

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 4. 20 i 23 marca 2017

W zadaniach 1–3 ”podać estymator” oznacza znalezienie wzoru na estymator największej wiarygodności a następnie, korzystając z odpowiednich danych podanie wartości tego estymatora.

1. Test wytrzymałości urządzenia polega na jego ciągłej pracy przez długi okres czasu. Przeprowadzono 20 takich testów, w każdym nich badano 10 urządzeń. Liczba sukcesów (awarii) podana jest w załączniku. Podać estymator parametru p .
2. Przez 5 godzin rejestrowano liczbę klientów pewnego zakładu usługowego. Wyniki opisują liczbę klientów w kolejnych 10-minutowych przedziałach czasu. Podać estymator parametru λ .
3. W pliku znajduje się 40 obserwacji zmiennej losowej o rozkładzie geometrycznym. Podać estymator parametru p .
4. Czy można tak dobrać stałą C , aby funkcja $f_{XY}(x, y) = Cxy + x + y$, dla $0 \leq x \leq 3$, $1 \leq y \leq 2$, była gęstością dwuwymiarowej zmiennej losowej?
5. Zmienna losowa X ma gęstość $f_X(x) = cx^4$, dla $0 < x < 2$. Znaleźć $E(X)$ oraz $V(X)$.
6. Zmienna losowa X ma gęstość o wzorze $f(x) = a + bx^2$, dla $0 \leq x \leq 1$. Wiadomo również, że $E(X) = 0.6$. Znaleźć wartości współczynników a, b .

Jeżeli gęstość zmiennej losowej przedstawia się wzorem $f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$, to mówimy, że zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem λ . ($\lambda > 0$, $0 < x < \infty$); oznaczenie $X \sim \text{Exp}(\lambda)$.

7. Obliczyć wartość oczekiwaną rozkładu $\text{Exp}(\lambda)$.
8. Wyznaczyć wartość wariancji rozkładu $\text{Exp}(\lambda)$.

Z. 9–12 Niech X_1, X_2 będą **niezależnymi** zmiennymi losowymi o gęstości $\frac{2x}{a^2}$, $0 < x < a$.
Niech $Y = \max\{X_1, X_2\}$, $Z = \min\{X_1, X_2\}$.

9. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej X_1 .
10. Wyznaczyć gęstość i wartość oczekiwaną zmiennych Y, Z .
11. Niech $U = Y - Z$. Znaleźć wartość oczekiwaną zmiennej U .

Witold Karczewski