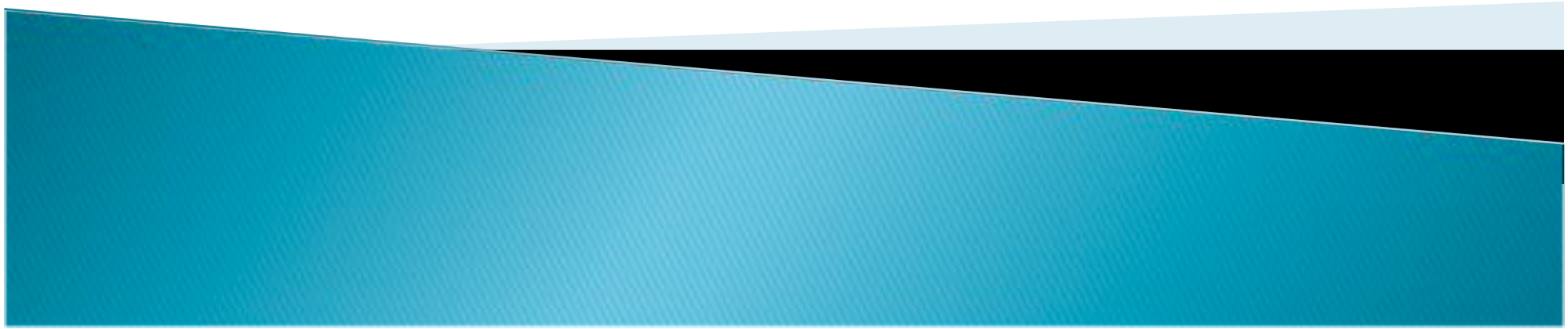
一般化線型混合モデル（GLMM）

2010/11/5

潮雅之・幸田良介



今日の内容

- 今までの線型モデルと一般化線型モデル、一般化線型混合モデルの関係
- 一般化線型混合モデルの注意点
- モデル選択、AICについて
- 一般化線型モデル
- 一般化線型混合モデル

- Rによる実演（幸田君）

Zuur et al. (2009) p.32

線型モデルの発展

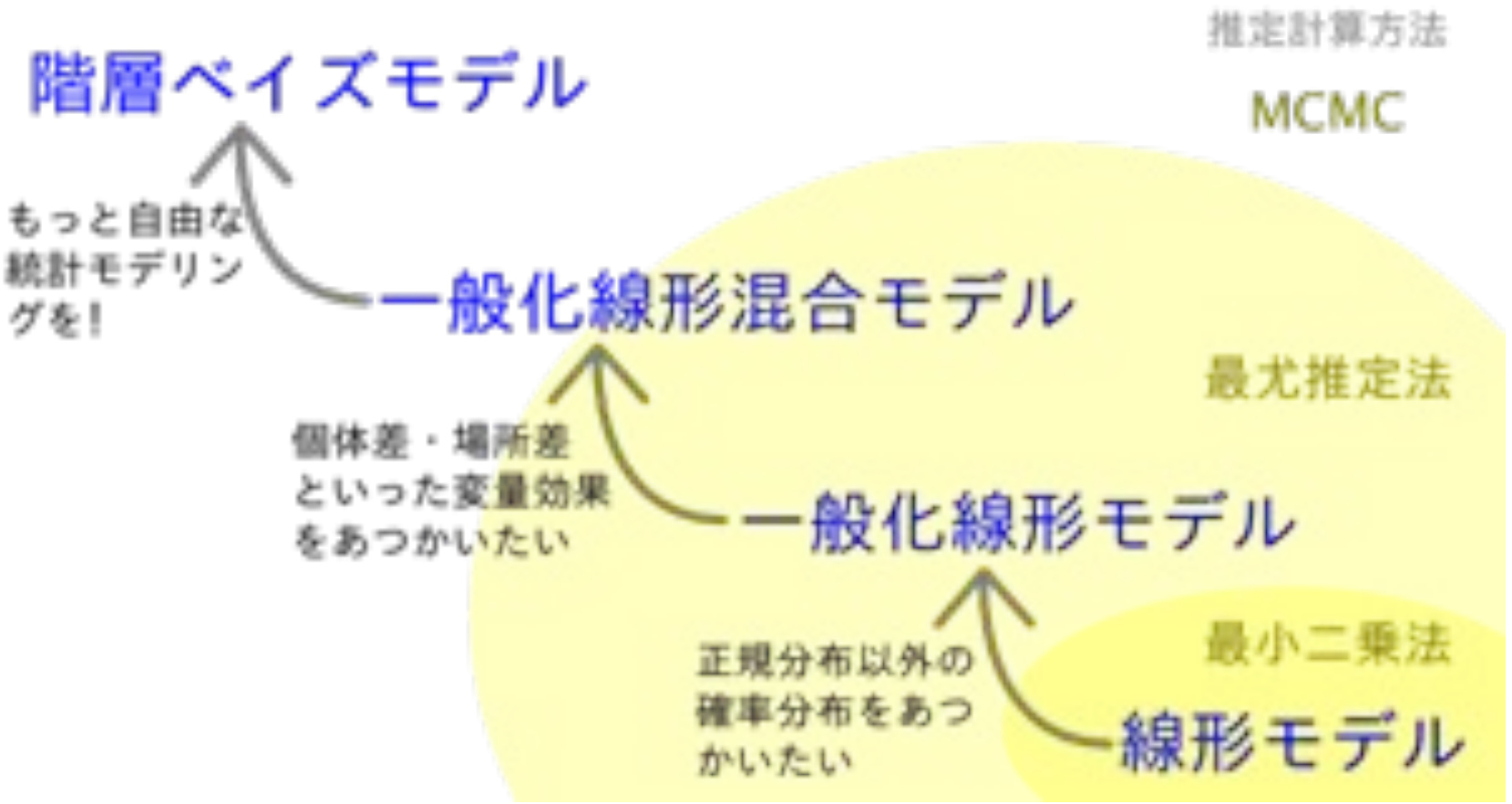
- 変数間の関係は**線型**
  （非線型はGAM, GAMMで扱う、後日）

- 一般線型モデル（General Linear Model; GLM）
  →正規分布、混合効果無

- 一般化線型モデル（Generalized Linear Model; GLM）
  →いろんな分布、混合効果無

- 一般化線型混合モデル（Generalized Linear Mixed Model; GLMM）
  →いろんな分布、混合効果有

線形モデルの発展



久保さん(北大)

注意点

- … GLMM and GAMM are on the frontier of statistical research. This means that available documentation is rather technical, and there are only a few, if any, textbooks aimed at ecologists. There are multiple approaches for obtaining estimated parameters, and there are at least four packages in R that can be used for GLMM. Sometimes these give the same results, but sometimes they give different results. Some of these methods produce a deviance and AIC; others do not.

Zuur et al. (2009) p.323

モデルの説明の前に．．．

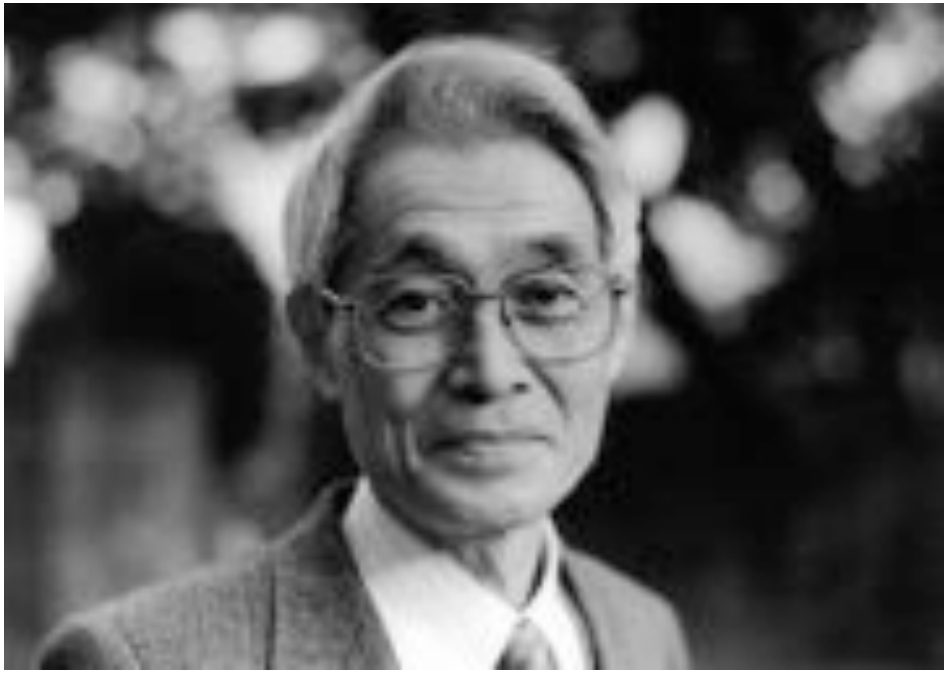
- モデル選択について
- AICについて

モデル選択

- GLM, GLMMを使っていろんなモデルが作られる。
- 例
  1. 根萌芽 ~ 親木 + シカ密度 + 親木*シカ密度
  2. 根萌芽 ~ 親木 + シカ密度
  3. 根萌芽 ~ 親木
  4. 根萌芽 ~ シカ密度

- 1–4、どれが良いモデル?

AICを使えば良い



- 赤池博士が作ったAkaike Information Criteria

AICとは？

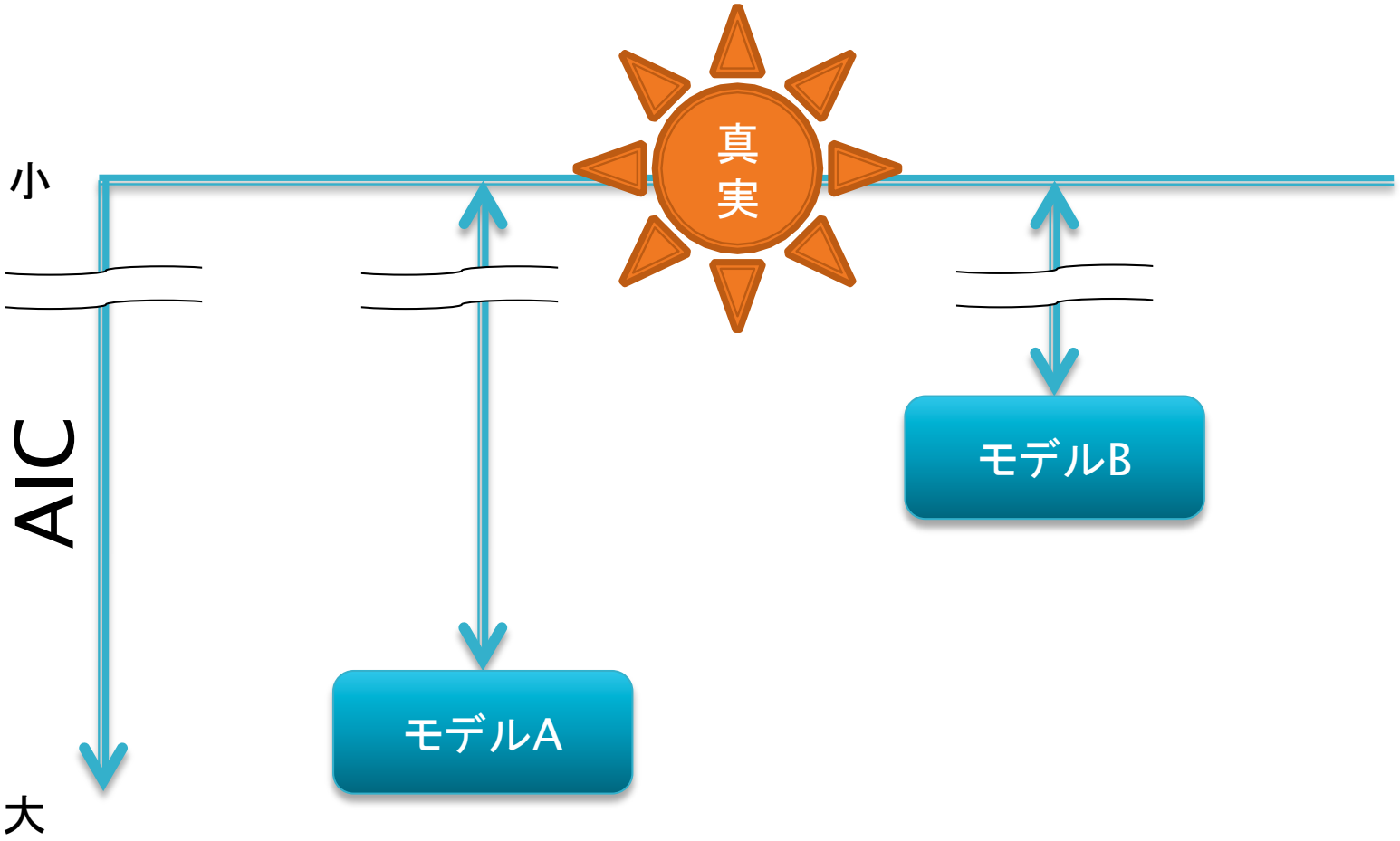
- 赤池情報量基準 (Akaike Information Criteria)
- モデルの良さを評価する基準

- AIC ＝ −2 × (最大対数尤度) ＋ 2 (変数の数)
- ‘2’の意味は深いらしい．．．

- AICが低ければ低いほど良いモデル
- 他にもBIC, TIC, GIC, MDL…

以下に詳しく載っています。分かった方はぜひ解説して下さい。
『赤池情報量基準ーモデリング・予測・知識発見ー』
赤池弘次ほか（2007）

直感的に説明すると、



モデルBの方が、良いモデル！

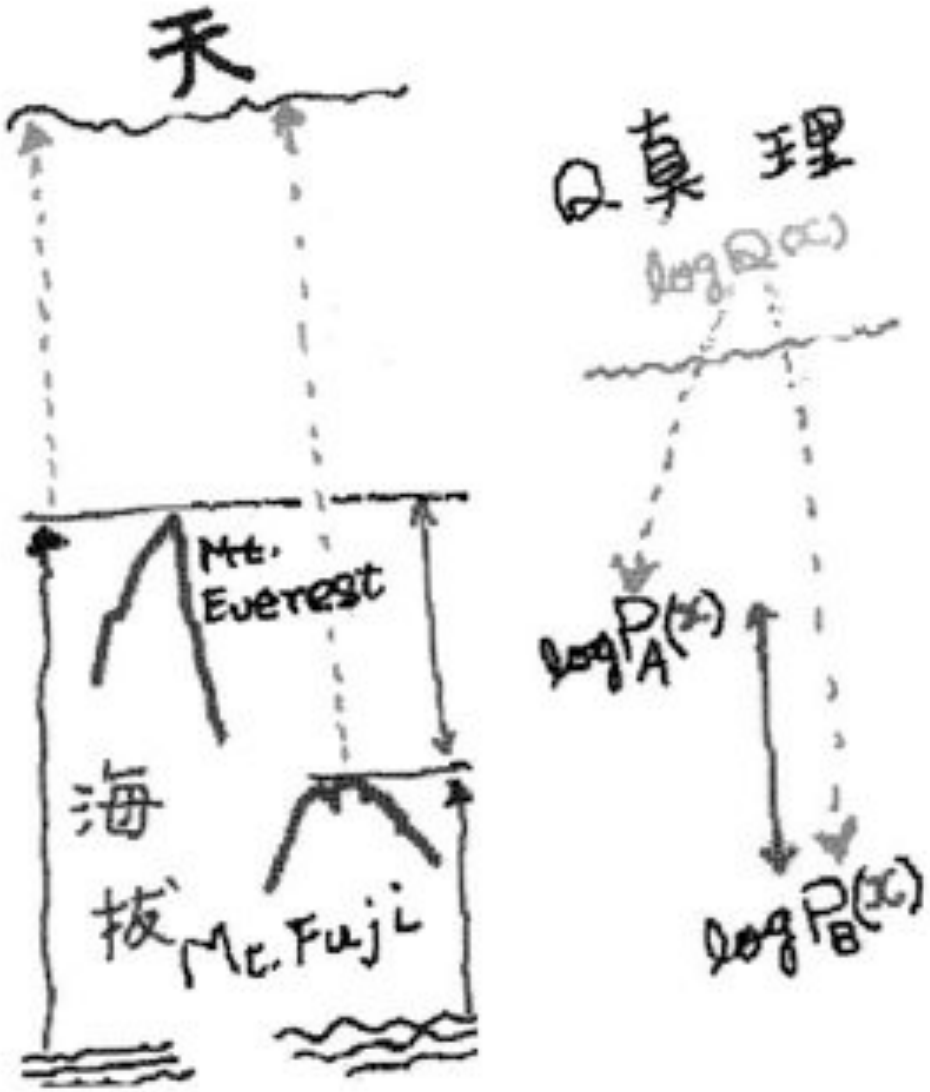


図 1.8

『赤池情報量基準ーモデリング・予測・知識発見ー』
赤池弘次ほか（2007） p.14

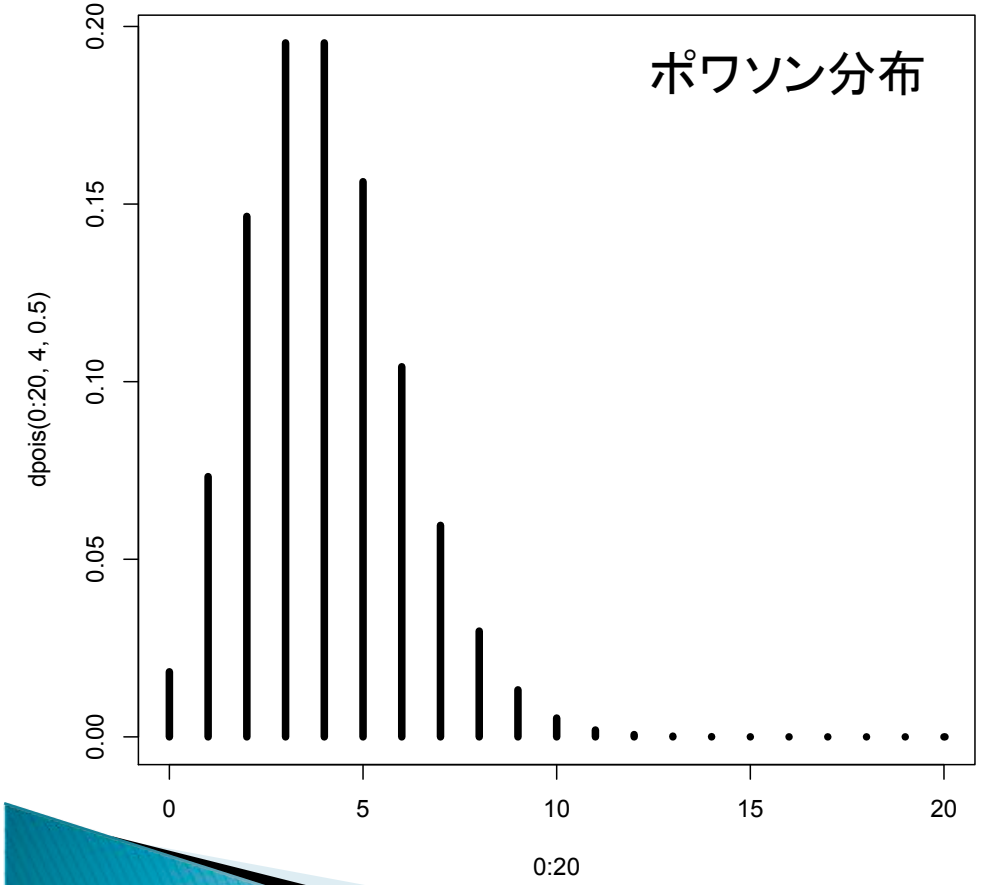
AICでモデル選択

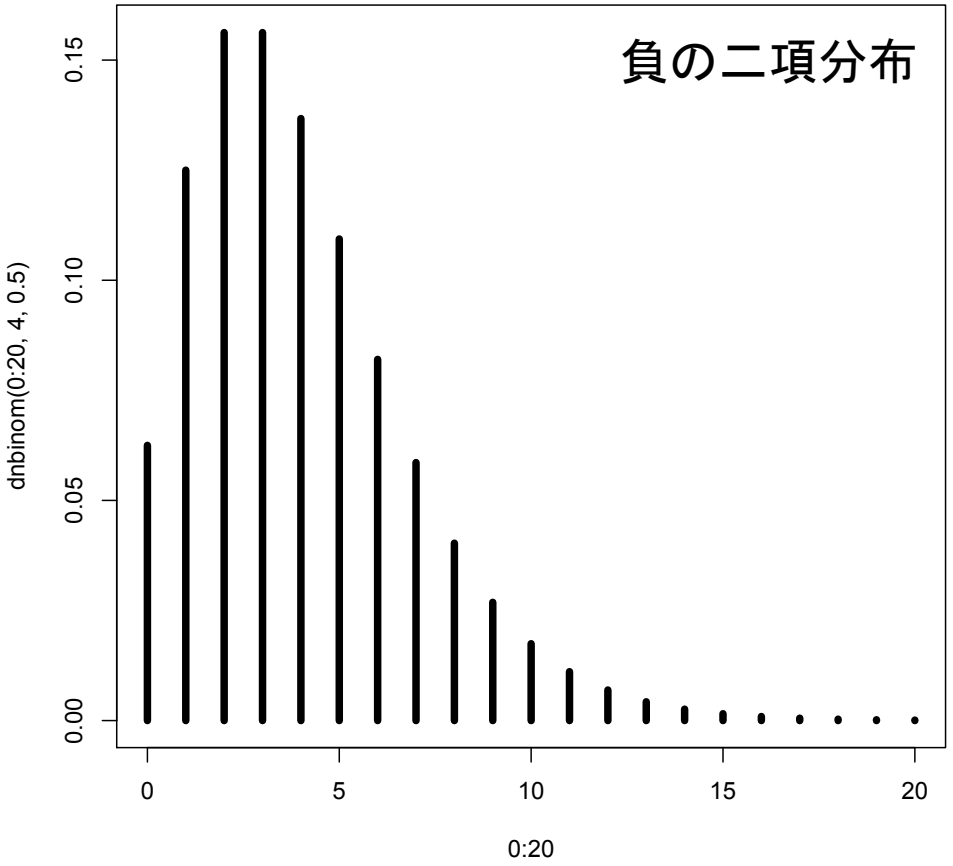
1. いろんなモデルを作って、
2. AICを比較。
3. 低いものがより良いモデルとして結果に書く。

   幸田君の実演にも出てくる．．．はず。

一般化線型モデル

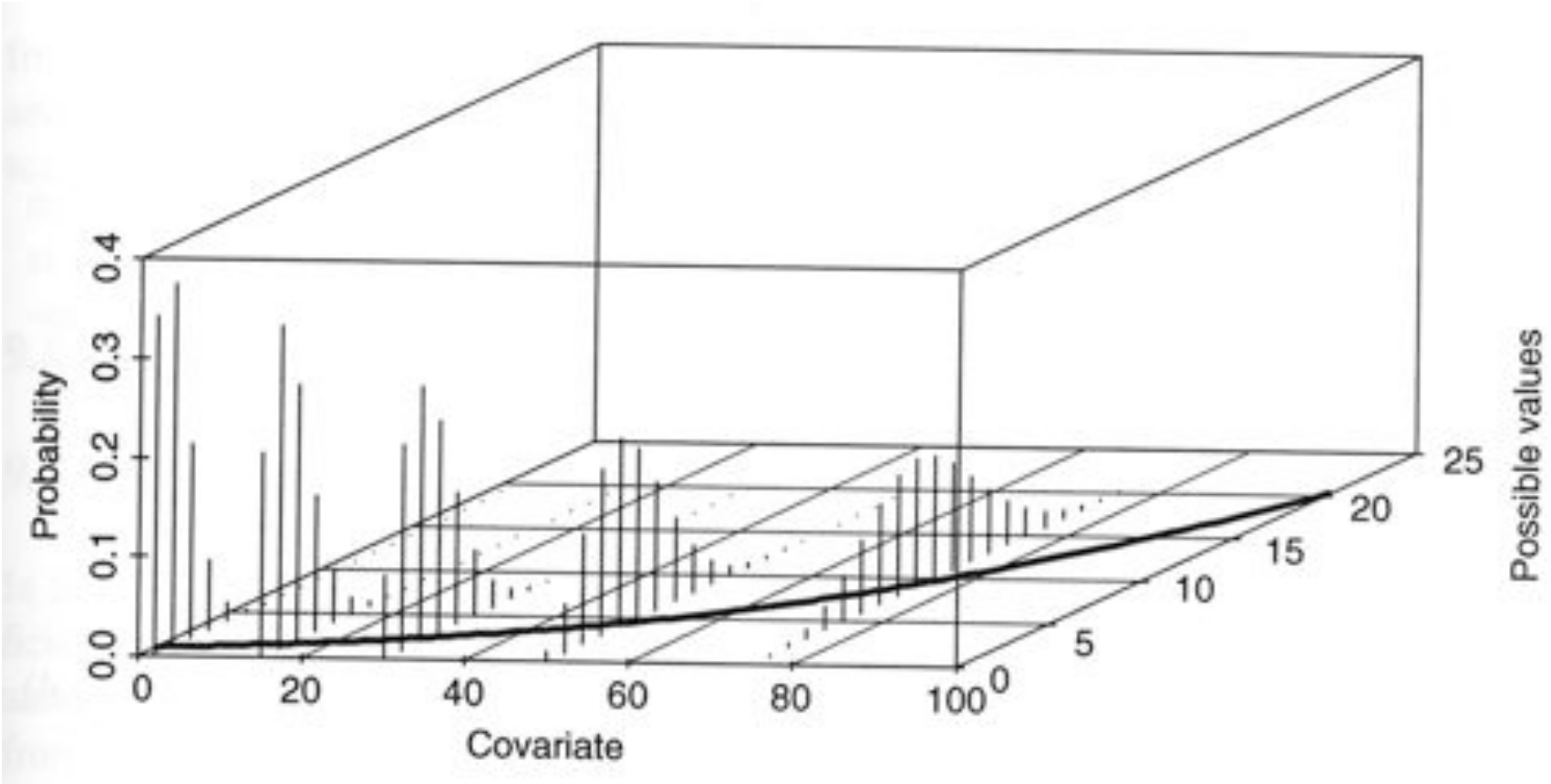
- （残差が）正規分布以外の分布を扱えるようになる





カウントデータなど、生態学にありがちなデータを解析するのに適している

一般化線型モデル：イメージ



Zuur et al. (2009) p.213

手順

1. 想定される被説明変数の分布型を考える
   例：ポワソン分布（カウントデータ）

2. 1の分布の平均値（μ）を予測するモデル式を決める
   例：$\mu \sim \beta_1 \times X_1 + \beta_2 \times X_2 + \varepsilon$

＊もう一つ

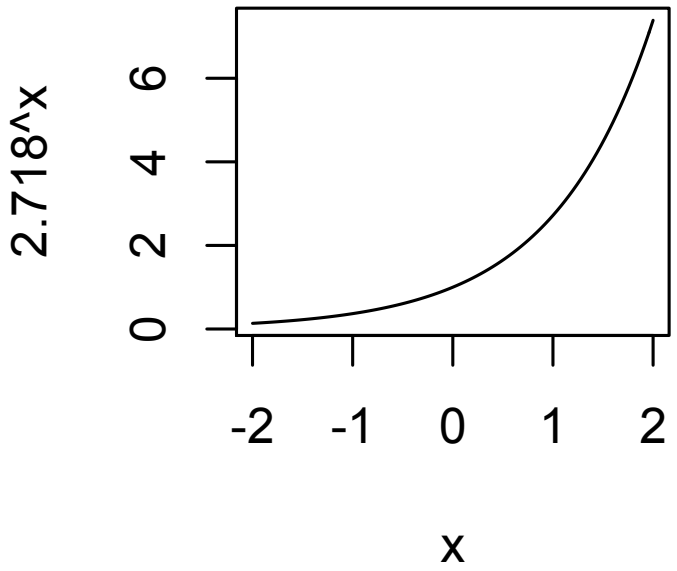
ポワソン分布の平均値は必ず0以上！
→2のモデル式から負の予測値が生成されるようでは困る！

どうしましょうか？

- どうやっても正の値しか出ないように2の式を変換。

$$\log(\mu) \sim \beta_1 \times X_1 + \beta_2 \times X_2 + \varepsilon$$

$$\mu \sim e^{(\beta 1 \times X1 + \beta 2 \times X2 + \varepsilon)} > 0$$



このlog()のことをリンク関数と呼ぶ。

手順

1. 想定される被説明変数の分布型を考える
2. 1の分布の平均値(μ)を予測するモデル式を決める
3. リンク関数を決める。log(), logit()

一般化線型混合モデル

- 混合効果を扱えるようになる。
- 個体内で反復測定をしたデータ、時系列データ、空間的に相関のあるデータなどを扱えるようになる。

- 異名がたくさん。
  混合効果 ＝ ランダム効果 ＝ 変量効果

- ちなみに今まで扱って来た効果は全部、固定効果と呼ばれるもの。

固定効果と混合効果（言葉で言うと）

- 区別は慣れないと難しい。いろいろ言い方がある。

固定効果	混合効果
予測値の平均に影響を与える	予測値の分散に影響を与える
測定できる説明変数による効果	測定できないもの全てを含んだ効果
どのような効果があるか事前に予測がたてられる	よくわからないけど結果に影響しそう
効果の大きさに興味がある	効果の大きさには興味無し

厳密ではないが、ここを一読するとちょっとつかめるかも。
http://hosho.ees.hokudai.ac.jp/~kubo/ce/RandomEffectsCrawley.html

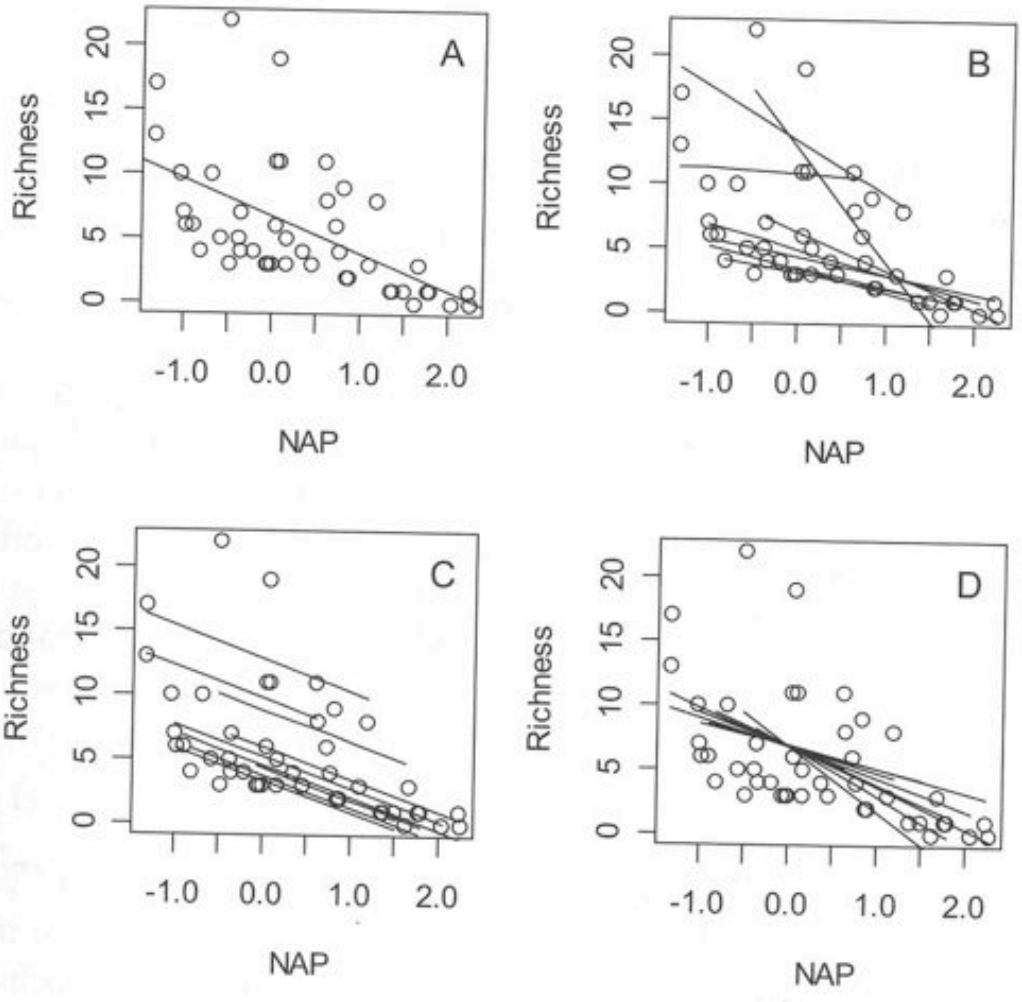
固定効果と混合効果（式を使うと）

- $Y \sim \beta_1 \times X + \beta_2 \times Z + \alpha + \varepsilon$

ただし、
$Z \sim N(0, d_1)$
$\varepsilon \sim N(0, d_2)$　　Nは正規分布を表す

Y：被説明変数
X：固定効果
Z：混合効果
α：切片、β_i：係数

ランダム切片、ランダム傾き



Zuur et al. (2007) p.127

利点

- 固定効果として扱うと水準の数だけパラメータを推定しないといけない
  → 自由度がその分減る

- 混合効果だと、分散を一つ推定するだけでOK
  → 自由度減らない

- 自由度が減らない→サンプル数をいっぱい採ってるようなもの。サンプルを無駄にしない。差が検出しやすい。

参考文献

- Analyzing Ecological Data. Zuur et al. (2007)
- Mixed Effects Models and Extensions in Ecology with R. Zuur et al. (2009)
- 『AIC –モデリング・予測・知識発見–』 赤池弘次ほか (2007)

あとは、

- 幸田君、よろしく！