

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №4
на тему

МЕТОДЫ И ПРОЦЕДУРЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ
ПРИ МНОГИХ КРИТЕРИЯХ

Выполнил:
Кутняк А. В.

Проверил:
Туровец Н. О.

Минск 2024

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целями данной лабораторной работы являются следующие вопросы:

- изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив;
- изучение применения методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной лабораторной работе необходимо выполнить анализ альтернатив и выбрать лучшую альтернативу следующими способами:

- первый способ:

а) используя методику экспресс-анализа альтернатив, выбрать три лучших альтернативы;

б) выполнить ранжирование выбранных альтернатив, используя методику скаляризации векторных оценок;

в) сравнить две лучшие альтернативы, используя методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования;

- второй способ:

а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности критериев выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов критериев: метод предпочтений или метод ранга. Используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса критериев;

б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени-Снелла. По результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы;

в) выполнить анализ трех отобранных альтернатив по методу ЭЛЕКТРА. Для приведения оценок к безразмерному виду использовать алгоритм, применяемый в методике экспресс-анализа альтернатив. Изменяя пороговые значения индексов согласия и несогласия, выбрать: одну лучшую альтернативу.

Согласно седьмому варианту, предприятие предполагает закупить универсальный станок для изготовления изделий нескольких типов. Характеристики станков, из которых делается выбор представлены в таблице ниже.

Таблица 2.1 – Характеристики станков

Станок	СТ1	СТ2	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
Кол-во типов выпускаемых изделий	10	12	8	15	10	12

Продолжение таблицы 2.1

Стоимость станка, тыс. ден. ед.	200	250	160	250	180	240
Переналадка на другой тип изделия	достаточно простая	достаточно простая	сложная	очень простая	сложная (немного сложнее, чем для СТЗ)	достаточно простая

Важность критериев оценивается двумя экспертами:

1. По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий – количество типов выпускаемых изделий, менее важный – стоимость, еще менее важный – удобство переналадки на другой тип изделия.

2. По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий – стоимость, менее важный – удобство переналадки на другой тип изделия, еще менее важный – количество типов выпускаемых изделий.

3 ВЫБОР ЛУЧШЕЙ АЛЬТЕРНАТИВЫ

3.1 Выбор множества Парето

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество. Другими словами, ни одна из альтернатив, входящих во множество Парето, не уступает какой-либо другой альтернативе из этого множества по всем критериям. Поэтому множество Парето называют также множеством недоминируемых альтернатив: в нем отсутствуют альтернативы, явно (по всем критериям) отстающие от какой-либо другой альтернативы.

Выбор множества Парето производится следующим образом. Все альтернативы попарно сравниваются друг с другом по всем критериям. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как A_i и A_j) оказывается, что одна из них (например, A_j) не лучше другой ни по одному критерию, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном случае – альтернативу A_j) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить

количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

Если сравнивать попарно по каждому критерию альтернативы СТ1, СТ2, СТ3, СТ4, СТ5 и СТ6, то можно заметить что при сравнении СТ2 и СТ4 первый из них во всём уступает СТ4, значит необходимо исключить альтернативу. Для всех других альтернатив при попарном сравнении можно увидеть что как минимум по одному параметру он является более предпочтительным.

В результате необходимо исключить вторую альтернативу. И в множество Парето для этой задачи входят альтернативы СТ1, СТ3, СТ4, СТ5 и СТ6.

3.2 Приведение к безразмерным величинам

В двух приведённых выше способах для выбора лучшей альтернативы необходимо привести оценки к безразмерным величинам.

Для приведения критерия «Переналадка на другой тип изделия» к безразмерному виду можно использовать шкалу Харингтона. Для критерия подлежащего максимизации, в данном случае «Кол-во типов выпускаемых изделий» можно разделить текущее значение на максимальное значение по данному критерию. В случае же критериев подлежащих минимизации, для данного примера «Стоимость станка, тыс. ден. ед.», нужно разделить минимальное значение по данному критерию на текущее.

Результат приведения значений к безразмерным оценкам представлен в таблице 3.1 ниже.

Таблица 3.1 – Приведение к безразмерным величинам

Станок	СТ1	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
Количество типов выпускаемых изделий	0.67	0.53	1.00	0.67	0.80
Стоимость станка	0.80	1.00	0.64	0.89	0.67
Переналадка на другой тип изделия	0.60	0.40	1.00	0.20	0.60

3.3 Первый способ выбора лучшей альтернативы

3.3.1 Для начала необходимо выбрать три лучших альтернативы при помощи экспресс анализа, для этого необходимо найти минимальное значение среди всех критериев для данной альтернативы, после, необходимо задать пороговое значение критерия, и если минимальное значение оценки альтернативы будет меньше порогового, то значит что данная альтернатива не подходит. Минимальные оценки для каждой альтернативы представлены в таблице 3.2 ниже.

Таблица 3.2 – Наименьшие значения оценок для каждой из альтернатив

Станок	СТ1	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
Р	0.60	0.40	0.64	0.20	0.60

В качестве порогового значения можно выбрать значение 0.5. И в итоге, согласно экспресс анализу, лучшими будут альтернативы: СТ1, СТ4, СТ6.

3.3.2 Далее воспользуемся методикой скаляризации векторных оценок. Для этого необходимо найти взвешенные безразмерные оценки.

Но для начала необходимо найти веса критериев, в данной методике веса находятся на основе разброса оценок. Величины разброса представлены ниже в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Величины разброса оценок

Критерий	Оценка
Количество типов выпускаемых изделий	0.17
Стоимость станка	0.09
Переналадка на другой тип изделия	0.23
Сумма	0.48

Далее, для нахождения весов, нужно разделить значения разброса на сумму разброса. Веса представлены в таблице ниже.

Таблица 3.4 – Веса критериев

Критерий	Оценка
Количество типов выпускаемых изделий	0.35
Стоимость станка	0.18
Переналадка на другой тип изделия	0.48

После, чтобы найти взвешенные безразмерные оценки альтернатив, нужно разделить вес критерия на значение безразмерной оценки альтернативы. Взвешенные безразмерные оценки альтернатив представлены в таблице 3.5 ниже.

Таблица 3.5 – Взвешенные безразмерные оценки альтернатив

Станок	СТ1	СТ4	СТ6
Количество типов выпускаемых изделий	0.52	0.35	0.43
Стоимость станка	0.22	0.28	0.27
Переналадка на другой тип изделия	0.79	0.48	0.79

Далее нужно найти комплексные оценки альтернатив путём сложения оценок по каждому критерию для данной альтернативы, при этом чем меньше значение, тем лучше альтернатива. Результат вычислений приведён в таблице 3.6 ниже.

Таблица 3.6 – Комплексные оценки альтернатив

Станок	СТ1	СТ4	СТ6
Комплексные оценки альтернатив	1.54	1.10	1.49

3.3.3 После воспользуемся методикой оценки двух альтернатив по степени доминирования. Для этого нужно выбрать две альтернативы для сравнения, исходя из вычислений выше, выберем альтернативы СТ4 и СТ6.

Сначала нужно выполнить ранжирование критериев, самый важный критерий получает ранг 1, следующий получит ранг 2, и т. д. В итоге критерий «Количество типов выпускаемых изделий» (К1) получает ранг 1, критерий «Стоимость станка» получает ранг 2, а «Переналадка на другой тип изделия» ранг 3.

Далее выполняется переход от рангов к весам критериев. Веса находятся следующим образом: из всех рангов выбирается максимальный, к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги. Для данной задачи, $K1 = 3$, $K2 = 2$, $K3 = 1$.

После Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) «S» путем деления большей оценки по каждому критерию на меньшую. При этом вычисления производятся не при помощи безразмерных оценок, однако для критерия К3 нужно применить шкалу Харингтона. Для данной задачи степени доминирования: $S1 = 1.25$, $S2 = 1.04$, $S3 = 1.67$.

Теперь необходимо найти скорректированные степени доминирования альтернатив «С» путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам критериев. $C1 = 1.95$, $C2 = 1.09$, $C3 = 1.67$.

Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка ее доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем критериям, по которым данная альтернатива лучше другой. Для альтернативы СТ4 лценка будет равна 3.26, а для СТ6 — 1.09.

Чтобы вынести окончательную оценку необходимо разделить одну оценку на другую, и если значение больше нуля, то лучшей является альтернатива значение которой находится в числителе. В итоге лучшей из двух альтернатив оказалась альтернатива СТ4.

3.4 Второй способ выбора лучшей альтернативы

3.4.1 Сначала необходимо вычислить веса критериев. Для этого спользуем метод ранга. Для этого сначала нужно проставить оценки критериям. Оценки критериев представлены в таблице 3.7 ниже.

Таблица 3.7 – Комплексные оценки альтернатив

Эксперты	K1	K2	K3
Э1	3	2	1
Э2	1	3	2

Далее найдём суммы оценок для каждого критерия, для $K1 = 4$, $K2 = 5$, $K3 = 3$ и общая сумма равна 12. Чтобы найти веса нужно разделить оценку на сумму. Веса критериев представлены в таблице ниже.

Таблица 3.8 – Веса критериев

V1	0.333
V2	0.417
V3	0.250

3.4.2 Далее воспользуемся модифицированным алгоритмом Кемени-Снелла. Для этого нужно проранжировать альтернативы по каждому критерию. Матрица ранжирований представлена ниже.

Таблица 3.9 – Матрица ранжирований альтернатив

	СТ1	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
K1	3	4	1	3	2
K2	3	1	5	2	4
K3	2	3	1	4	2

На основе ранжирования альтернатив по каждому из критериев составляется матрица парных сравнений. Количество таких матриц равно количеству критериев. Матрица заполняется согласно следующим правилам:

- если по данному критерию альтернатива в строке лучше альтернативы в столбце то ставится 1.
- если по данному критерию альтернатива в строке хуже альтернативы в столбце то ставится -1.
- если по данному критерию, альтернатива в строке и альтернатива в столбце то одинаковы, то ставится 0.

Для данной задачи таблицы по трём критериям представлены в таблицах ниже.

Таблица 3.10 – Матрица парных сравнений по K1

	СТ1	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
СТ1	-	1	-1	0	-1
СТ3	-1	-	-1	-1	-1
СТ4	1	1	-	1	1
СТ5	0	1	-1	-	-1
СТ6	1	1	-1	1	-

Таблица 3.11 – Матрица парных сравнений по K2

	СТ1	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
СТ1	-	-1	1	-1	1
СТ3	1	-	1	1	1
СТ4	-1	-1	-	-1	-1
СТ5	1	-1	1	-	1
СТ6	-1	-1	1	-1	-

Таблица 3.12 – Матрица парных сравнений по КЗ

	СТ1	СТ3	СТ4	СТ5	СТ6
СТ1	-	1	-1	1	0
СТ3	-1	-	-1	1	-1
СТ4	1	1	-	1	1
СТ5	-1	-1	-1	-	-1
СТ6	0	1	-1	1	-

Далее составляется матрица потерь, каждый элемент матрицы считается по формуле ниже.

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^M V_i * |R_{jk}^i - 1| \quad (1)$$

Где, j – индекс строки матрицы, k – индекс строки столбца, I – индекс критерия, M — общее кол-во критериев, Vi — вес i-го критерия, Rij — элемент матрицы парных сравнений по i-му критерию.

Далее нужно провести предварительное ранжирование альтернатив, для этого нужно посчитать суммы потерь по каждой строке, альтернатива с самой меньшей суммой предварительно будет самой лучшей.

На первой итерации предварительного ранжирования получим значения представленные в таблице ниже.

Таблица 3.13 – Первое предварительное ранжирование альтернатив

СТ1	4.083
СТ3	4.167
СТ4	3.333
СТ5	4.500
СТ6	3.917

И после исключения получим СТ4 (т. к. данная альтернатива имеет наименьшую сумму) следующую матрицу потерь.

Таблица 3.14 – Матрица потерь после исключения СТ4

	СТ1	СТ3	СТ5	СТ6
СТ1	-	0.833	1.167	0.917
СТ3	1.167	-	0.667	1.167
СТ5	0.833	1.333	-	1.167
СТ6	1.083	0.833	0.833	-

По аналогии с действиями выше таким образом исключаются и последующие альтернативы и в результате предварительного ранжирования получим следующую последовательность: С4, С6, С3, С5, С1.

После предварительного ранжирования выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно,

начиная с конца предварительного ранжирования. Если сравниваются j -я и k -я альтернативы (при этом j -я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше k -й) и выполняется условие $R_{jk} \cdot R_{kj}$ (где R_{jk} и R_{kj} - элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах (j -я альтернатива лучше k -й). Если $R_{jk} > R_{kj}$, то альтернативы меняются местами (j -я альтернатива хуже k -й).

Таблица сравнений альтернатив для окончательного ранжирования представлена ниже.

Таблица 3.15 – Окончательное ранжирование альтернатив

J	K	C_{jk}	C_{kj}	Действие
СТ5	СТ1	0.833	1.167	-
СТ3	СТ5	0.667	1.333	-
СТ6	СТ3	0.833	1.167	-
СТ4	СТ6	0.833	1.167	-

Результат окончательного ранжирования: С4, С6, С3, С5, С1.

3.4.3 Далее выбрав три лучшие альтернативы из вычислений выше: СТ4, СТ6, СТ3 используем метод ЭЛЕКТРА.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (A_j и A_k) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива A_j лучше, чем A_k . Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве A_j над A_k) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив). Рассмотрим реализацию одного из вариантов метода ЭЛЕКТРА на следующем примере.

Для начала Определяются индексы согласия C_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$ (где N – количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что j -я альтернатива лучше k -й. В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы. Таким образом, индекс согласия C_{jk} находится как сумма весов критериев, по которым j -я альтернатива не хуже k -й. Чем больше индекс согласия, тем более выражено превосходство j -й альтернативы над k -й. Матрица представлена ниже.

Таблица 3.16 – Матрица индексов согласия

	СТ3	СТ4	СТ6
СТ3	-	0.417	0.417
СТ4	0.583	-	0.583
СТ6	0.583	0.417	-

Далее Определяются индексы несогласия D_{jk} , $j=1,...,N$, $k=1,...,N$. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что j -

я альтернатива лучше k -й. То есть, индекс несогласия D_{jk} находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым j -я альтернатива не лучше k -й. Чем больше индекс несогласия, тем менее выражено превосходство j -й альтернативы над k -й. Матрица индексов несогласия представлена в таблице ниже.

Таблица 3.17 – Матрица индексов несогласия

	СТ3	СТ4	СТ6
СТ3	-	0.600	0.267
СТ4	0.360	-	0.027
СТ6	0.333	0.400	-

Далее нужно найти предельные значения индексов согласия и несогласия. Для индекса согласия это будет минимальный элемент в строке, а для несогласия максимальный. Таблицы с предельными значениями представлены ниже.

Таблица 3.18 – Предельные значения индекса согласия

СТ3	0.417
СТ4	0.583
СТ6	0.417

Таблица 3.19 – Предельные значения индекса несогласия

СТ3	0.600
СТ4	0.360
СТ6	0.400

Далее выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям: $C_j > C^*$, $D_j < D^*$, где C^* , D^* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения $C^*=0,5$, $D^*=0,5$; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие обоим условиям.

Для данной задачи выберем $C^*=0,5$, $D^*=0,5$ и в итоге получим что только СТ4 удовлетворяет условиям выше и следовательно СТ4 – лучшая альтернатива.