

과목 코드 (01)	1학년 1학기 중간고사 수학 (3차) 출제범위 1. 소인수분해 2. 정수와 유리수 3. 문자의 사용과 식의 계산	출	장계환 ㉠	계	소 장	실 장	교 장
		제	옥실장 ㉠				장계환
		자	윤소장 ㉠				

1. 432를 자연수  $x$ 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.  $x$ 의 값으로 적당하지 않은 것을 모두 골라라.

① 54

② 48

③ 36

④ 27

⑤ 12
2. 두 수  $2^4 \times 5 \times 11^2$ ,  $2^2 \times 5^3 \times 7^2$ 에 대한 설명이다. 옳은 것을 골라라.

① 두 수의 최대공약수는  $2^2 \times 5^3$ 이다.

②  $2^2 \times 5 \times 11$ 은  $2^4 \times 5 \times 11^2$ 의 약수이다.

③  $2^4 \times 5 \times 11^2$ 의 소인수는  $2^4$ , 5,  $11^2$ 이다.

④  $2^2 \times 5^3 \times 7^2$ 의 약수의 개수는 12개이다.

⑤ 두 수의 최소공배수는  $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.
3. 서로 맞물려 회전하는 톱니바퀴  $A$ ,  $B$ 가 있다.  $A$ 의 톱니의 수는 20개,  $B$ 의 톱니의 수는 36개다. 두 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리려면  $A$ 는 몇 번 회전해야 하는지 구하여라.

① 4번

② 5번

③ 6번

④ 8번

⑤ 9번
4. 어떤 자연수로 28을 나누면 4가 남고, 41을 나누면 5가 남고, 51을 나누면 3이 남는다고 한다. 이러한 자연수들의 합을 골라라.

① 12

② 18

③ 20

④ 22

⑤ 24

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ① 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.
- ② 정수는 양의 정수와 음의 정수로 나눌 수 있다.
- ③ 정수 중 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
- ④ 모든 유리수의 절댓값은 2개이다.
- ⑤  $a < 0$ 이면  $a$ 와  $a$ 의 절댓값은 같다.

6. 두 유리수  $-\frac{8}{7}$ 과  $\frac{1}{2}$  사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 분모가 14인 유리수의 개수를 구하여라.

- ① 16개                      ② 18개                      ③ 20개
- ④ 22개                      ⑤ 24개

7. 두 유리수  $a, b$ 에 대하여  $a \times b < 0$ ,  $a - b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $a + b > 0$	㉡ $b - a < 0$	㉢ $a + b^2 < 0$
㉤ $a \times b^2 > 0$	㉥ $a^2 \times b^2 > 0$	㉦ $a^2 \div b > 0$

- ① ㉠, ㉢, ㉤                      ② ㉡, ㉤, ㉥
- ③ ㉡, ㉤, ㉥                      ④ ㉢, ㉤, ㉥
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

8. 두 정수  $a, b$ 가  $a \times |a - b| = 5$ 를 만족할 때,  $a + b$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $N$ 이라 할 때,  $M + N$ 의 값을 구하여라.

- ① 8                              ② 9                              ③ 10
- ④ 11                            ⑤ 12

9. 4개의 유리수  $3, +4, \frac{3}{4}, -\frac{4}{3}$  중에서 세 수를 뽑아 곱한 값 중에서 가장 큰 값을  $a$ , 가장 작은 값을  $b$ 라 할 때,  $2a - b$ 의 값을 구하여라.

- ① -16                              ② -4                              ③ 13
- ④ 25                                ⑤ 34

10. 식  $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-4^2) - \square \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right) - (-2)^2 \div \frac{3}{4}\right\} = -24$ 에서  
□ 안에 알맞은 수를 구하여라.

- ①  $-\frac{16}{3}$                       ②  $-\frac{13}{3}$                       ③  $-\frac{10}{3}$   
④  $\frac{8}{3}$                           ⑤  $\frac{14}{3}$

11. 다음 중 문자를 사용하여 나타낸 식으로 옳지 않은 것을 골라라.

- ①  $x$  시간  $y$  분은  $(60x + y)$  분이다.  
② 5%의 소금물  $xg$  속의 소금의 양은  $\frac{1}{20}x$ 이다.  
③ 200원의  $x$ 할  $y$ 푼은  $20x + 2y$ 원이다.  
④ 1개에  $a$ 원인 볼펜 3자루와 1개에  $b$ 원인 연필 2자루의 가격은  $(3a + 2b)$ 원이다.  
⑤ 3명이  $x$ 원씩 내서  $y$ 원인 선물을 사고 남은 돈은  $(y - 3x)$ 원이다.

12.  $a : b = 2 : 3$ ,  $a : c = 4 : 5$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

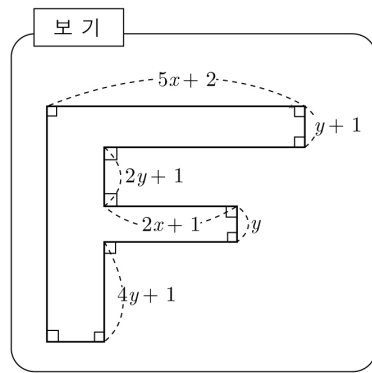
$$3 - \frac{a(c^2 + bc) + b(a^2 + ca) + c(b^2 + ab)}{abc}$$

- ①  $-\frac{43}{15}$                       ②  $-\frac{44}{15}$                       ③  $-3$   
④  $-\frac{46}{15}$                       ⑤  $-\frac{47}{15}$

13.  $\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{a-b}{x+y} = \frac{3}{2}$ 일 때,  $\frac{1}{9x} + \frac{9x+9y}{2a-2b} + \frac{1}{9y}$ 의 값을 구하여라.

- ①  $\frac{16}{45}$                       ②  $\frac{10}{3}$                       ③  $\frac{47}{20}$   
④  $\frac{13}{45}$                       ⑤  $\frac{47}{9}$

14. <보기> 도형의 둘레의 길이를  $x, y$ 를 사용한 식으로 나타낼 때  $x$ 의 계수와  $y$ 의 계수의 비를 구하여라.



- ① 3:5                      ② 4:5                      ③ 5:6  
④ 6:5                      ⑤ 7:8

[주관식] (15~16)

15. 두 자연수  $A, B$ 에 대하여 두 수의 합은 180이고 두 수의 최대공약수와 최소공배수는 각각 15, 525이다.  $A > B$ 일 때,  $A - B$ 의 값을 구하여라.

16. 어떤 일을 완성하는데  $A$ 는  $x$ 일,  $B$ 는  $y$ 일,  $C$ 는  $z$ 일이 걸린다고 한다. 이 일을  $A, B, C$  세 사람이 동시에 같이 할 때, 하루에 할 수 있는 일의 양과 일을 마치는 데 걸리는 날 수를  $x, y, z$ 를 이용하여 각각 나타내어라.

[서술형] (17~19)

17. 다음 규칙을 따르면서, 가장 색을 적게 사용할 때 색의 종류는 몇 가지인지 구하여라.

- ㉠ 가로 315 cm, 세로 84 cm의 벽에 똑같은 크기의 정사각형으로 색을 칠한다.  
㉡ 정사각형마다 모두 다른 종류의 색을 칠한다.  
㉢ 정사각형의 변의 길이는 자연수이다.

18. 서로 다른 세 정수  $a, b, c$ 에 대하여  $a \times b = 0, a \times c > 0, a + c < 0, a - c > 0$ 이고  $a, b, c$ 는 모두 절댓값이 4 이하이다.  $a, b, c$ 의 값을 모두 구하여  $(a, b, c)$ 의 모양으로 나타내어라.

19.  $\frac{1}{2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ 과 같은 규칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

$$\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \right) \div \frac{1}{6}$$

## [정답과 해설]

1) [정답] ①, ③

[해설]  $432 = 2^4 \times 3^3$ 이므로

$x$ 로 나누어서 어떤 자연수의 제곱이 되려면

$x = 3 \times (\text{자연수})^2$  꼴이면서 432의 약수이어야 한다.

$\therefore x = 3, 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, 3 \times 2^4, 3 \times 2^2 \times 3^2, 3 \times 2^4 \times 3^2$ 이 가능하다.

①  $54 = 2 \times 3^3$

②  $48 = 2^4 \times 3$

③  $36 = 2^2 \times 3^2$

④  $27 = 3^3$

⑤  $12 = 2^2 \times 3$

그러므로  $3 \times (\text{자연수})^2$  꼴이 아닌

①  $54 = 2 \times 3^3$ 과 ③  $36 = 2^2 \times 3^2$ 이  $x$ 의 값으로 적당하지 않다.

2) [정답] ②

[해설] ① 최대공약수는 공통인 소인수에서 지수가 작은 쪽을 택하고, 지수가 같으면 그대로 곱한다.

따라서 두 수의 최대공약수는  $2^2 \times 5$ 이다.

③ 소인수는 소수인 인수이므로

$2^4 \times 5 \times 11^2$ 의 소인수는 2, 5, 11이다.

④  $2^2 \times 5^3 \times 7^2$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (3+1) \times (2+1) = 36$ 개다.

⑤ 최소공배수는 공통인 소인수는

지수가 같거나 큰 것을 택하고, 공통이 아닌 소인수도 모두 택하여 곱한다.

따라서 두 수의 최소공배수는  $2^4 \times 5^3 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

3) [정답] ⑤

[해설] 두 톱니는 20, 36의 최소공배수인 180 톱니마다

같은 톱니에서 다시 맞물리게 된다.

$180 \div 20 = 9$  이므로 A 바퀴는 9번 회전하고

B와 다시 맞물리게 된다.

4) [정답] ②

[해설] 구하는 수를  $a$  ( $a > 5$ )라 하면  $a$ 는 나누는 수 이므로

$28 - 4 = 24, 41 - 5 = 36, 51 - 3 = 48$ 의 약수이다.

따라서  $a$ 는 24, 36, 48의 최대공약수인 12의 약수이다.

$a$ 는 12의 약수 중에서

5보다 큰 수 이어야 하므로 6 또는 12이다.

$\therefore 6 + 12 = 18$

5) [정답] ②, ④, ⑤

[해설] ② 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수로 나눈다.

④ 0의 절댓값은 0으로 1개이다.

⑤  $a = -2$ 이면  $-2$ 의 절댓값이 2이므로

$a$ 와  $a$ 의 절댓값은 다르다.

6) [정답] ③

[해설]  $-\frac{8}{7} = -\frac{16}{14}, \frac{1}{2} = \frac{7}{14}$ 이므로 두 수 사이에 있는

분모가 14인 유리수는

$-\frac{15}{14}, -\frac{14}{14}, -\frac{13}{14}, \dots, \frac{5}{14}, \frac{6}{14}$ 이다.  $\therefore$  22개

이 중에서  $-\frac{14}{14} = -1, \frac{0}{14} = 0$ 은 정수이다.

따라서 구하는 수는 모두  $22 - 2 = 20$ 개다.

7) [정답] ③

[해설]  $a \times b < 0 \Rightarrow a, b$ 의 부호는 서로 다르다.

$a - b > 0 \Rightarrow a > b \therefore a > 0, b < 0$

예를 들어  $a = 2, b = -2$ 라 하자.

㉠  $a + b = (+2) + (-2) = 0$

㉡  $a + b^2 = (+2) + (-2)^2 = 2 + 4 = 6 > 0$

㉢  $a^2 \div b = (+2)^2 \div (-2) = -2 < 0$

8) [정답] ①

[해설]  $a \times |a - b|$ 가 양의 정수이므로

$|a - b|$ 와  $a$ 의 부호는 서로 같다.

$|a - b|$ 가 양의 정수이므로  $a$ 도 양의 정수이다.

두 양의 정수의 곱이 5가 되는 경우는

$(1 \times 5)$  또는  $(5 \times 1)$ 이다.

(i)  $a = 1$ 인 경우

$|1 - b| = 5 \Rightarrow 1 - b = 5$ 일 때,  $b = -4$

또는  $1 - b = -5$ 일 때,  $b = 6$

(ii)  $a = 5$ 인 경우

$|5 - b| = 1 \Rightarrow 5 - b = 1$ 일 때,  $b = 4$

또는  $5 - b = -1$ 일 때,  $b = 6$

(i), (ii)에 의해  $(a, b)$ 로 나타내면

$(1, -4), (1, 6), (5, 4), (5, 6)$ 이다.

따라서  $a + b = -3, 7, 9, 11$ 이므로,

$M = 11, N = -3 \therefore M + N = 11 + (-3) = 8$

9) [정답] ⑤

[해설] (i) 세 수의 곱이 가장 큰 경우

세 수 모두 양수이면서 절댓값이 커야 한다.

$\therefore a = 3 \times 4 \times \frac{3}{4} = 9$

(ii) 세 수의 곱이 가장 작은 경우

음수가 1개 선택되고, 나머지 양수들 중 절댓값이 큰 2개를 택하여 곱한다.

$\therefore b = 3 \times 4 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -16,$

$\therefore 2a - b = 18 - (-16) = 34$

10) [정답] ②

[해설]  $\left(-\frac{1}{8}\right) \times (-16) - \square \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right) - (+4) \times \frac{4}{3}\right\} = -24$

$(+2) - \square \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right) - \left(+\frac{16}{3}\right)\right\} = -24$

$(+2) - \square \times (-6) = -24$

$\square \times (-6) = 26$

$\therefore \square = \frac{(-26)}{6} = -\frac{13}{3}$

11) [정답] ⑤

[해설] ⑤ 3명이  $x$ 원씩 내서  $y$ 원인 선물을 사고 남은 돈은  $(3x-y)$ 원이다.

12) [정답] ⑤

[해설]  $a:b=2:3$ ,  $a:c=4:5$ 이므로

$a:b:c=4:6:5$ 이다.

$a=4k$ ,  $b=6k$ ,  $c=5k$ 라 하고, 우선 주어진 식을 간단히 정리한 후 대입한다.

$$\begin{aligned} & 3 - \frac{a(c^2+bc)+b(a^2+ca)+c(b^2+ab)}{abc} \\ &= 3 - \frac{ac^2+abc+a^2b+abc+cb^2+abc}{abc} \\ &= 3 - \left( \frac{c}{b} + 1 + \frac{a}{c} + 1 + \frac{b}{a} + 1 \right) \\ &= -\frac{c}{b} - \frac{a}{c} - \frac{b}{a} \\ &= -\frac{5k}{6k} - \frac{4k}{5k} - \frac{6k}{4k} \\ &= -\frac{5}{6} - \frac{4}{5} - \frac{3}{2} = -\frac{94}{30} = -\frac{47}{15} \end{aligned}$$

13) [정답] ②

[해설]  $\frac{xy}{x+y} = \frac{1}{3}$  에서  $3xy = x+y$  이고  
 $\frac{a-b}{x+y} = \frac{3}{2}$  일 때  $\frac{x+y}{a-b} = \frac{2}{3}$  이다.  
주어진 식을 정리하면

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{9x} + \frac{1}{9y} \right) + \frac{9}{2} \times \frac{x+y}{a-b} \\ &= \frac{1}{9} \times \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{9}{2} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{1}{9} \times \left( \frac{x+y}{xy} \right) + 3 \\ &= \frac{1}{9} \times \frac{3xy}{xy} + 3 \\ &= \frac{1}{3} + 3 = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

14) [정답] ⑤

[해설] 도형에서 가로와 세로의 합은

$$\begin{aligned} & 2(5x+2) + 2(2x+1) \\ &= 10x+4+4x+2 = 14x+6 \end{aligned}$$

세로의 합은

$$\begin{aligned} & 2\{(y+1)+(2y+1)+y+(4y+1)\} \\ &= 16y+6 \end{aligned}$$

따라서 도형의 둘레는  $14x+16y+12$ 이다.

이 때  $x$ 계수와  $y$ 계수의 비는  $14:16=7:8$ 이다.

15) [정답] 30

[해설] 두 수  $A$ ,  $B$ 의 최대공약수가  $G$  최소공배수가  $L$ 일 때,  
 $A \times B = L \times G$ 의 관계가 성립한다.

두 수를  $A=15 \times a$ ,  $B=15 \times b$ 라고 하면,

$$15 \times a \times 15 \times b = 15 \times 525 \Rightarrow a \times b = 35$$

$$\text{또한 } 15a + 15b = 180 \Rightarrow a + b = 12$$

$$\therefore a=7, b=5$$

$$\therefore \text{두 수는 } 105, 75 \text{이므로 } 105 - 75 = 30$$

16) [정답] 하루에 할 수 있는 일의 양 :  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

일을 마치는데 걸리는 날 수 :  $\frac{xyz}{yz+xz+xy}$  (일)

[해설] 어떤 일을 완성하는데  $A$ 는  $x$ 일,  $B$ 는  $y$ 일,  $C$ 는  $z$ 일이 걸리므로 전체 일의 양을 1로 놓으면  $A$ ,  $B$ ,  $C$ 가 하루에 하는 일의 양은 각각  $\frac{1}{x}$ ,  $\frac{1}{y}$ ,  $\frac{1}{z}$ 이다.

따라서 세 사람이 동시에 같이 할 때,

$$\text{하루에 하는 일의 양은 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

또한, 일을 마치는 데 걸리는 날 수를  $a$ 라 하면

$$\left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \times a = 1$$

$$\left( \frac{yz+xz+xy}{xyz} \right) \times a = 1 \quad \therefore a = \frac{xyz}{yz+xz+xy} \text{ (일)}$$

17) [정답] 60가지

[해설] 색을 가장 적게 사용하려면 색칠해야 하는 정사각형의 개수가 가장 적어야 한다.

그러기 위해서는 정사각형의 한 변의 길이가 최대여야 한다.

즉, 정사각형의 한 변의 길이는

315와 84의 최대공약수인 21(cm)이다.

$$\text{가로 : } 315 \div 21 = 15$$

$$\text{세로 : } 84 \div 21 = 4$$

$$\therefore \text{총 } 15 \times 4 = 60(\text{가지})$$

18) [정답]  $(-1, 0, -2)$ ,  $(-1, 0, -3)$ ,  $(-1, 0, -4)$ ,  
 $(-2, 0, -3)$ ,  $(-2, 0, -4)$ ,  $(-3, 0, -4)$

[해설]  $a \times b = 0$ 이고  $a \times c > 0$ 이므로  $b = 0$ 이다.

$a \times c > 0$ 이므로  $a$ ,  $c$ 의 부호는 같다.

$a+c < 0$ 이고,  $a-c > 0$ 이므로

$a < 0$ ,  $c < 0$ ,  $|a| < |c|$ 이다.

따라서 이를 만족하는 절댓값 4이하의  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 의 값은

$(-1, 0, -2)$ ,  $(-1, 0, -3)$ ,  $(-1, 0, -4)$ ,

$(-2, 0, -3)$ ,  $(-2, 0, -4)$ ,  $(-3, 0, -4)$ 이다.

19) [정답] 5

$$\begin{aligned} \text{[해설]} & \left\{ \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) \right\} \div \frac{1}{6} \\ &= \left\{ \frac{1}{1} + \left( -\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} + \left( -\frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3} + \left( -\frac{1}{4} \right) + \frac{1}{4} \right. \\ & \quad \left. + \left( -\frac{1}{5} \right) + \frac{1}{5} + \left( -\frac{1}{6} \right) \right\} \div \frac{1}{6} \\ &= \left\{ 1 + \left( -\frac{1}{6} \right) \right\} \times 6 = 5 \end{aligned}$$