# ƯỚC LƯỢNG

**Bài toán 1: Ước lượng các thông số của tổng thể**

| | Khoảng tin cậy hai phía | Khoảng tin cậy phía trái | Khoảng tin cậy phía phải |
|---|---|---|---|
| Ước lượng trung bình biết $\sigma$ tổng thể $\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ | $\bar{x} - Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ | $\bar{x} - Z_{\alpha}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu$ | $\mu \le \bar{x} + Z_{\alpha}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ |
| Ước lượng trung bình không biết $\sigma$ tổng thể, kích thước mẫu > 30 $\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ | $\bar{x} - Z_{\alpha/2}\dfrac{s}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + Z_{\alpha/2}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ | $\bar{x} - Z_{\alpha}\dfrac{s}{\sqrt{n}} \le \mu$ | $\mu \le \bar{x} + Z_{\alpha}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ |
| Ước lượng trung bình không biết $\sigma$ tổng thể, kích thước mẫu ≤ 30 $\mu = \bar{x} \pm t_{\alpha/2}^{(n-1)}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ | $\bar{x} - t_{\alpha/2}^{(n-1)}\dfrac{s}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + t_{\alpha/2}^{(n-1)}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ | $\bar{x} - t_{\alpha}^{(n-1)}\dfrac{s}{\sqrt{n}} \le \mu$ | $\mu \le \bar{x} + t_{\alpha}^{(n-1)}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$ |
| Ước lượng tỉ lệ $p = \hat{p} \pm Z_{\alpha/2}\dfrac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}}$ | $\hat{p} - Z_{\alpha/2}\dfrac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}} \le p \le \hat{p} + Z_{\alpha/2}\dfrac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}}$ | $\hat{p} - Z_{\alpha}\dfrac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}} \le p$ | $p \le \hat{p} + Z_{\alpha}\dfrac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{n}}$ |
| Ước lượng phương sai | $\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)} \le \sigma^2 \le \dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}$ | $\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha}(n-1)} \le \sigma^2$ | $\sigma^2 \le \dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)}$ |

**Bài toán 2: Tìm kích thước mẫu để sai số ước lượng là $\varepsilon$ với độ tin cậy $1-\alpha$**

- Khi ước lượng tỉ lệ

$n \ge \left(\dfrac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\varepsilon}Z_{\alpha/2}\right)^2$ nếu chưa biết $\hat{p}$ thì lấy $\hat{p} = \dfrac{1}{2} \Longrightarrow$ ta được công thức $n \ge \left(\dfrac{Z_{\alpha/2}}{2\varepsilon}\right)^2$

Chú ý: có 1 số lớp chỉ học 1 công thức duy nhất là $n \ge \left(\dfrac{Z_{\alpha/2}}{2\varepsilon}\right)^2$

- Khi ước lượng trung bình

Biết $\sigma$ tổng thể $\Longrightarrow n \ge \left(\dfrac{\sigma}{\varepsilon}Z_{\alpha/2}\right)^2$

Chưa biết $\sigma$ tổng thể, đã khảo sát 1 mẫu > 30 và biết được s của mẫu $\Longrightarrow n \ge \left(\dfrac{s}{\varepsilon}Z_{\alpha/2}\right)^2$

Chưa biết $\sigma$ tổng thể, đã khảo sát 1 mẫu ≤ 30 và biết được s của mẫu $\Longrightarrow n \ge \left(\dfrac{s}{\varepsilon}t_{\alpha/2}^{(n-1)}\right)^2$

| $\alpha$ | $Z_{\alpha/2}$ | $Z_{\alpha}$ |
|---|---|---|
| 0.01 | 2.58 | 2.33 |
| 0.02 | 2.33 | 2.05 |
| 0.03 | 2.17 | 1.88 |
| 0.04 | 2.05 | 1.75 |
| 0.05 | 1.96 | 1.64 |
| 0.06 | 1.88 | 1.55 |
| 0.07 | 1.81 | 1.48 |
| 0.08 | 1.75 | 1.41 |
| 0.09 | 1.7 | 1.34 |
| 0.1 | 1.64 | 1.28 |

# KIỂM ĐỊNH 1 TỔNG THỂ

**1) Kiểm định tỉ lệ 1 tổng thể**

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: p = p_0$ <br> $H_1: p \ne p_0$ | $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n}$ | $\lvert Z\rvert > Z_{\alpha/2}$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}; +\infty)$ |
| $H_0: p = p_0$ <br> $H_1: p > p_0$ | | $Z > Z_\alpha$ | $W_\alpha = (Z_\alpha; +\infty)$ |
| $H_0: p = p_0$ <br> $H_1: p < p_0$ | | $Z < -Z_\alpha$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_\alpha)$ |

**2) Kiểm định trung bình 1 tổng thể**

**Dạng 1:** Biết $\sigma$ tổng thể

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu \ne \mu_0$ | $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$ | $\lvert Z\rvert > Z_{\alpha/2}$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu > \mu_0$ | | $Z > Z_\alpha$ | $W_\alpha = (Z_\alpha; +\infty)$ |
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu < \mu_0$ | | $Z < -Z_\alpha$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_\alpha)$ |

**Dạng 2:** Chưa biết $\sigma$ tổng thể + kích thước mẫu > 30

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu \ne \mu_0$ | $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$ | $\lvert Z\rvert > Z_{\alpha/2}$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu > \mu_0$ | | $Z > Z_\alpha$ | $W_\alpha = (Z_\alpha; +\infty)$ |
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu < \mu_0$ | | $Z < -Z_\alpha$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_\alpha)$ |

**Dạng 3:** Chưa biết $\sigma$ tổng thể + kích thước mẫu ≤ 30

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu \ne \mu_0$ | $T = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$ | $\lvert T\rvert > t_{\alpha/2}^{(n-1)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{(n-1)}) \cup (t_{\alpha/2}^{(n-1)}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu > \mu_0$ | | $T > t_{\alpha}^{(n-1)}$ | $W_\alpha = (t_{\alpha}^{(n-1)}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_1: \mu < \mu_0$ | | $T < -t_{\alpha}^{(n-1)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha}^{(n-1)})$ |

# KIỂM ĐỊNH 2 TỔNG THỂ

**1) Kiểm định tỉ lệ 2 tổng thể**

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: p_1 = p_2$<br>$H_1: p_1 \neq p_2$ | $Z = \dfrac{\widehat{p_1} - \widehat{p_2}}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ | $\|Z\| > Z_{\alpha/2}$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}; +\infty)$ |
| $H_0: p_1 = p_2$<br>$H_1: p_1 > p_2$ | | $Z > Z_\alpha$ | $W_\alpha = (Z_\alpha; +\infty)$ |
| $H_0: p_1 = p_2$<br>$H_1: p_1 < p_2$ | với $\widehat{p} = \dfrac{n_1\widehat{p_1} + n_2\widehat{p_2}}{n_1 + n_2}$ | $Z < -Z_\alpha$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_\alpha)$ |

**2) Kiểm định trung bình 2 tổng thể**

**Dạng 1:** Biết $\sigma$ tổng thể

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ | $Z = \dfrac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ | $\|Z\| > Z_{\alpha/2}$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 > \mu_2$ | | $Z > Z_\alpha$ | $W_\alpha = (Z_\alpha; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 < \mu_2$ | | $Z < -Z_\alpha$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_\alpha)$ |

**Dạng 2:** Chưa biết $\sigma$ tổng thể + kích thước mẫu lớn $n_1 > 30$ và $n_2 > 30$

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ | $Z = \dfrac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$ | $\|Z\| > Z_{\alpha/2}$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_{\alpha/2}) \cup (Z_{\alpha/2}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 > \mu_2$ | | $Z > Z_\alpha$ | $W_\alpha = (Z_\alpha; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 < \mu_2$ | | $Z < -Z_\alpha$ | $W_\alpha = (-\infty; -Z_\alpha)$ |

**Dạng 3:** Chưa biết $\sigma$ tổng thể + kích thước mẫu nhỏ $n_1 \leq 30$ hoặc $n_2 \leq 30$ + đề cho phương sai tổng thể bằng nhau

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ | $T = \dfrac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ | $\|T\| > t_{\alpha/2}^{(n_1+n_2-2)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{(n_1+n_2-2)}) \cup (t_{\alpha/2}^{(n_1+n_2-2)}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 > \mu_2$ | | $T > t_{\alpha}^{(n_1+n_2-2)}$ | $W_\alpha = (t_{\alpha}^{(n_1+n_2-2)}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 < \mu_2$ | | $T < -t_{\alpha}^{(n_1+n_2-2)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha}^{(n_1+n_2-2)})$ |

**Dạng 4:** Chưa biết $\sigma$ tổng thể + kích thước mẫu nhỏ $n_1 \leq 30$ hoặc $n_2 \leq 30$

$\dfrac{s_1}{s_2} \in [0.5; 2] \Rightarrow$ áp dụng dạng 3 ; $\dfrac{s_1}{s_2} \notin [0.5; 2] \Rightarrow$ áp dụng dạng 4

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ | $T = \dfrac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$ | $\|T\| > t_{\alpha/2}^{(df)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{(df)}) \cup (t_{\alpha/2}^{(df)}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 > \mu_2$ | | $T > t_{\alpha}^{(df)}$ | $W_\alpha = (t_{\alpha}^{(df)}; +\infty)$ |
| $H_0: \mu_1 = \mu_2$<br>$H_1: \mu_1 < \mu_2$ | | $T < -t_{\alpha}^{(df)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha}^{(df)})$ |

với $df = \dfrac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$ (làm tròn theo nguyên tắc quá bán)

# PHÂN TÍCH ANOVA

Bước 1: Gọi $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots$ là trung bình tổng thể 1, tổng thể 2 và tổng thể 3,...

Bước 2: Đặt giả thiết kiểm định $\begin{cases} GT \text{ kiểm định } H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots \\ GT \text{ đối } H_1: \exists \mu_i \neq \mu_j \text{ với } i \neq j \end{cases}$

Bước 3: Xử lý mẫu

- Phương pháp 1: $\begin{cases} \text{kích thước } n_1 \text{ ; trung bình mẫu } \overline{x_1} \text{ ; phương sai mẫu hiệu chỉnh } s_1^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

  Chú ý: Có 2 cách tính $s^2 \to \begin{cases} \text{Cho số liệu tường minh} \to \text{bấm máy tính } \boxed{sx^2} \\ \text{Cho } \sum(x_i - \overline{x})^2 \to s^2 = \dfrac{\sum(x_i - \overline{x})^2}{n-1} \end{cases}$

- Phương pháp 2: $\begin{cases} \text{kích thước } n_1 \text{ ; tổng các phần tử } \sum x_1 \text{ ; tổng bình phương các phần tử } \sum x_1^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

  Chú ý: $\sum x_i = n_i \times \overline{x_i}$

- $N = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots =$ tổng số mẫu khảo sát ; $k =$ số tổng thể cần kiểm định

Bước 4: Phân tích ANOVA

- Ta có thể tính $SSB, SSW, SST$ bằng 2 bộ công thức

  Bộ công thức 1

  - $SSB = n_1(\overline{x_1} - \bar{x})^2 + n_2(\overline{x_2} - \bar{x})^2 + n_3(\overline{x_3} - \bar{x})^2 + \ldots$ với $\bar{x} = \frac{n_1\overline{x_1} + n_2\overline{x_2} + n_3\overline{x_3}}{n_1+n_2+n_3}$
  - $SSW = (n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + (n_3 - 1)s_3^2 + \ldots$
  - $SST = SSB + SSW$

**SSTr = SSB**

**SSE = SSW**

  Bộ công thức 2

  - $SSB = \dfrac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \dfrac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \dfrac{(\sum x_3)^2}{n_3} + \ldots - \dfrac{(\sum x_1 + \sum x_2 + \sum x_3 + \ldots)^2}{N}$
  - $SST = \sum x_1^2 + \sum x_2^2 + \sum x_3^2 + \ldots - \dfrac{(\sum x_1 + \sum x_2 + \sum x_3 + \ldots)^2}{N}$
  - $SSW = SST - SSB$

- Tính $MSB, MSW, F$ bằng các công thức

$$MSB = \frac{SSB}{k-1} \ ; \ MSW = \frac{SSW}{N-k} \Longrightarrow F = \frac{MSB}{MSW}$$

- Điều kiện bác bỏ $H_0: F > F_\alpha(k-1, N-k)$

  HOẶC Miền bác bỏ $H_0$: $W_\alpha = (F_\alpha(k-1, N-k); +\infty)$

**Bảng tóm tắt phân tích ANOVA**

| Nguồn biến thiên | Tổng bình phương chênh lệch | Bậc tự do | Trung bình bình phương chênh lệch (phương sai) | Tiêu chuẩn kiểm định | Bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Giữa các nhóm | $SSB$ | $k-1$ | $MSB = \dfrac{SSB}{k-1}$ | $F = \dfrac{MSB}{MSW}$ | Điều kiện bác bỏ $H_0$<br>$F > F_\alpha(k-1, N-k)$<br>Miền bác bỏ $H_0$<br>$W_\alpha = (F_\alpha(k-1, N-k); +\infty)$ |
| Trong nội bộ nhóm | $SSW$ | $N-k$ | $MSW = \dfrac{SSW}{N-k}$ | | |
| Tổng cộng | $SST$ | $N-1$ | | | |

**So sánh bội và KTC cho sự khác biệt trung bình:** Công thức sau áp dụng cho các mẫu có kích thước bằng nhau và bằng $n$

$$\mu_i \neq \mu_j \Leftrightarrow \left|\overline{x_i} - \overline{x_j}\right| > LSD \text{ với } LSD = t_{\alpha/2}^{(N-k)}\sqrt{\frac{2MSW}{n}};\ \mu_i - \mu_j = \overline{x_i} - \overline{x_j} \pm LSD$$

# TƯƠNG QUAN VÀ HỒI QUY

**Xử lý các thông số mẫu**

$$* S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 ;\ S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) ;\ S_{yy} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2$$

$$* \hat{y} = \widehat{\beta_0} + \widehat{\beta_1}x \text{ với } \begin{cases} \widehat{\beta_1} = \dfrac{S_{xy}}{S_{xx}} \\ \widehat{\beta_0} = \bar{y} - \widehat{\beta_1}\bar{x} \end{cases} ;\ r_{XY} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} ;\ cov(X,Y) = \frac{S_{xy}}{n} = \overline{xy} - \bar{x}.\bar{y}$$

$$* \ SST = S_{yy} ;\ SSR = \widehat{\beta_1}S_{xy} ;\ SSE = SST - SSR$$

$$* R^2 = \frac{SSR}{SST} = r_{xy}^2 ;\ \hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

**Ước lượng các hệ số hồi quy**

$$* \widehat{\beta_0} - t_{\alpha/2}^{(n-2)}\sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)\hat{\sigma}^2} < \beta_0 < \widehat{\beta_0} + t_{\alpha/2}^{(n-2)}\sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)\hat{\sigma}^2} \Rightarrow \begin{cases} \beta_0 < \widehat{\beta_0} + t_{\alpha}^{(n-2)}\sqrt{\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)\hat{\sigma}^2} \\ \widehat{\beta_0} - t_{\alpha}^{(n-2)}\sqrt{\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)\hat{\sigma}^2} < \beta_0 \end{cases}$$

$$* \widehat{\beta_1} - t_{\alpha/2}^{(n-2)}\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{S_{xx}}} < \beta_1 = \widehat{\beta_1} + t_{\alpha/2}^{(n-2)}\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{S_{xx}}} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 < \widehat{\beta_1} + t_{\alpha}^{(n-2)}\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}^2}{S_{xx}}} \\ \widehat{\beta_1} - t_{\alpha}^{(n-2)}\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}^2}{S_{xx}}} < \beta_1 \end{cases}$$

**Kiểm định các hệ số hồi quy**

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \beta_0 = b_0$<br>$H_1: \beta_0 \neq b_0$ | $SE\left(\widehat{\beta_0}\right) = \sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)\hat{\sigma}^2}$<br>$\rightarrow T = \frac{\widehat{\beta_0} - b_0}{SE(\widehat{\beta_0})}$ | $\lvert T\rvert > t_{\alpha/2}^{(n-2)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{(n-2)}) \cup (t_{\alpha/2}^{(n-2)}; +\infty)$ |
| $H_0: \beta_0 = b_0$<br>$H_1: \beta_0 > b_0$ | | $T > t_{\alpha}^{(n-2)}$ | $W_\alpha = (t_{\alpha}^{(n-2)}; +\infty)$ |
| $H_0: \beta_0 = b_0$<br>$H_1: \beta_0 < b_0$ | | $T < -t_{\alpha}^{(n-2)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha}^{(n-2)})$ |

| Giả thiết | Tiêu chuẩn kiểm định | Điều kiện bác bỏ $H_0$ | Miền bác bỏ $H_0$ |
|---|---|---|---|
| $H_0: \beta_1 = b_1$<br>$H_1: \beta_1 \neq b_1$ | $SE\left(\widehat{\beta_1}\right) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{S_{xx}}}$<br>$\rightarrow T = \frac{\widehat{\beta_1} - b_1}{SE(\widehat{\beta_1})}$ | $\lvert T\rvert > t_{\alpha/2}^{(n-2)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha/2}^{(n-2)}) \cup (t_{\alpha/2}^{(n-2)}; +\infty)$ |
| $H_0: \beta_1 = b_1$<br>$H_1: \beta_1 > b_1$ | | $T > t_{\alpha}^{(n-2)}$ | $W_\alpha = (t_{\alpha}^{(n-2)}; +\infty)$ |
| $H_0: \beta_1 = b_1$<br>$H_1: \beta_1 < b_1$ | | $T < -t_{\alpha}^{(n-2)}$ | $W_\alpha = (-\infty; -t_{\alpha}^{(n-2)})$ |

# CÁC CÔNG THỨC XÁC SUẤT

**1. Công thức xác suất cơ bản**

$$P(A) = \frac{\text{số kết cục thuận lợi cho A}}{\text{tổng số kết cục có thể xảy ra}}$$

**2. Công thức xác suất hình học**

$$P(A) = \frac{\text{độ đo thuận lợi cho A}}{\text{độ đo chứa A}}, \text{ độ đo = độ dài, diện tích, thể tích}$$

**3. Công thức cộng và nhân xác suất**

$$P(A+B) = \left[\begin{array}{l} P(A)+P(B)-P(AB) \xrightarrow{\text{A,B xung khắc}} P(A+B) = P(A)+P(B) \\ 1-P(\overline{A}\,\overline{B}) \end{array}\right.$$

$$P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) ;\ P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB)$$

$$P(A+B+C) = \left[\begin{array}{l} P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(AC)+P(ABC) \\ \xrightarrow{\text{A,B,C xung khắc}} P(A+B+C) = P(A)+P(B)+P(C) \\ P(A+B+C) = 1-P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}) \end{array}\right.$$

$$P(AB) = P(A)\times P(B|A) \xrightarrow{\text{A,B độc lập}} P(AB) = P(A)\times P(B)$$

**4. Công thức xác suất có điều kiện**

Tính xác suất A NẾU, GIẢ SỬ, BIẾT RẰNG, TRONG TRƯỜNG HỢP B

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A \text{ và } B)}{P(B)}$$

**5. Công thức Becnuli**

Thực hiện $n$ phép thử, P(thành công ở mỗi lần thử) $= p \rightarrow q = 1-p$

$P$(thành công $k$ lần trong $n$ lần thử) $= C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$

Gọi $k_0$ là số lần thành công có khả năng nhất trong n lần thử $\rightarrow np - q \le k_0 \le np - q + 1$

**6. Công thức xác suất đầy đủ, công thức Bayes**
**(nhớ quy trình làm, không cần nhớ công thức)**

# BIẾN NGẪU NHIÊN 1 CHIỀU

**1. Biến ngẫu nhiên 1 chiều rời rạc**

1.1 Bảng phân phối xác suất: Tính chất $\begin{cases} p_i > 0 \\ \sum p_i = 1 \end{cases}$

1.2 Hàm phân phối xác suất $F(x) = P(X \le x) = .....$

1.3 Tính xác suất

1.4 Các thông số đặc trưng

- Kỳ vọng: $E(X) = \sum x_i p_i \Rightarrow E(X^2) = \sum x_i^2 p_i$
- Phương sai: $D(X) = V(X) = E(X^2) - \left[E(X)\right]^2$
- Độ lệch chuẩn: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$
- Mod: $P(X = k)$ max $\Rightarrow \text{mod}\, X = k$
- Trung vị: $\begin{cases} P(X \le medX) \ge 0,5 \\ P(X \ge medX) \ge 0,5 \end{cases}$

**2. Biến ngẫu nhiên 1 chiều liên tục**

### 2.1 Hàm mật độ và hàm phân phối xác suất

$$f(x)=\begin{cases}\varphi(x) & \text{, nếu } a\le x\le b\\ 0 & \text{, nếu } x\notin[a,b]\end{cases}\rightarrow F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & \text{,nếu } x<a\\ \int_a^x\varphi(t)\,dt & \text{,nếu } a\le x\le b\\ 1 & \text{,nếu } b<x\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{, nếu } x<a\\ \varphi(x) & \text{, nếu } x\ge a\end{cases}\rightarrow F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & \text{,nếu } x<a\\ \int_a^x\varphi(t)\,dt & \text{,nếu } x\ge a\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}\varphi(x) & \text{, nếu } x\le a\\ 0 & \text{, nếu } x>a\end{cases}\rightarrow F(x)=P(X\le x)=\begin{cases}\int_{-\infty}^x\varphi(t)\,dt & \text{,nếu } x\le a\\ 1 & \text{,nếu } x>a\end{cases}$$

Tính chất của hàm MĐXS $\begin{cases}f(x)\ge 0\\ \int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1\end{cases}$

### 2.2 Tính xác suất

$P(X=i)=0$

$P(a\le X\le b)=P(a<X\le b)=P(a\le X<b)=P(a<X<b)=\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$

$P(X<b)=P(-\infty<X<b)=\int_{-\infty}^b f(x)dx \quad ; \quad P(X>a)=P(a<X<+\infty)=\int_a^{+\infty}f(x)dx$

### 2.3 Các thông số đặc trưng

- Kỳ vọng: $\mathrm{E}(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx\Rightarrow E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx$
- Phương sai: $\mathrm{D}(X)=V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$
- Độ lệch chuẩn: $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$
- Mod: $f(x)$ đạt max tại $x=k\Rightarrow \text{mod}\,X=k$
- Trung vị: $\left[\begin{array}{l}P(X\le Med(X))=0{,}5\\ MedX \text{ là nghiệm của pt } F(x)=0{,}5\end{array}\right.$

## 3. Tính chất của kỳ vọng và phương sai

- $E(c)=c$
- $E(aX+bY-cZ)=aE(X)+bE(Y)-cE(Z)$
- $E(XY)=E(X)E(Y)$, nếu X,Y độc lập

- $V(c)=0$
- $V(X+Y)=V(X)+V(Y)$, nếu X,Y độc lập
- $V(aX+bY-cZ)=a^2V(X)+b^2V(Y)+c^2V(Z)$ nếu X,Y độc lập

## CÁC QUY LUẬT PHÂN PHỐI XÁC SUẤT

**PHÂN PHỐI SIÊU BỘI**

$X\sim H(N,N_A,n)$

- $\mathrm{P}(X=k)=\dfrac{C_{N_A}^k C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n}$
- $E(X)=np$
- $V(X)=npq\dfrac{N-n}{N-1}$

với $p=\dfrac{N_A}{N},\ q=1-p$

**PHÂN PHỐI NHỊ THỨC**

$X\sim B(n,p)$

- $p(X=k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$
- $E(X)=np$
- $V(X)=npq$
- $np-q\le\text{mod}(X)\le np-q+1$

với $q=1-p$

**PHÂN PHỐI POISSON**

$X\sim P(\lambda)$

- $p(X=k)=\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$
- $E(X)=\lambda$
- $V(X)=\lambda$
- $\lambda-1\le\text{mod}\,X\le\lambda$

**PHÂN PHỐI CHUẨN**

$X\sim N(\mu,\sigma^2)$

- $P(a\le X\le b)=\Phi\left(\dfrac{b-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$
- $P(X\le b)=\Phi\left(\dfrac{b-\mu}{\sigma}\right)$
- $P(X\ge a)=1-\Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$
- $P(|X-\mu|\le\varepsilon)=2\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right)-1$
- $E(X)=\mu$
- $V(X)=\sigma^2$

**PHÂN PHỐI MŨ**

$X\sim\exp(\lambda)$

- $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

$\Rightarrow F(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

- $P(X\le k)=1-e^{-\lambda k}$

  $P(X>k)=e^{-\lambda k}$

  $P(a\le X\le b)=P(X\le b)-P(X\le a)$
- $E(X)=\dfrac{1}{\lambda}$
- $V(X)=\dfrac{1}{\lambda^2}\Rightarrow\sigma(X)=\dfrac{1}{\lambda}$

**PHÂN PHỐI ĐỀU**

$X\sim U(a,b)$

- $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in[a,b]\\ 0, & x\notin[a,b]\end{cases}$

$\Rightarrow F(x)=\begin{cases}0, & x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b\\ 1, & x>b\end{cases}$

- $P(X\le n)=F(n)$
- $P(X>n)=1-P(X\le n)=1-F(n)$
- $P(m\le X\le n)=F(n)-F(m)$
- $E(X)=\dfrac{a+b}{2}\ ,\ V(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}$

**XẤP XỈ CÁC PHÂN PHỐI**

- $X\sim H(N,N_A,n)\sim B\left(n,\dfrac{N_A}{N}\right)$ khi $n<<N$ $\left(\dfrac{n}{N}\le 5\%\right)$
- $X\sim B(n,p)\sim P(np)$ khi $n$ lớn, $p$ gần 0 $(n>50, p<0{,}1)$
- $X\sim B(n,p)\sim N(np,npq)$ khi $n$ lớn, $p$ KHÔNG gần 0 $(n>50, p\ge 0{,}1)$

$P(X=k)=\dfrac{1}{\sigma}\phi\left(\dfrac{k-\mu}{\sigma}\right)$ với $\phi(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}=\Phi\left(\dfrac{k+0.5-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\dfrac{k-0.5-\mu}{\sigma}\right)$

$P(a\le X\le b)=\Phi\left(\dfrac{b+0.5-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\dfrac{a-0.5-\mu}{\sigma}\right)$

XẤP XỈ CÁC PHÂN PHỐI THÀNH PHÂN PHỐI CHUẨN: $X_i\sim\left[\begin{array}{l}B(n,p)\\ P(\lambda)\\ U(a,b)\\ \ldots\ldots\\ \text{bảng PPXS, HMĐ}\end{array}\right.\sim N(\mu,\sigma^2)$ với $\begin{cases}\mu=E(X)\\ \sigma^2=V(X)\end{cases}$

PHÂN PHỐI CỦA TỔNG CÁC BIẾN NGẪU NHIÊN (ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM)

$\left.\begin{array}{l}X_1\sim N(\mu_1\ ;\sigma_1^2)\\ X_2\sim N(\mu_2\ ;\sigma_2^2)\\ X_3\sim N(\mu_3\ ;\sigma_3^2)\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{array}{l}aX_1+bX_2-cX_3\\ \sim N(a\mu_1+b\mu_2-c\mu_3\ ;\ a^2\sigma_1^2+b^2\sigma_2^2+c^2\sigma_3^2)\end{array}$ ; $\left.\begin{array}{l}X_1\sim N(\mu_1\ ,\ \sigma_1^2)\\ X_2\sim N(\mu_2\ ,\ \sigma_2^2)\end{array}\right\}\Rightarrow X_1\pm X_2\sim N(\mu_1\pm\mu_2\ ,\ \sigma_1^2+\sigma_2^2)$

$X_i\sim N(\mu\ ;\ \sigma^2)\Rightarrow\begin{cases}X_1+\ldots+X_n\sim N(n\mu\ ;\ n\sigma^2)\\ \overline{X}_n=\dfrac{X_1+\ldots+X_n}{n}\sim N\left(\mu\ ;\ \dfrac{1}{n}\sigma^2\right)\end{cases}$ ; $X_i\sim P(\lambda_i)\Rightarrow X_1+\ldots+X_n\sim P\left(\sum_{i=1}^n\lambda_i\right)$

## BIẾN NGẪU NHIÊN 2 CHIỀU

$E(X)=\sum x_ip_i\ ;\ E(Y)=\sum y_ip_i\ ;\ E(XY)=\sum x_iy_ip_i\ ;\ E(X^2)=\sum x_i^2p_i\ ;\ E(Y^2)=\sum y_i^2p_i$

$V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2\rightarrow\sigma(X)=\sqrt{V(X)}\ ;\ V(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2\rightarrow\sigma(Y)=\sqrt{V(Y)}$

$\text{cov}(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)\ ;\ \rho_{XY}=\dfrac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}\ ;\ \Gamma=\begin{bmatrix}V(X) & \cos(X,Y)\\ \text{cov}(X,Y) & V(Y)\end{bmatrix}$

$X,Y$ độc lập $\Leftrightarrow P(X=x_i;Y=y_j)=P(X=x_i)P(Y=y_j)\ \forall i,j$

$X,Y$ độc lập $\longrightarrow\begin{cases}E(XY)=E(X)E(Y)\\ V(X\pm Y)=V(X)+V(Y)\end{cases}$ ; $X,Y$ ko độc lập $\longrightarrow\begin{cases}E(XY)=E(X)E(Y)-\text{cov}(X,Y)\\ V(X\pm Y)=V(X)+V(Y)\pm 2\text{cov}(X,Y)\end{cases}$

$X,Y$ độc lập $\Rightarrow\text{cov}(X,Y)=0\Rightarrow\rho_{XY}=0$