http://www.ii.uni.wroc.pl/~pwo/An/an-L-lista-03.pdf

Ćwiczenia
z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 3

22 października 2015 r.

Zajęcia 28 października 2015 r.
Zaliczenie listy **od 5 pkt.**

L3.1. 1 punkt Dla jakich wartości x obliczanie wartości wyrażeń

a) $e^{-x^2} - e^{2x^2}$, b) $1 - \sin(2x)$

może wiązać się z utratą cyfr znaczących wyniku? Zaproponuj sposób obliczenia wyniku dokładniejszego.

L3.2. **Włącz komputer!** 1 punkt Podaj bezpieczny numerycznie `algorytm` obliczania zer równania kwadratowego $ax^2+bx+c=0$. Przeprowadź testy dla odpowiednio dobranych wartości a, b i c pokazujące, że Twój algorytm jest lepszy od *metody szkolnej* bazującej jedynie na dobrzez znanych wzorach $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2-4ac})/(2a)$.

L3.3. **Włącz komputer!** 1 punkt Miejsce zerowe wielomianu $x^3+3qx-2r=0$, gdzie $r, q > 0$, można obliczyć następującym wzorem Cardano-Tartaglii:

$$x = \left(r + \sqrt{q^3+r^2}\right)^{1/3} + \left(r - \sqrt{q^3+r^2}\right)^{1/3}.$$

Pokaż na przykładach, że bezpośrednie użycie tego wzoru w obliczeniach zmiennopozycyjnych może skutkować błędnymi wynikami. Co jest tego przyczyną? Spróbuj przekształcić wzór tak, aby uniknąć problemów. Czy zawsze jest to możliwe? Czy obliczenia można zorganizować w taki sposób, aby tylko raz wyznaczać pierwiastek trzeciego stopnia?

L3.4. 1 punkt Wyprowadź wzór na wskaźnik uwarunkowania zadania obliczania wartości funkcji f w punkcie x.

L3.5. 2 punkty Sprawdź dla jakich wartości x zadanie obliczania wartości funkcji f jest źle uwarunkowane, jeśli:

a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, b) $f(x) = x\ln(x)$, c) $f(x) = \sqrt{x^4+1} - x^2$, d) $f(x) = \sin x$.

L3.6. 1 punkt Sprawdź czy podany niżej algorytm obliczania wartości wyrażenia $\dfrac{b+c+bd}{a(d+1)}$ jest algorytmem numerycznie poprawny.

```
S:=d+1;
S:=c/S;
S:=b+S;
S:=a/S;
S:=1/S;
```

```
return(S).
```

L3.7. $\boxed{\text{2 punkty}}$ Zbadaj czy podany niżej algorytm wyznaczania iloczynu liczb maszynowych $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (zakładamy zatem, że $\mathrm{rd}(x_k) = x_k$, $1 \le k \le n$) jest algorytmem numerycznie poprawnym.

```
I:=x[1];

  for k=2 to n
    do
      I:=I*x[k]
    end;

return(I)
```

Czy sytuacja zmieni się, jeśli założymy, że dane nie są liczbami maszynowymi (wtedy mamy $\mathrm{rd}(x_k) = x_k(1+\epsilon_k)$, gdzie $|\epsilon_k| \le 2^{-t}$, $1 \le k \le n$)?

(–) Paweł Woźny