}$ 의 값을 구하여라.

① 0

② 1

③ - 1

④ - 2

⑤ - 3

4. 어떤 회사의 입사 시험에서 남자와 여자의 지원자의 비는 5 : 6, 합격자의 비는 2 : 1, 불합격자의 비는 2 : 3, 합격자의 수는 180명이었다. 입사 지원자의 수를 구하여라.

① 650명

② 720명

③ 800명

④ 850명

⑤ 880명

5. 6%의 소금물 500g이 있다. 여기에 물 100g을 더 넣은 후에 몇 g의 소금을 더 넣으면 10%의 소금물이 되는지 구하여라.

- ① 75g ② 50g ③ $\frac{100}{3}$ g
 ④ 25g ⑤ 20g

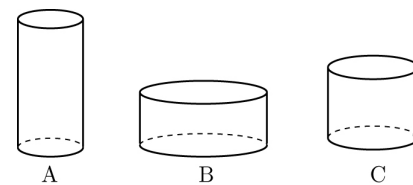
6. 진희는 보트를 타고 곧게 흐르는 강을, 윤성이는 자동차를 타고 강변의 직선 도로를 달리고 있다. 동시에 출발하여 일정한 거리를 시속 40km로 왕복하였는데 윤성이가 5분 먼저 도착하였다. 강물이 흐르는 속력을 시속 10km라고 할 때, 출발점부터 반환점까지의 거리를 구하여라.

- ① 25km ② 30km ③ 35km
 ④ 40km ⑤ 45km

7. 방정식 $0.2x - 1 = 0.4x - 0.6$ 의 해가 $x = a$, 방정식 $\frac{x-4}{2} - \frac{2x-6}{3} = -1$ 의 해를 $x = b$ 라 할 때, 점 $P(-ab, b-a)$ 는 몇 사분면에 있는지 구하여라.

- ① 제1사분면 ② 제2사분면 ③ 제3사분면
 ④ 제4사분면 ⑤ 어느 사분면에도 속하지 않는다.

8. 부피는 같지만 밑면의 반지름의 길이가 서로 다른 원기둥 모양의 용기 A, B, C가 있다. 이 용기에 일정한 속력으로 x 분 동안 물을 받을 때, 용기에 담긴 물의 높이를 y cm라고 한다. 용기 A, B, C 각각의 x 와 y 의 변화에 따른 <보기>의 설명 중 옳은 것의 개수를 구하여라.
 (단, 용기가 넘치는 경우는 생각하지 않는다.)

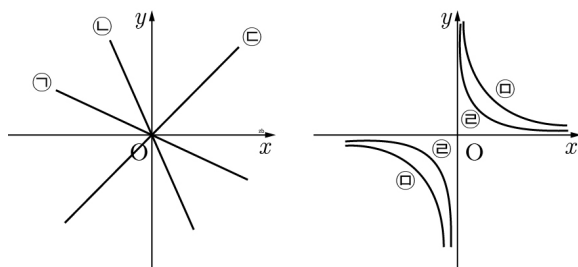


<보기>

- a 분 후에 용기 A의 부피가 가장 크다.
- 용기 A의 그래프가 y 축에 가장 가깝다.
- A, B, C의 그래프 모두 정비례 관계의 그래프이다.
- 용기 B의 그래프가 y 축에 가장 가깝다.
- b 분 후에 용기 B 그래프의 y 의 값이 가장 크다.

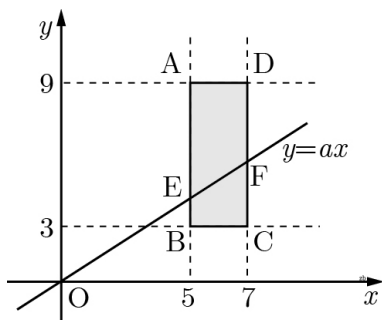
- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

9. 다음은 다섯 개의 식 $y = x$, $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -2x$, $y = \frac{6}{x}$, $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프를 그린 것이다. 이때 그래프와 식을 바르게 짝지어진 것을 골라라.



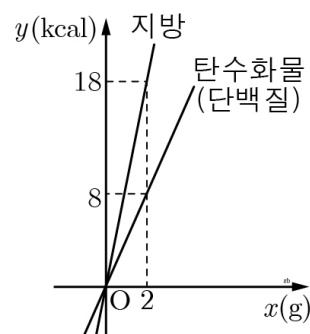
- ① ㉑ : $y = -2x$ ② ㉒ : $y = -\frac{1}{2}x$
 ③ ㉓ : $y = x$ ④ ㉔ : $y = \frac{12}{x}$
 ⑤ ㉕ : $y = \frac{6}{x}$

10. 다음 그림과 같이 직선 $y = ax$ 가 직사각형 ABCD를 두 개의 사다리꼴로 나누고 있다. 사다리꼴 AEFD의 넓이가 사다리꼴 BCFE의 넓이의 2배일 때, $a + (\text{점 E의 } y\text{좌표}) + (\text{점 F의 } y\text{좌표})$ 를 구하여라.



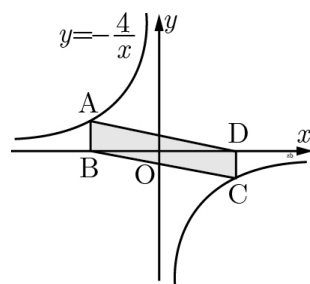
- ① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{22}{3}$ ③ 8
 ④ $\frac{55}{6}$ ⑤ $\frac{65}{6}$

11. 다음 그림은 무게에 따른 탄수화물, 단백질, 지방의 열량을 나타낸 그래프이다. 이 때 단백질의 열량은 탄수화물과 같다고 한다. 어느 빵가게에서 만든 빵 1개에 탄수화물 15g, 단백질 5g, 지방 5g이 들어 있다. 1,000kcal의 열량을 얻으려면 이 빵을 몇 개 먹어야 하는지 구하여라.



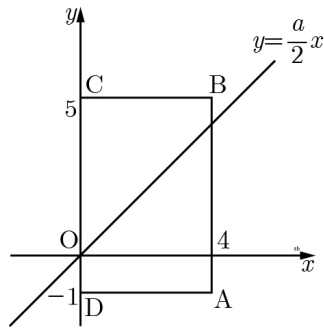
- ① 4개 ② 5개 ③ 6개
 ④ 7개 ⑤ 8개

12. 반비례 관계 $y = -\frac{4}{x}$ 의 그래프 위의 두 점 A와 C의 x좌표는 각각 두 점 B와 D의 x좌표와 서로 같다. 점 B의 좌표는 $(-2a, 0)$, 점 D의 좌표는 $(2a, 0)$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하여라. (단, $a > 0$)



- ① 4 ② 8 ③ 12
 ④ 16 ⑤ 20

13. 사각형 ABCD는 직사각형이다. 점 A(4, -1), C(0, 5)일 때, 정비례 관계 $y = \frac{a}{2}x$ 의 그래프가 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하여라.



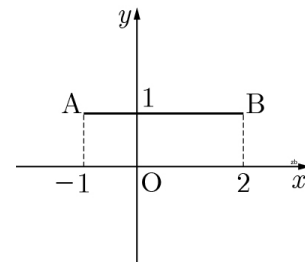
- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

[주관식] (14~16)

14. 온도를 우리나라에서는 섭씨온도(°C)로 나타내고, 미국에서는 화씨온도(°F)로 나타낸다. $x^{\circ}\text{F}$ 는 섭씨 $\frac{5}{9}(x - 32)^{\circ}\text{C}$ 이다. 화씨 50°F 는 섭씨 몇 °C인지 구하여라.

15. 헤지네 가족과 민선이네 가족은 제주도로 여행을 갔다. 길이가 160km 인 순환도로를 헤지네 가족이 자동차를 타고 시속 60km 로 출발한지 10분 후에 같은 출발점에서 민선이네 가족이 반대 방향으로 시속 90km 로 달린다고 한다. 민선이네 가족은 출발한지 몇 분 후에 헤지네 가족과 만나는지 구하여라.

16. 다음과 같이 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 1), B(2, 1)를 연결한 선을 한 변으로 하고 넓이가 3인 직각삼각형을 그리려고 한다. 이 직각삼각형의 나머지 한 꼭짓점 C가 될 수 있는 점의 좌표를 모두 구하여라. (단, 변 AB는 직각삼각형의 가장 긴 변이 아니다.)



[서술형] (17~20)

17. $3\left(x + \frac{2}{3}y\right) - 2\left(\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}x\right) = Ax + By$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수이다.)

18. 다음 두 방정식의 해가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$\frac{x+3}{2} - \frac{x-2}{6} = \frac{5}{6}$$
$$5x - 3(a+x) = -10$$

19. 한 개에 800원 하는 참외를 팔다가 100개가 남아서 초반에는 2개에 1000원에 팔다가 나중에는 3개에 1200원씩 팔아서 모두 팔았는데 한 개에 800원씩 판 것과 비교하여 45%의 손해를 보았다고 한다. 2개에 1000원에 판 참외의 개수를 구하여라.

20. 점 $(-3a-4, 2+b)$ 는 y 축 위의 점이고, 점 $(6a+1, b+1)$ 은 반비례 관계 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프 위의 점일 때, ab 의 값이 얼마인지 구하여라.

[정답과 해설]

1) [정답] ③

[해설] ①, ② $c \neq 0$ 이라는 조건이 없다.

$$\textcircled{3} \quad a-3=b+5 \Rightarrow a-3-1=b+5-1$$

$$\Rightarrow \frac{a-4}{4} = \frac{b+4}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} - 1 = \frac{b}{4} + 1$$

2) [정답] ⑤

[해설]

$(a-2)x+12=5x+6b$ 는 항등식이므로 $a=7$, $b=2$ 이를 준 식에 대입하면

$$2 - \frac{x+7}{2} = 2 - x \quad \therefore x = 7$$

3) [정답] ④

$$[해설] \quad 2x-b=a-3x, \quad 5x=a+b, \quad x = \frac{a+b}{5}$$

그런데 이 방정식의 해가 $x=a$ 이므로

$$\frac{a+b}{5} = a, \quad a+b=5a, \quad b=4a$$

$$\therefore \frac{2a+b}{a-b} = \frac{2a+4a}{a-4a} = \frac{6a}{-3a} = -2$$

4) [정답] ⑤

[해설]

	남자	여자
합격자	120	60
불합격자	$2x$	$3x$
지원자	$120+2x$	$60+3x$

$$\text{남자 합격자} : 180 \times \frac{2}{3} = 120$$

$$\text{여자 합격자} : 180 \times \frac{1}{3} = 60$$

지원자 수의 비가 5 : 6 이므로

$$(120+2x) : (60+3x) = 5 : 6$$

$$300+15x=720+12x$$

$$3x=420$$

$$\therefore x=140$$

그러므로 지원자의 수는

$$(120+2 \times 140) + (60+3 \times 140) = 400+480=880(\text{명})$$

5) [정답] ③

$$[해설] \quad \text{소금의 양} : \frac{6}{100} \times 500 = 30(g)$$

xg 의 소금을 더 넣었다고 하면

$$30+x = \frac{10}{100} \times (600+x)$$

$$3000+100x=6000+10x$$

$$90x=3000 \quad \therefore x = \frac{100}{3}g$$

6) [정답] ①

[해설] 출발점부터 반환점 사이의 거리를 x km라 하자.

보트와 자동차의 속력은 시속 40 km 이고,

강물의 흐르는 속력이 시속 10 km 이므로

진회가 강물이 흐르는 방향과 같은 방향으로

이동할 경우의 속도는 $40+10=50$ (km),

강물의 흐르는 방향과 반대방향으로

이동할 경우의 속도는 $40-10=30$ (km)이다.

윤성이가 도착점에 5분 먼저 도착했으므로 식을 세우면

$$\frac{x}{40} + \frac{x}{40} + \frac{5}{60} = \frac{x}{30} + \frac{x}{50}$$

$$\frac{x}{20} + \frac{1}{12} = \frac{x}{30} + \frac{x}{50}$$

양변에 300을 곱하면

$$15x+25=10x+6x$$

$$\therefore x=25$$

따라서 출발점부터 반환점까지의 거리는 25 km이다.

7) [정답] ①

$$[해설] \quad 0.2x-1=0.4x-0.6$$

$$2x-10=4x-6$$

$$x=-2=a$$

$$\frac{x-4}{2} - \frac{2x-6}{3} = -1$$

$$3x-12-4x+12=-6$$

$$x=6=b$$

따라서 $-ab=-(-2) \times 6=12$,

$b-a=6-(-2)=8$ 이므로

점 $P(-ab, b-a)$ 는 제1사분면이다.

8) [정답] ②

[해설] 시간과 물의 높이는 정비례관계이다.

이때 지름이 길수록 높이는 천천히 증가한다.

이를 그래프로 나타내면 밑면의 반지름의 길이가 짧을수록 높이가 빠르게 증가하므로 그래프가 y 축에 가까워진다.

· 일정한 속력으로 물을 넣으므로 a 분 후 용기의 부피는 똑같다.

· 용기 A의 지름이 가장 짧으므로 높이가 가장 빨리 증가하여 그래프가 y 축에 가장 가깝다.

· A, B, C에 모두 일정한 속력으로 물을 넣으므로 그래프는 모두 정비례 관계의 그래프이다.

· 용기 B의 지름이 가장 길기 때문에 높이는 천천히 증가하여 그래프가 x 축에 가장 가깝다.

· b 분 후에 y 의 값이 가장 큰 그래프 즉 높이가 가장 높은 용기는 A용기이다.

따라서 설명 중 옳은 것은 2개다.

9) [정답] ③

[해설] $y=ax$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이고

$a > 0$ 이면 제1, 3사분면을, $a < 0$ 이면 제2, 4사분면을 지난다.

또한 $|a|$ 값이 클수록 그래프는 y 축에 가깝다.

따라서 ㉠ $-\frac{1}{2}x$, ㉡ $y=-2x$ ㉢ $y=x$ 이다.

$y=\frac{a}{x}$ 의 그래프는 원점에 대칭인 한 쌍의 곡선이고 $a > 0$ 이면

제1, 3사분면을, $a < 0$ 이면 제2, 4사분면을 지난다.

또한 $|a|$ 값이 클수록 그래프는 원점에서 멀리 떨어져있다.

따라서 ㉤ $y=\frac{6}{x}$ ㉥ $y=\frac{12}{x}$

10) [정답] ⑤

[해설] 사각형 ABCD의 넓이가 $2 \times 6 = 12$ 이고,

$\square AEFD = 2\square BCFE$ 이므로

$$\square AEFD = \square ABCD \times \frac{2}{3} = 12 \times \frac{2}{3} = 8$$

이제 점 E(5, 5a), F(7, 7a)라 하면

$$\overline{AE} = 9 - 5a, \overline{DF} = 9 - 7a, \overline{AD} = 2 \text{ 일 때}$$

$$\square AEFD = \frac{1}{2} \{ (9 - 5a) + (9 - 7a) \} \times 2 = 8$$

$$18 - 12a = 8, 10 = 12a \quad \therefore a = \frac{5}{6}$$

$$\text{점 E의 } y \text{좌표는 } 5 \times \frac{5}{6} = \frac{25}{6},$$

$$\text{점 F의 } y \text{좌표는 } 7 \times \frac{5}{6} = \frac{35}{6}$$

$$\therefore a + (\text{점 E의 } y \text{좌표}) + (\text{점 F의 } y \text{좌표}) \\ = \frac{5}{6} + \frac{25}{6} + \frac{35}{6} = \frac{65}{6}$$

11) [정답] ⑤

[해설] 빵 x개를 먹었을 때, 각각 지방, 탄수화물, 단백질의 칼로리를 y kcal라 하면

(i) 탄수화물은 2g의 열량이 8kcal이므로 1g의 열량은 $8 \div 2 = 4$ (kcal)이다.

빵 1개에 탄수화물은 15g이 들어있으므로 빵 x개에서 탄수화물로 얻을 수 있는 열량은 $y = 60x$

(ii) 단백질은 2g의 열량이 8kcal이므로 1g의 열량은 $8 \div 2 = 4$ (kcal)이다.

따라서 빵 1개에 단백질은 5g이 들어있으므로

빵 x개에서 단백질로 얻을 수 있는 열량은 $y = 20x$

(iii) 지방은 2g의 열량이 18kcal이므로 1g의 열량은 $18 \div 2 = 9$ (kcal)이다.

따라서 빵 1개에 지방은 5g이 들어있으므로 빵 x개에서

지방으로 얻을 수 있는 열량은 $y = 45x$

(i)~(iii)에서 빵 x개에서 얻을 수 있는 열량은

$y = 125x$ 이므로 1000kcal를 얻기 위해서는

$$1000 = 125x \quad \therefore x = 8$$

따라서 빵을 8개 먹어야 한다.

12) [정답] ②

[해설] $A(-2a, \frac{2}{a}), C(2a, -\frac{2}{a})$ 이고,

사각형 ABCD의 넓이는

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBD$ 의 넓이의 합이므로

(사각형 ABCD의 넓이)

$$\triangle ABD + \triangle CBD = 2 \triangle ABD$$

$$= 2 \times (4a \times \frac{2}{a} \times \frac{1}{2}) = 8$$

13) [정답] ⑤

[해설] (사각형 ABCD의 넓이) = $4 \times 6 = 24$ 이고,

정비례 관계 $y = \frac{a}{2}x$ 의 그래프가 \overline{AB} 와 만나는 점을 E라 하면

$$E(4, 2a) \text{에서 } \overline{BE} = 5 - 2a$$

이제 사각형 COEB의 넓이가 $24 \div 2 = 12$ 가 되어야 하므로

$$12 = \frac{1}{2} \{ 5 + (5 - 2a) \} \times 4$$

$$6 = 10 - 2a$$

$$\therefore a = 2$$

14) [정답] 10°C

$$[\text{해설}] \frac{5}{9} \times (50 - 32) = \frac{5}{9} \times 18 = 10^\circ\text{C}$$

15) [정답] 60분 후

[해설] 민선이네 가족이 출발한지 x시간 후에 두 가족이 만난다면

$$60(x + \frac{1}{6}) + 90x = 160$$

$$60x + 10 + 90x = 160$$

$$150x = 150 \quad x = 1$$

따라서 민선이네 가족이 출발한지 1시간=60분 후 헤지네 가족과 만난다.

16) [정답] $(-1, 3), (-1, -1), (2, 3), (2, -1)$

[해설] 삼각형의 밑변의 길이가 $\overline{AB} = 2 - (-1) = 3$ 일 때

$$\text{높이를 } h \text{라 하면 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times h = 3 \rightarrow h = 2$$

(i) $\angle CAB = 90^\circ$ 일 때 $C(-1, 3), C(-1, -1)$

(ii) $\angle CBA = 90^\circ$ 일 때 $C(2, 3), C(2, -1)$

17) [정답] $\frac{9}{2}$

$$[\text{해설}] 3(x + \frac{2}{3}y) - 2(\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}x)$$

$$= 3x + 2y - y + \frac{1}{2}x = \frac{7}{2}x + y = Ax + By$$

$$\therefore A + B = \frac{9}{2}$$

18) [정답] $\frac{4}{3}$

[해설] 먼저 $\frac{x+3}{2} - \frac{x-2}{6} = \frac{5}{6}$ 의 해를 구한다.

$$3(x+3) - x + 2 = 5 \quad \therefore x = -3$$

$5x - 3(a+x) = -10$ 이 식에 $x = -3$ 을 대입하면

$$-15 - 3a + 9 = -10,$$

$$-3a = -4 \quad \therefore a = \frac{4}{3}$$

19) [정답] 40개

[해설] 2개씩 판 개수를 x개라고 하면

3개씩 판 개수는 $100 - x$ 개

2개씩 판 금액은 $\frac{x}{2} \times 1000$ (원)

3개씩 판 금액은 $\frac{100-x}{3} \times 1200$ (원)

이 때, 참외를 800원씩 판 것의 45% 손해이므로

$$\frac{x}{2} \times 1000 + \frac{100-x}{3} \times 1200 = 800 \times 100 \times (1 - \frac{45}{100})$$

$$500x + 40000 - 400x = 44000$$

$$100x = 4000 \Rightarrow x = 40$$

그러므로 2개에 1000원씩 판 참외의 개수는 40개다.

20) [정답] $\frac{12}{7}$

[해설] y축 위의 점은 x좌표가 0이므로

$$-3a - 4 = 0 \quad \therefore a = -\frac{4}{3}$$

점 $(6a+1, b+1) = (-7, b+1)$ 이

반비례 관계 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$x = -7, y = b+1$ 을 대입하면

$$b+1 = \frac{2}{-7}, -7b-7=2, -7b=9 \quad \therefore b = -\frac{9}{7}$$

$$\therefore ab = \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{9}{7}\right) = \frac{12}{7}$$