

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 14

21 stycznia 2015 r.

Zajęcia 1 lutego 2016 r.
Zaliczenie listy **od 6 pkt.**

L14.1. 1 punkt Niech będzie

$$A := \begin{bmatrix} 780 & 563 \\ 913 & 659 \end{bmatrix}, \quad b := \begin{bmatrix} 217 \\ 254 \end{bmatrix}, \quad \tilde{x} := \begin{bmatrix} 0.999 \\ -1.001 \end{bmatrix}, \quad \hat{x} := \begin{bmatrix} 0.341 \\ -0.087 \end{bmatrix}.$$

Oblicz wektory reszt $\tilde{r} := A\tilde{x} - b$, $\hat{r} := A\hat{x} - b$ oraz wektory błędów $\tilde{e} := \tilde{x} - x$, $\hat{e} := \hat{x} - x$, gdzie x jest rozwiązaniem układu $Ax = b$. Który z wektorów \tilde{x} , \hat{x} jest lepszym przybliżeniem rozwiązania rozważanego układu równań liniowych? Jaki stąd wniosek?

L14.2. 1 punkt Znajdź rozkład LU macierzy

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 9 & 12 & 15 \\ 3 & 26 & 41 & 49 \\ 5 & 40 & 107 & 135 \end{bmatrix},$$

a otrzymany wynik wykorzystaj do obliczenia wartości jej wyznacznika oraz macierzy A^{-1} .

L14.3. 1 punkt Stosując metodę faktoryzacji rozwiąż układ równań $Ax = b$, gdzie

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 8 \end{bmatrix}, \quad b := \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 16 \\ 18 \end{bmatrix}, \quad x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}.$$

L14.4. 1 punkt Opracuj oszczędny algorytm znajdowania rozkładu LU macierzy trójkątnej.

L14.5. 1 punkt Udowodnij następujące twierdzenia:

- (a) Iloczyn dwu macierzy trójkątnych dolnych (górnych) jest macierzą trójkątną dolną (górną).
- (b) Jeśli L jest macierzą trójkątną dolną z jedynekami na przekątnej głównej, to L^{-1} również jest macierzą tego typu.

L14.6. 1 punkt Zaproponuj algorytm odwracania macierzy trójkątnej dolnej. Jaka jest jego złożoność?

L14.7. 1 punkt Metodą eliminacji w wersji skalarnej rozwiąż następujący układ równań:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 16, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = -12, \\ 6x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 102. \end{cases}$$

L14.8. 1 punkt Rozwiąż układ równań podany w zadaniu **L14.7** metodą eliminacji w wersji macierzowej.

L14.9. 1 punkt Wyznacz liczbę operacji arytmetycznych potrzebnych do rozwiązania układu n równań liniowych z n niewiadomymi metodą eliminacji w wersji (a) skalarnej i (b) macierzowej.

(-) Paweł Woźny