

1. 已知集合 $A = \left\{ y \mid y = \sin^4 x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \right\}$, 集合 $B = \left\{ x \mid \frac{x}{4x-3} \leq 0 \right\}$, 则集合 $A \cap B =$

()

- A. $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4} \right)$ B. $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4} \right]$ C. $\left(0, \frac{3}{4} \right)$ D. $\left(0, \frac{3}{4} \right]$

2. 若复数 $z = \frac{i}{2-i}$, 则 $\left| \frac{z}{z-i} \right| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 已知命题 p : 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 满足 $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$, 若在边 BC 上存在一点 E 使得 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AD}$, 则 $\triangle ABC$ 是锐角三角形; 命题 q : 因为球的面积 S 是其体积 V 关于半径的导数, 所以正方体的面积 S 也是其体积 V 关于半棱长的导数. 下列命题中, 真命题是 ()

- A. $p \wedge q$ B. $(\neg p) \wedge q$ C. $p \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

4. 已知在平面直角坐标系 xOy 内, O 为坐标原点, 关于 x, y 的二次方程 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$, 若参数 A, B, C 满足

$B^2 - 4AC > 0$, 则该方程表示的是双曲线. 则曲线 $y = \sqrt{3}x + \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ D. 与 a 有关

5. 已知实数 x, y, z 均不等于 $k\pi$, 其中 $k \in \mathbb{Z}$. 已知 $\cot x, \cot y, \cot z \left(\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} \right)$ 成等差

数列, 则下列数列中为等差数列的是 ()

- A. $\{\tan(y+z-x), \tan(x+z-y), \tan(x+y-z)\}$
B. $\{\cot(y+z-x), \cot(x+z-y), \cot(x+y-z)\}$

C. $\{\cos(y+z-x), \cos(x+z-y), \cos(x+y-z)\}$

D. $\{\sin(y+z-x), \sin(x+z-y), \sin(x+y-z)\}$

6. 18 世纪著名科学家欧拉发现了复变函数中的欧拉幅角公式: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ 它将三角函数的定义域扩大到复数, 建立了三角函数和指数函数的关系, 它在复变函数论里占有非常重要的地位. 据此, 下列各式中, 值为 $\sqrt{2}$ 的是 ()

A. $ie^{-\frac{i\pi}{4}} - ie^{\frac{i\pi}{4}}$ B. $ie^{\frac{i\pi}{4}} - ie^{-\frac{i\pi}{4}}$

C. $e^{\frac{i\pi}{4}} - e^{-\frac{i\pi}{4}}$ D. $e^{-\frac{i\pi}{4}} - e^{\frac{i\pi}{4}}$

7. 反三角函数是一类函数的总称, 可以看成相应的三角函数在特定区间上的反函数.

其中反正切函数表示为 $y = \arctan x$, 也即 $x = \tan y$, 它是函数

$y = \tan x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$ 的反函数. 根据以上信息,

$\arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} + \int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2+1} dx =$ ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

8. 在边长为 4 的等边 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AB 的中点, 点 E, F 分别在边 AC, BC 上. 若

$CF = 2AE$, 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF}$ 的最大值为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 若定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足关系式

$(x+2)f(x) + xf'(x) = 2(x+1)e^x$, 则函数 $y = f(x) - x$ 的最小值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. 在边长为2的正六边形 $ABCDEF$ 中, G 是边 DE 上的一点. 将正六边形沿着 AG 折起形成立体图形, 使得二面角 $F-AG-C$ 的大小为 $\frac{2\pi}{3}$. 则随着点 G 在边 DE 上移动,

立体图形中线段 CF 长度的最小值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2119}}{13}$ B. $\frac{\sqrt{355-20\sqrt{3}}}{5}$
C. $\sqrt{18-4\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{16-2\sqrt{3}}$

11. 执行下图所示的算法框图, 输出的 m 的值为 ()

- A. $\frac{121}{39}$ B. $\frac{241}{79}$
C. $\frac{481}{159}$ D. $\frac{961}{319}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足关系式 $a_{n+1} = 4a_n^3 - 3a_n$,

且 $a_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. 那么 $a_{2022} =$ () (已知

$$\sin \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4})$$

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

13. $\left(x - \frac{1}{x} + y + \frac{1}{y^2}\right)^{12}$ 的展开式中, 常数项为_____.

14. 若使得关于 x, y 的方程组

$\begin{cases} y+k=kx+2 \\ x^2+y^2=6x+8y+a \end{cases}$ 有且仅有一组实数解的实数 k 的值有且仅有两个, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知关于 x 的方程 $x^2 \ln a + a^2 \ln x - 2ax \ln a = x^2 - ax (a > 0)$ 有且只有一个实数根, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 已知平面区域

$$M : \left\{ (x, y) \mid (x-5)^2 + (y-4)^2 \leq \frac{(2x-2y-11)^2}{9} \right\} \text{ 和 平面区域}$$

$N : \{(x, y) \mid |x-m| + |y-m+1| \leq 1\}$. 若 $M \cap N = N$, 则实数 m 的取值范围是_____.

